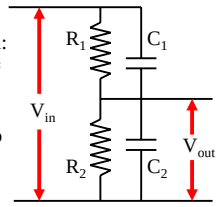
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 18/6/03

Dato il partitore schematizzato in figura:

- Calcolare la sua risposta V_{out}/V_{in} nel limite di alte frequenze e nel limite di basse frequenze.
- Realizzare il circuito. Valori suggeriti: R_1=2.7kΩ, R_2= 2.7kΩ, C_1=10nF, C_2= 0.1μF
- Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|$(f) e lo sfasamento Δϕ(f) tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire i due limiti del punto 1.
- Confrontare i valori di $|V_{out}/V_{in}|$ misurati con quelli calcolati al punto 1 per i valori dei componenti utilizzati.



Soluzione Prova Pratica 18/06/03

$$\omega \to 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} \to \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

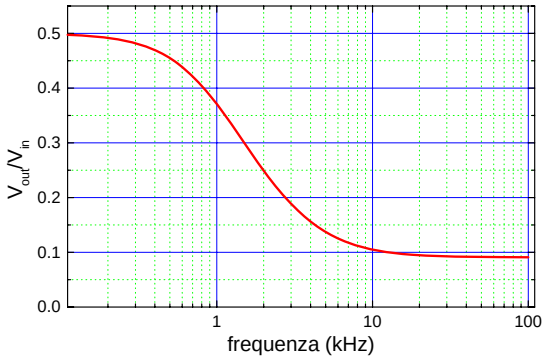
$$\omega \to \infty \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} \to \frac{1/j\omega C_2}{1/j\omega C_1 + 1/j\omega C_2} = \frac{C_1}{C_1+C_2}$$

$$\tau_1 = R_1 C_1$$

$$\tau_P = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}(C_1+C_2)$$

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{R_2}{R_1+R_2}\sqrt{\frac{1+\omega^2\tau_1^2}{1+\omega^2\tau_P^2}}$$

Soluzione Prova Pratica 18/06/03



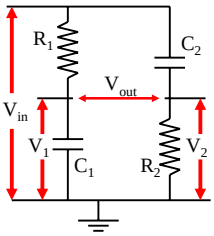
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 15/9/03

Dato il ponte schematizzato in figura, e detto $V_{out}=V_1-V_2$:

- Calcolare le risposte V_1/V_{in}, , V_2/V_{in} , V_{out}/V_{in} in funzione della frequenza
- Calcolare (se esiste) una frequenza per la quale il ponte si trovi in equilibrio ($V_{out}(t)=0$)
- Realizzare il circuito. Valori suggeriti: R_1=5.6kΩ, R_2= 5.6kΩ, C_1=10nF, C_2= 10nF
- Misurare e graficare le risposte in frequenza $|V_1/V_{in}|$(f), $|V_2/V_{in}|$(f) $|V_{out}/V_{in}|$(f) e lo sfasamento Δϕ(f) tra V_{out} e V_{in},



Soluzione prova pratica 15/09/03

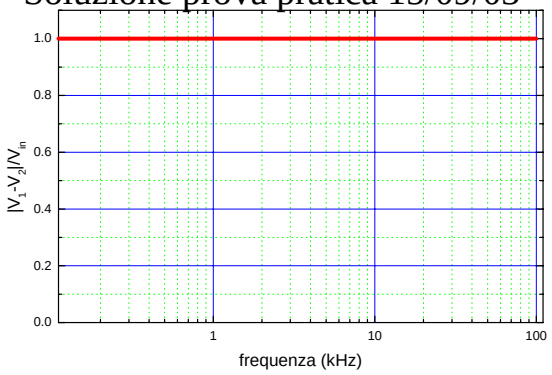
$$\tau_1 = R_1 C_1$$

$$\tau_2 = R_2 C_2$$

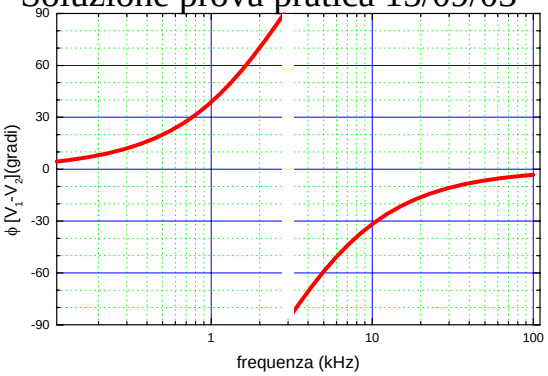
$$\frac{|V_1 - V_2|}{V_{in}} = \frac{1+\omega^2\tau_1\tau_2}{\sqrt{1+\left(\omega^2\tau_1\tau_2\right)^2+\omega^2\left(\tau_1^2+\tau_2^2\right)}}$$

$$\tan\varphi_{12} = \frac{\omega(\tau_1+\tau_2)}{1-\omega^2\tau_1\tau_2}$$

Soluzione prova pratica 15/09/03



Soluzione prova pratica 15/09/03



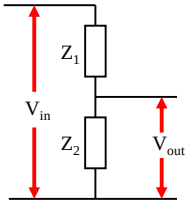
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 17/6/04 mattina

Dato il partitore schematizzato in figura,
dove Z_1 e' un induttore da 1 mH e Z_2 e'
un induttore da 10 mH :

1. Calcolare la sua risposta V_{out}/V_{in} nel limite di alte frequenze e nel limite di basse frequenze.
2. Realizzare il circuito, misurando preliminarmente i valori dei componenti.
3. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire i due limiti del punto 1.
4. Stimare dalle misure del punto 3 i valori di L_2/L_1 e R_{L2}/R_{L1}
5. Confrontare tali valori con quelli calcolati con le formule trovate nel punto 1, valutate per i valori dei componenti misurati al punto 2.



Soluzione prova pratica 17/06/2004 mattina

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1$$

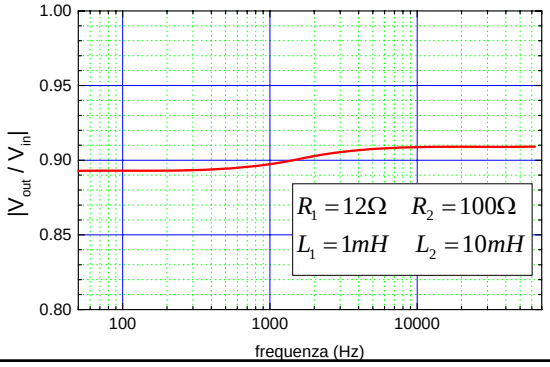
$$Z_2 = R_2 + j\omega L_2$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2 + j\omega L_2}{R_1 + R_2 + j\omega(L_2 + L_1)}$$

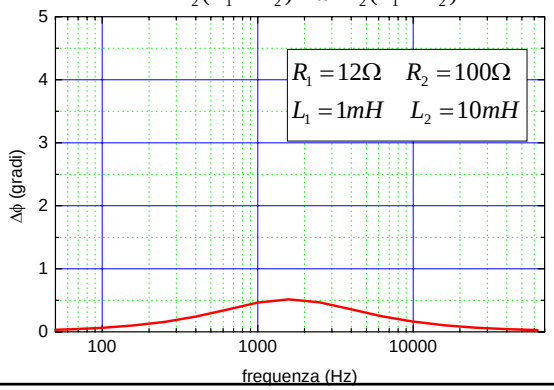
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad per\ \omega << \frac{R_2}{L_2} \quad e \quad \omega << \frac{R_1 + R_2}{L_1 + L_2}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \quad per\ \omega >> \frac{R_2}{L_2} \quad e \quad \omega >> \frac{R_1 + R_2}{L_1 + L_2}$$

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \sqrt{\frac{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_2 + L_1)^2}}$$



$$tg\varphi = \frac{\omega\left[L_2(R_1 + R_2) - R_2(L_1 + L_2)\right]}{R_2(R_1 + R_2) - \omega^2 L_2(L_1 + L_2)}$$



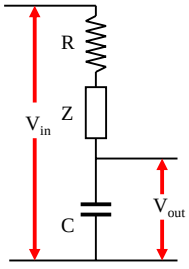
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 17/6/04 pomeriggio

Dato il partitore schematizzato in figura,
dove R=220Ω, C=1 μF, e Z e' un induttore da 1 mH

1. Calcolare la sua risposta V_{out}/V_{in} in funzione della frequenza. Stabilire in che intervallo di frequenze il circuito si comporta come un circuito RC.
2. Realizzare il circuito, misurando preliminarmente i valori dei componenti.
3. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, nell' intervallo di frequenze in cui il circuito si comporta come un circuito RC (punto 1).
4. Verificare che la frequenza di taglio misurata coincide con quella aspettata dalle formule del punto 1.



Soluzione prova pratica 17/06/2004 pomeriggio

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R + R_L + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega C(R + R_L + j\omega L)}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} \cong \frac{1}{1 + j\omega C(R + R_L)} \quad per \quad \omega << \frac{R + R_L}{L}$$

In queste condizioni il circuito e' equivalente a un RC con capacita' pari a C e resistenza pari a $R+R_L$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} \cong \frac{1}{1 + j\omega CR} \quad per \quad \omega << \sqrt{\frac{R^2 - R_L^2}{L^2}}$$

In queste condizioni il circuito e' equivalente a un RC con capacita' pari a C e resistenza pari a R

Soluzione prova pratica 17/06/2004 pomeriggio

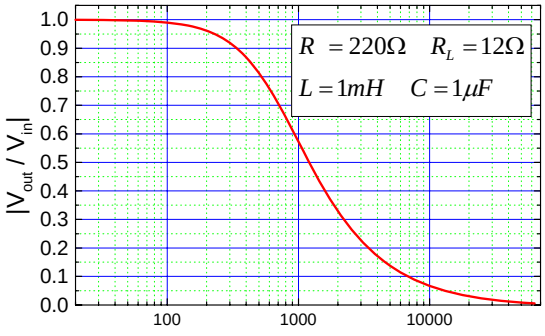
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega C(R + R_L + j\omega L)} = \frac{1}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega C(R + R_L)}$$

$$\begin{cases} \left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC) + \omega^2 C^2 (R + R_L)^2}} \\ tg\,\varphi = \frac{\omega C(R + R_L)}{1 - \omega^2 LC} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| \cong \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 (R + R_L)^2}} \quad per \quad \omega << \frac{1}{\sqrt{CL}} \\ tg\,\varphi \cong \omega C(R + R_L) \end{cases}$$

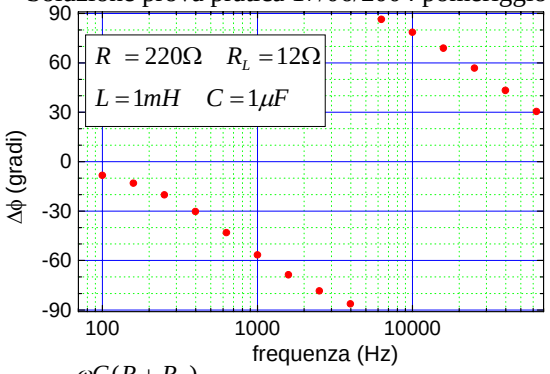
In queste condizioni il circuito e' equivalente a un RC con capacita' pari a C e resistenza pari a $R+R_L$

Soluzione prova pratica 17/06/2004 pomeriggio



$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC) + \omega^2 C^2 (R + R_L)^2}}$$

Soluzione prova pratica 17/06/2004 pomeriggio



$$tg\,\varphi = -\frac{\omega C(R + R_L)}{1 - \omega^2 LC}$$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

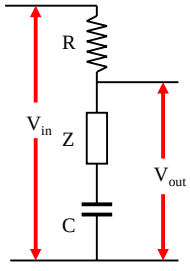
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 22/9/04

Dato il circuito RLC schematizzato in figura,

dove R=220Ω, C=1 μF, e Z e' un induttore da 1 mH

1. Calcolare la sua risposta V_{out}/V_{in} in funzione della frequenza. Stabilire l' intervallo di frequenze in cui e' necessario fare le misure per evidenziare la risonanza.
2. Realizzare il circuito, misurando preliminarmente i valori dei componenti.
3. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, nell' intervallo di frequenze stimato sopra.
4. Verificare che la frequenza di risonanza e l' attenuazione alla risonanza coincidono con quelle aspettate dalle formule del punto 1.



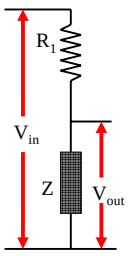
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 22/06/2005 Mattina

Dato il partitore schematizzato in figura, dove Z rappresenta l' impedenza di un induttore reale:

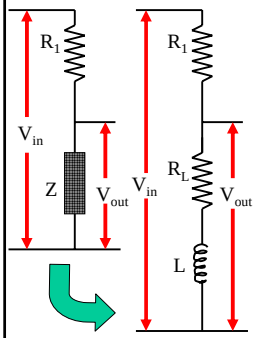
1. Misurare i valori dei componenti
2. Calcolare la sua risposta V_{out}/V_{in} (f) e studiarne l' andamento nel limite di alte e basse frequenze.
3. Realizzare il circuito e collegarlo al generatore sinusoidale e all' oscilloscopio.
4. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire i due limiti del punto 2.
5. Confrontare i valori di $|V_{out}/V_{in}|$ misurati con quelli calcolati al punto 1 nel limite di alte e basse frequenze



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 22/06/2005 Mattina: soluzione



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z}{Z+R_1} = \frac{R_L + j\omega L}{R_L + R_1 + j\omega L}$$

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \sqrt{\frac{R_L^2 + \omega^2 L^2}{(R_L+R_1)^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{(R_L + j\omega L)[R_L + R_1 - j\omega L]}{(R_L+R_1)^2 + \omega^2 L^2} =$$

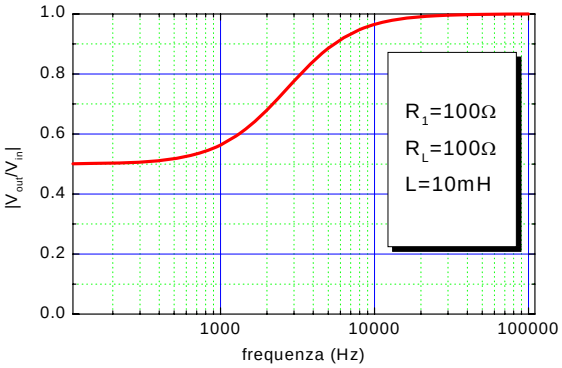
$$= \frac{R_L(R_L+R_1) - \omega^2 L^2 + j\omega L R_1}{(R_L+R_1)^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow$$

$$tg\,\varphi = \frac{\omega L R_1}{R_L(R_L+R_1) - \omega^2 L^2}$$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

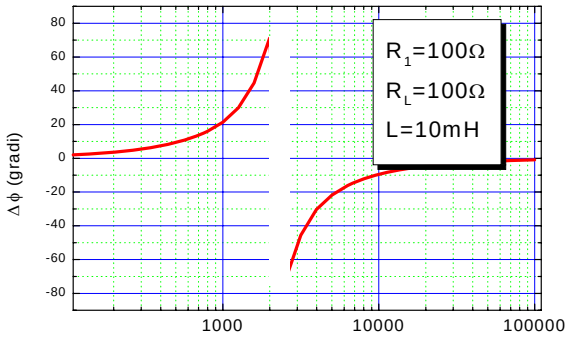
Prova Pratica del 22/06/2005 Mattina: soluzione



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 22/06/2005 Mattina: soluzione



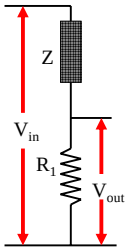
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 22/06/2005 Pomeriggio

Dato il partitore schematizzato in figura, dove Z rappresenta l' impedenza di un induttore reale :

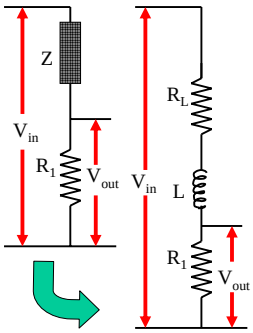
1. Misurare i valori dei componenti
2. Calcolare la sua risposta V_{out}/V_{in} (f) e studiarne l' andamento nel limite di alte e basse frequenze.
3. Realizzare il circuito e collegarlo al generatore sinusoidale e all' oscilloscopio.
4. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire i due limiti del punto 2.
5. Confrontare i valori di $|V_{out}/V_{in}|$ misurati con quelli calcolati al punto 1 nel limite di alte e basse frequenze



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 22/06/2005 Pomeriggio: soluzione



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_1}{Z+R_1} = \frac{R_1}{R_L + j\omega L + R_1}$$

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{R_1}{\sqrt{(R_L+R_1)^2 + \omega^2 L^2}}$$

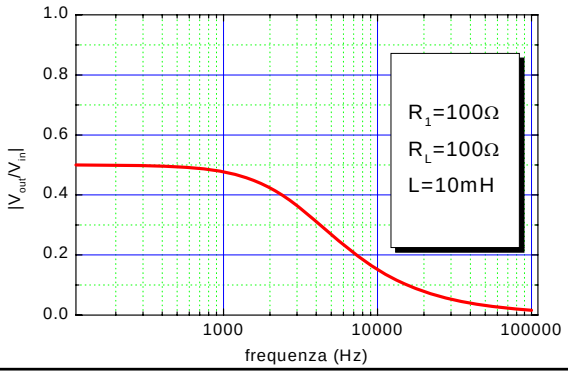
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_1[R_L + R_1 - j\omega L]}{(R_L+R_1)^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow$$

$$tg\,\varphi = -\frac{\omega L}{R_L + R_1}$$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

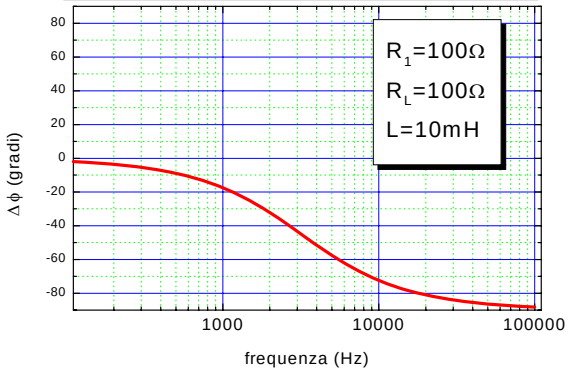
Prova Pratica del 22/06/2005 Pomeriggio: soluzione



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

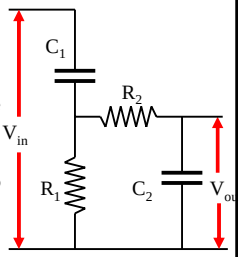
Prova Pratica del 22/06/2005 Pomeriggio: soluzione



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 04/07/2005 Mattina

Dato il circuito schematizzato in figura con R_1=1kΩ, R_2=100kΩ, C_1=1μF, C_2=1nF :

1. Misurare i valori dei componenti
2. Calcolare la sua risposta V_{out}/V_{in} (f) supponendo che i due circuiti $C_1 R_1$ e $C_2 R_2$ siano indipendenti, cioe' che la funzione di trasferimento sia il prodotto delle 2. Studiarne l' andamento nel limite di alte e basse frequenze.
3. Realizzare il circuito e collegarlo al generatore sinusoidale e all' oscilloscopio.
4. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire i due limiti del punto 2.
5. Misurare le due frequenze di taglio e confrontarle con quelle calcolate al punto 2.
6. Facoltativamente, calcolare la risposta $V_{out}/V_{in}(f)$ in generale, e valutare quanto e' giustificata l' ipotesi del punto 2.



Soluzione Approssimata

$$\left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{C_1R_1} = \frac{R_1}{R_1 + 1/j\omega C_1} = \frac{j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$$\left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{R_2C_2} = \frac{1/j\omega C_2}{R_2 + 1/j\omega C_2} = \frac{1}{1 + j\omega C_2 R_2}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} \cong \left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{C_1R_1} \times \left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{R_2C_2} = \frac{j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}\frac{1}{1 + j\omega C_2 R_2}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\omega C_1 R_1 \{\omega(C_1 R_1 + C_2 R_2) + j[1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2]\}}{\left[1 + (\omega C_1 R_1)^2\right]\left[1 + (\omega C_2 R_2)^2\right]}$$

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{\omega C_1 R_1}{\sqrt{\left[1 + (\omega C_1 R_1)^2\right]\left[1 + (\omega C_2 R_2)^2\right]}}$$

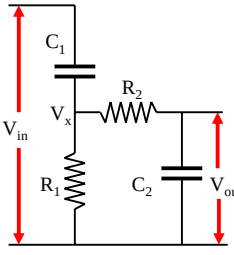
$$tg\,\varphi = \frac{[1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2]}{\omega(C_1 R_1 + C_2 R_2)}$$

Soluzione Approssimata

$$\left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{C_1R_1} = \frac{\omega C_1 R_1}{\sqrt{1 + (\omega C_1 R_1)^2}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi C_1 R_1} \approx 160\,Hz$$

$$\left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{R_2C_2} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C_2 R_2)^2}} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{2\pi C_2 R_2} \approx 1600\,Hz$$

Soluzione Rigorosa



$$\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{Z_{//}}{Z_{//} + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$Z_{//} = \frac{R_1(1 + j\omega C_2 R_2)}{1 + j\omega C_2(R_1 + R_2)}$$

$$\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{R_1(1 + j\omega C_2 R_2)\,j\omega C_1}{j\omega C_1 R_1(1 + j\omega C_2 R_2) + 1 + j\omega C_2(R_1 + R_2)}$$

$$\frac{V_{out}}{V_x} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{1}{1 + j\omega C_2 R_2}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{out}}{V_x}\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{j\omega C_1 R_1}{j\omega C_1 R_1(1 + j\omega C_2 R_2) + 1 + j\omega C_2(R_1 + R_2)}$$

Soluzione Rigorosa

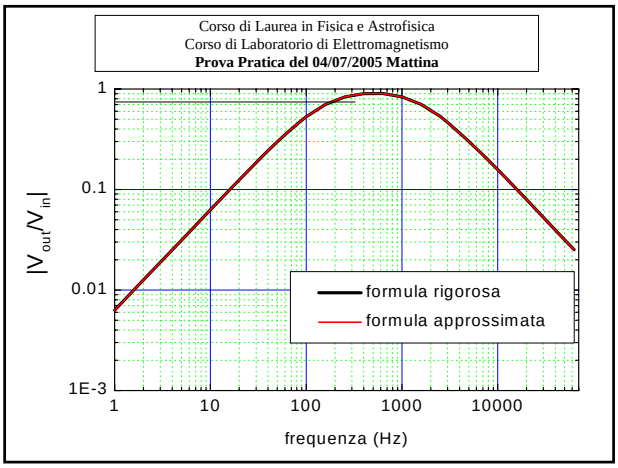
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega C_1 R_1}{(1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2) + j\omega[C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1]} =$$

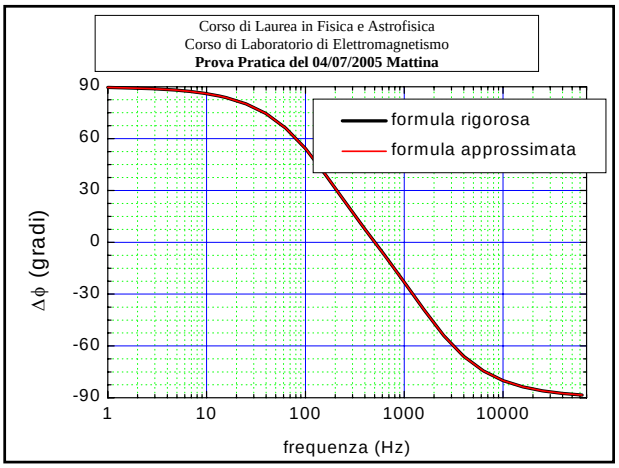
$$= \frac{j\omega C_1 R_1 \{(1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2) - j\omega[C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1]\}}{(1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2)^2 + \omega^2[C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1]^2} =$$

$$= \frac{\omega C_1 R_1 \{\omega[C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1] + j(1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2)\}}{(1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2)^2 + \omega^2[C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1]^2}$$

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{\omega C_1 R_1}{\sqrt{(1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2)^2 + \omega^2[C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1]^2}}$$

$$tg\,\varphi = \frac{(1 - \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2)\}}{\omega[C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1]}$$





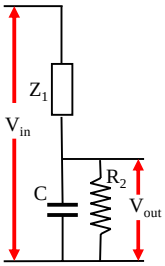
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 20/6/06 mattina

Dato il partitore schematizzato in figura, dove R_2=100Ω, C=1 μF, e Z_1 e' un induttore reale con L=10 mH

1. Calcolare la sua risposta $|V_{out}/V_{in}|$ nel limite per frequenze molto grandi e molto piccole.
2. Realizzare il circuito, misurando preliminarmente i valori dei componenti.
3. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, arrivando a frequenze abbastanza alte da ridurre la risposta di almeno 100 volte rispetto alla risposta a frequenza 0.
4. Stimare la frequenza di taglio.



Soluzione prova pratica 20/06/2006 mattina

L' induttore reale e' equivalente ad una induttanza ideale L con una resistenza R_1 in serie. Quindi

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2} = \frac{1}{1+Z_1/Z_2}\ ;\ \begin{cases} Z_1 = j\omega L + R_1 \\ 1/Z_2 = j\omega C + 1/R_2 \end{cases}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1+\left(j\omega L + R_1\right)\left(j\omega C + 1/R_2\right)}$$

$$\omega = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1+R_1/R_2}$$

$$\omega \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} \approx \frac{1}{-\omega^2 LC} \quad \rightarrow \quad \left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| \approx \frac{1}{\omega^2 LC}$$

Soluzione prova pratica 20/06/2006 mattina

In generale (non richiesto)

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2} = \frac{1}{1+Z_1/Z_2}\ ;\ \begin{cases} Z_1 = j\omega L + R_1 \\ 1/Z_2 = j\omega C + 1/R_2 \end{cases}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1+\left(j\omega L + R_1\right)\left(j\omega C + 1/R_2\right)} =$$

$$= \frac{1}{\left(1-\omega^2 LC + R_1/R_2\right) + j\omega\left(R_1 C + L/R_2\right)} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\left(1-\omega^2 LC + R_1/R_2\right) - j\omega\left(R_1 C + L/R_2\right)}{\left(1-\omega^2 LC + R_1/R_2\right)^2 + \omega^2\left(R_1 C + L/R_2\right)^2}}$$

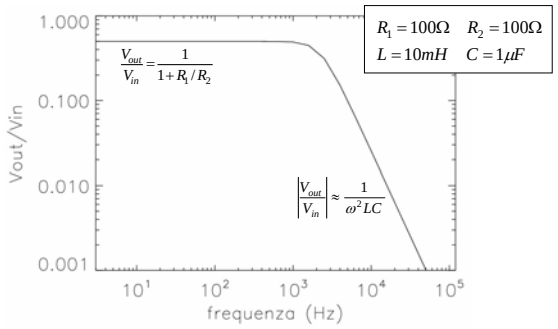
Soluzione prova pratica 20/06/2006 mattina

$$\begin{cases} \left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\omega^2 LC + R_1/R_2\right)^2 + \omega^2\left(R_1 C + L/R_2\right)^2}} \\ tg\varphi = -\frac{\omega\left(R_1 C + L/R_2\right)}{1-\omega^2 LC + R_1/R_2} \end{cases}$$

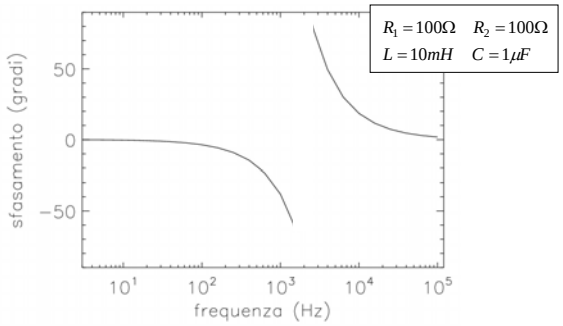
e per $\omega = 0$

$$\begin{cases} \left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|(\omega = 0) = \frac{1}{1+R_1/R_2} \\ tg\varphi = 0 \end{cases}$$

Soluzione prova pratica 20/06/2006 mattina



Soluzione prova pratica 20/06/2006 mattina



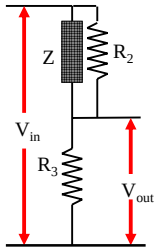
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 20/06/2006 Pomeriggio

Dato il partitore schematizzato in figura, dove Z rappresenta l' impedenza di un induttore reale :

1. Misurare i valori dei componenti
2. Calcolare la sua risposta V_{out}/V_{in} (f) nel limite di alte e basse frequenze
3. Realizzare il circuito e collegarlo al generatore sinusoidale e all' oscilloscopio.
4. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire i due limiti del punto 2.
5. Confrontare i valori di $|V_{out}/V_{in}|$ misurati con quelli calcolati al punto 1 nel limite di alte e basse frequenze



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 20/06/2006 Pomeriggio: soluzione

L' induttore equivale ad una induttanza L in serie ad una resistenza R_1. Quindi:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_3}{Z+R_3} = \frac{R_3}{\frac{(R_1+j\omega L)R_2}{R_2+R_1+j\omega L}+R_3}$$

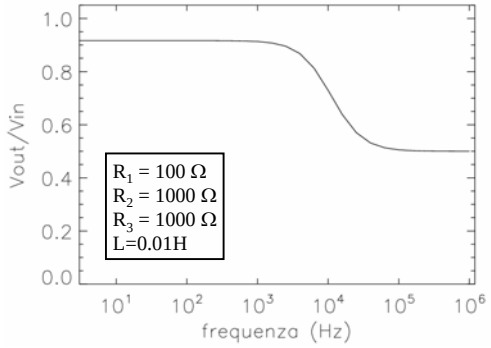
$$\omega = 0 \quad \left(\omega << \frac{R_2+R_1}{L}; \omega << \frac{R_1}{L}\right) \rightarrow \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_3}{\frac{R_1R_2}{R_2+R_1}+R_3} \quad ; \quad \varphi = 0$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad \left(\omega >> \frac{R_2+R_1}{L}; \omega >> \frac{R_1}{L}\right) \rightarrow \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_3}{R_2+R_3} \quad ; \quad \varphi = 0$$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

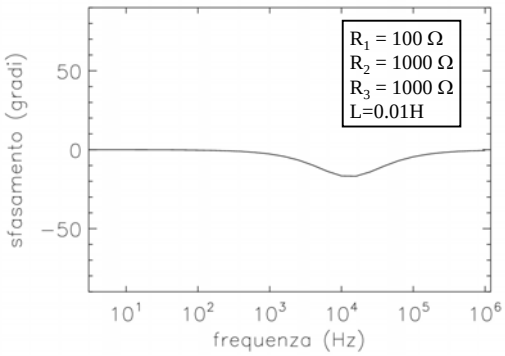
Prova Pratica del 20/06/2006 Pomeriggio: soluzione



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

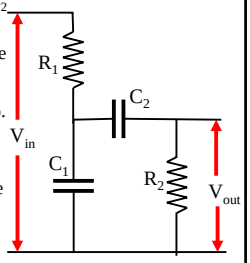
Prova Pratica del 20/06/2006 Pomeriggio: soluzione



Dato il circuito schematizzato in figura con R_1=1kΩ, R_2=100kΩ, C_1=47nF, C_2=10nF :

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 21/06/2006

1. Misurare i valori dei componenti
2. Calcolare la sua risposta $V_{out}/V_{in}(f)$ supponendo che i due circuiti R_1C_1 e C_2R_2 siano indipendenti, cioe' che la funzione di trasferimento sia il prodotto delle 2. Studiarne l' andamento nel limite di alte e basse frequenze.
3. Realizzare il circuito e collegarlo al generatore sinusoidale e all' oscilloscopio.
4. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire i due limiti del punto 2.
5. Misurare le due frequenze di taglio e confrontarle con quelle calcolate al punto 2.
6. Facoltativamente, calcolare la risposta $V_{out}/V_{in}(f)$ in generale, e valutare quanto e' giustificata l' ipotesi del punto 2.



Soluzione Approssimata

$$\left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{R_1C_1} = \frac{1/\,j\omega C_1}{R_1 + 1/\,j\omega C_1} = \frac{1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$$\left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{C_2R_2} = \frac{R_2}{R_2 + 1/\,j\omega C_2} = \frac{j\omega C_2 R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} \cong \left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{R_1C_1} \times \left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{C_2R_2} = \frac{j\omega C_2 R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}\frac{1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\omega C_2 R_2\{\omega(C_2R_2 + C_1R_1) + j[1 - \omega^2 C_2R_2C_1R_1]\}}{\left[1 + (\omega C_2R_2)^2\right]\left[1 + (\omega C_1R_1)^2\right]}$$

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{\omega C_2 R_2}{\sqrt{\left[1 + (\omega C_1R_1)^2\right]\left[1 + (\omega C_2R_2)^2\right]}}$$

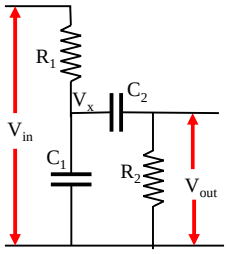
$$tg\,\varphi = \frac{[1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2]}{\omega(C_1R_1 + C_2R_2)}$$

Soluzione Approssimata

$$\left|\left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{C_1R_1}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C_1R_1)^2}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi C_1R_1} \approx 3400\,Hz$$

$$\left|\left.\frac{V_{out}}{V_{in}}\right|_{R_2C_2}\right| = \frac{\omega C_2R_2}{\sqrt{1 + (\omega C_2R_2)^2}} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{2\pi C_2R_2} \approx 160\,Hz$$

Soluzione Rigorosa



$$\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{Z_{//}}{Z_{//} + R_1}$$

$$Z_{//} = \frac{(1/\,j\omega C_1)(R_2 + 1/\,j\omega C_2)}{(1/\,j\omega C_1) + (R_2 + 1/\,j\omega C_2)} =$$

$$\frac{1}{Z_{//}} = j\omega C_1 + \frac{1}{R_2 + 1/\,j\omega C_2}$$

$$\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{1 + j\omega C_2R_2}{1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2 + j\omega[R_1C_1 + C_2(R_1 + R_2)]}$$

$$\frac{V_{out}}{V_x} = \frac{R_2}{R_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2}} = \frac{j\omega C_2R_2}{1 + j\omega C_2R_2}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{out}}{V_x}\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{j\omega C_2R_2}{(1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2) + j\omega[R_1C_1 + C_2(R_1 + R_2)]}$$

Soluzione Rigorosa

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega C_2R_2}{(1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2) + j\omega[C_2(R_1 + R_2) + C_1R_1]} =$$

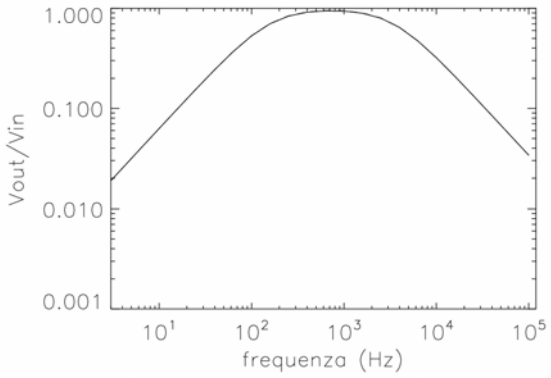
$$= \frac{j\omega C_2R_2\{(1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2) - j\omega[C_2(R_1 + R_2) + C_1R_1]\}}{(1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2)^2 + \omega^2[C_2(R_1 + R_2) + C_1R_1]^2} =$$

$$= \frac{\omega C_2R_2\{\omega[C_2(R_1 + R_2) + C_1R_1] + j(1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2)\}}{(1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2)^2 + \omega^2[C_2(R_1 + R_2) + C_1R_1]^2}$$

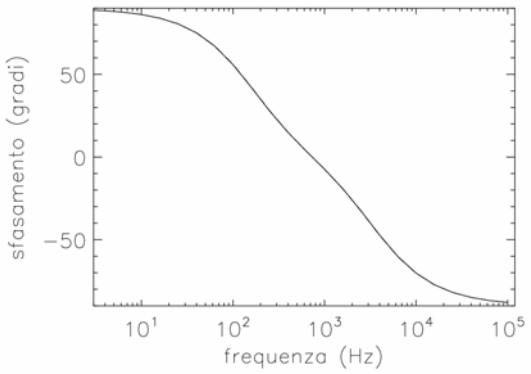
$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{\omega C_2R_2}{\sqrt{(1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2)^2 + \omega^2[C_2(R_1 + R_2) + C_1R_1]^2}}$$

$$tg\,\varphi = \frac{(1 - \omega^2 C_1R_1C_2R_2)\}}{\omega[C_2(R_1 + R_2) + C_1R_1]}$$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 21/06/2006



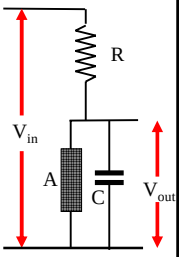
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 21/06/2006



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 28/06/2007 mattina

Dato il circuito schematizzato in figura, dove A rappresenta l' impedenza di un induttore reale :

1. Misurare i valori dei componenti
2. Calcolare la risposta V_{out}/V_{in} (f) alle frequenze alle quali non c'è sfasamento tra V_{out} e V_{in} .
3. Realizzare il circuito e collegarlo al generatore sinusoidale e all' oscilloscopio.
4. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire le frequenze del punto 2.
5. Confrontare il valore di $|V_{out}/V_{in}|$ misurato con quello calcolato alle frequenze del punto 2.



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 28/06/2007 mattina: soluzione

L' induttore reale equivale ad una induttanza L in serie ad una resistenza R_L. Quindi:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z}{Z+R} = \frac{1}{1+R/Z} \quad \text{dove} \quad \frac{1}{Z} = j\omega C + \frac{1}{R_L + j\omega L}$$

$$\frac{1}{Z} = j\omega C + \frac{1}{R_L + j\omega L} = \frac{R_L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} + j\omega \frac{CR_L^2 + \omega^2 CL^2 - L}{R_L^2 + \omega^2 L^2}$$

Per avere sfasamento nullo Z deve essere reale e quindi deve essere

$$\omega\left(CR_L^2 + \omega^2 CL^2 - L\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = 0 \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{L - CR_L^2}{CL^2}}$$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 28/06/2007 mattina: soluzione

Allora:

$$Z(\omega = \omega_1 = 0) = R_L$$

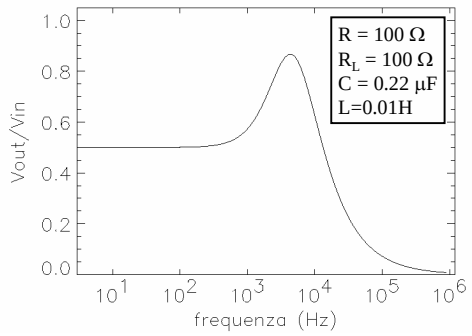
$$\frac{1}{Z}\left(\omega = \omega_2 = \frac{L - CR_L^2}{CL^2}\right) = \frac{L}{R_L C}$$

E quindi

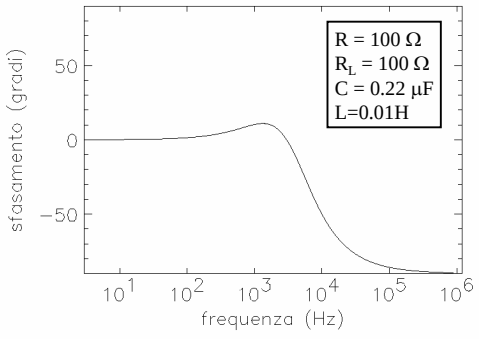
$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(\omega = \omega_1) = \frac{1}{1+R/R_L}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(\omega = \omega_2) = \frac{1}{1+RR_L C/L}$$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 28/06/2007 mattina: soluzione



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo
Prova Pratica del 28/06/2007 mattina: soluzione



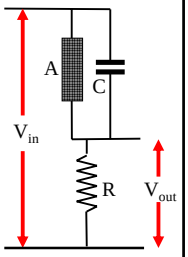
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 28/06/2007 pomeriggio

Dato il circuito schematizzato in figura, dove A rappresenta l' impedenza di un induttore reale :

1. Misurare i valori dei componenti
2. Calcolare la risposta V_{out}/V_{in} (f) alle frequenze alle quali non c'è sfasamento tra V_{out} e V_{in} .
3. Realizzare il circuito e collegarlo al generatore sinusoidale e all' oscilloscopio.
4. Misurare e graficare la risposta in frequenza $|V_{out}/V_{in}|(f)$ e lo sfasamento $\Delta\phi(f)$ tra V_{out} e V_{in}, estendendo l' intervallo di frequenze in modo da coprire le frequenze del punto 2.
5. Confrontare il valore di $|V_{out}/V_{in}|$ misurato con quello calcolato alle frequenze del punto 2.



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 28/06/2007 pomeriggio: soluzione

L' induttore reale equivale ad una induttanza L in serie ad una resistenza R_L. Quindi:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{Z+R} = \frac{1}{1+Z/R} \quad \text{dove} \quad \frac{1}{Z} = j\omega C + \frac{1}{R_L + j\omega L}$$

$$\frac{1}{Z} = j\omega C + \frac{1}{R_L + j\omega L} = \frac{R_L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} + j\omega \frac{CR_L^2 + \omega^2 CL^2 - L}{R_L^2 + \omega^2 L^2}$$

Per avere sfasamento nullo Z deve essere reale e quindi deve essere

$$\omega\left(CR_L^2 + \omega^2 CL^2 - L\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = 0, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{L - CR_L^2}{CL^2}}$$

Ma anche $\omega_3 = \infty$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 28/06/2007 pomeriggio: soluzione

Allora:

$$Z(\omega = \omega_1 = 0) = R_L$$

$$\frac{1}{Z}\left(\omega = \omega_2 = \frac{L - CR_L^2}{CL^2}\right) = \frac{L}{R_L C}$$

$$Z(\omega = \omega_3 = \infty) = 0$$

E quindi

$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(\omega = \omega_1) = \frac{1}{1 + R_L/R}$$

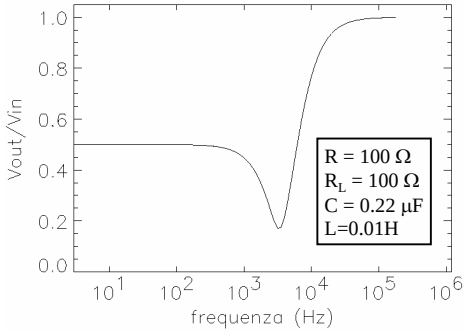
$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(\omega = \omega_2) = \frac{1}{1 + L/(RR_L C)}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(\omega = \omega_3) = 1$$

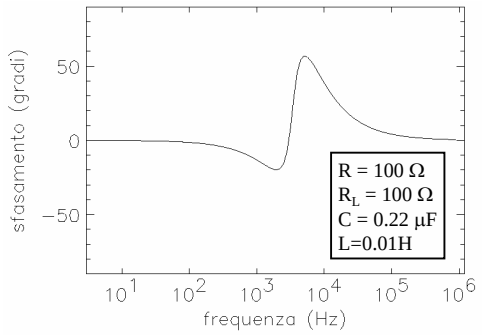
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 28/06/2007 pomeriggio: soluzione



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Prova Pratica del 28/06/2007 pomeriggio: soluzione