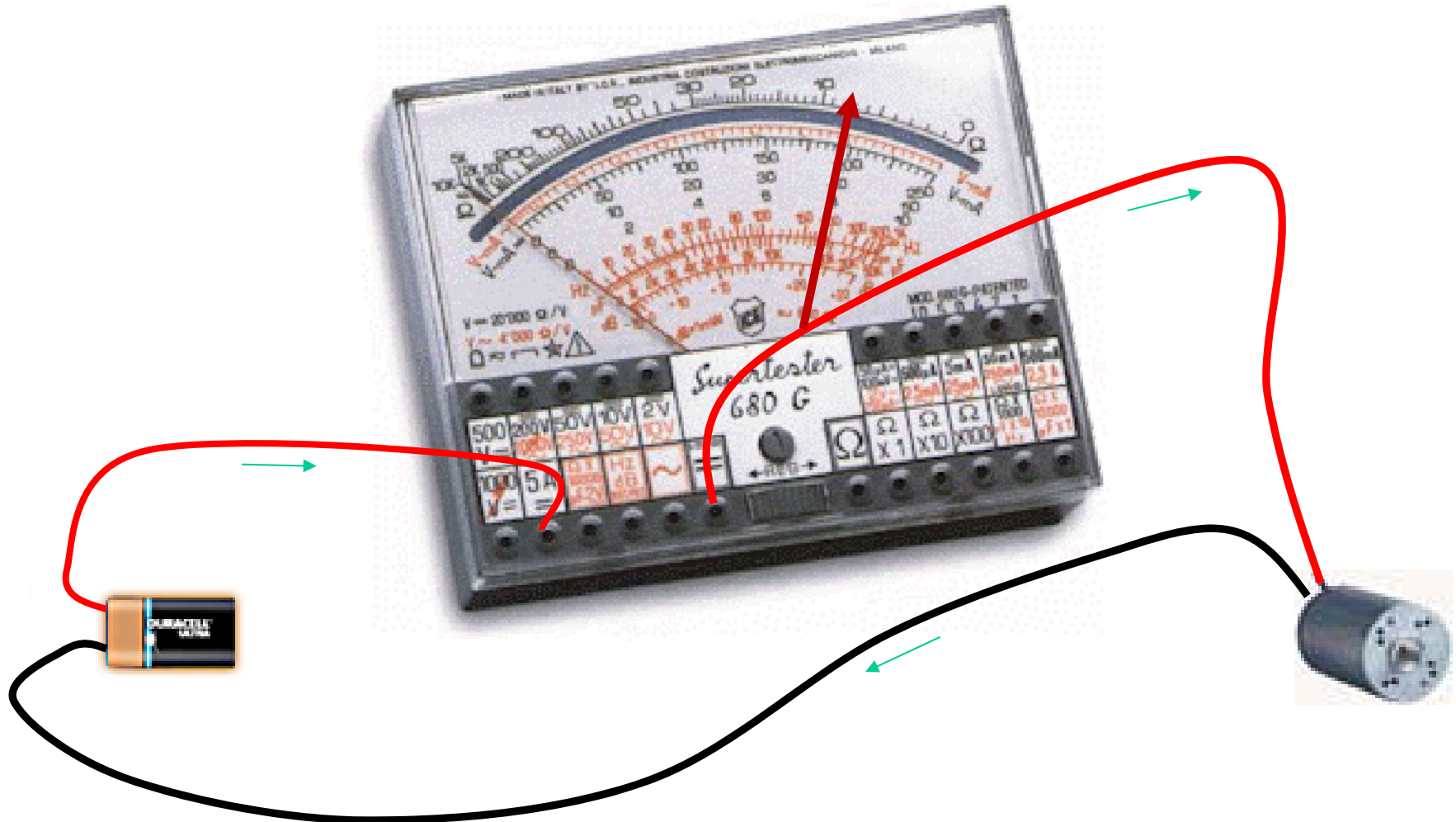


L' amperometro dello strumento universale

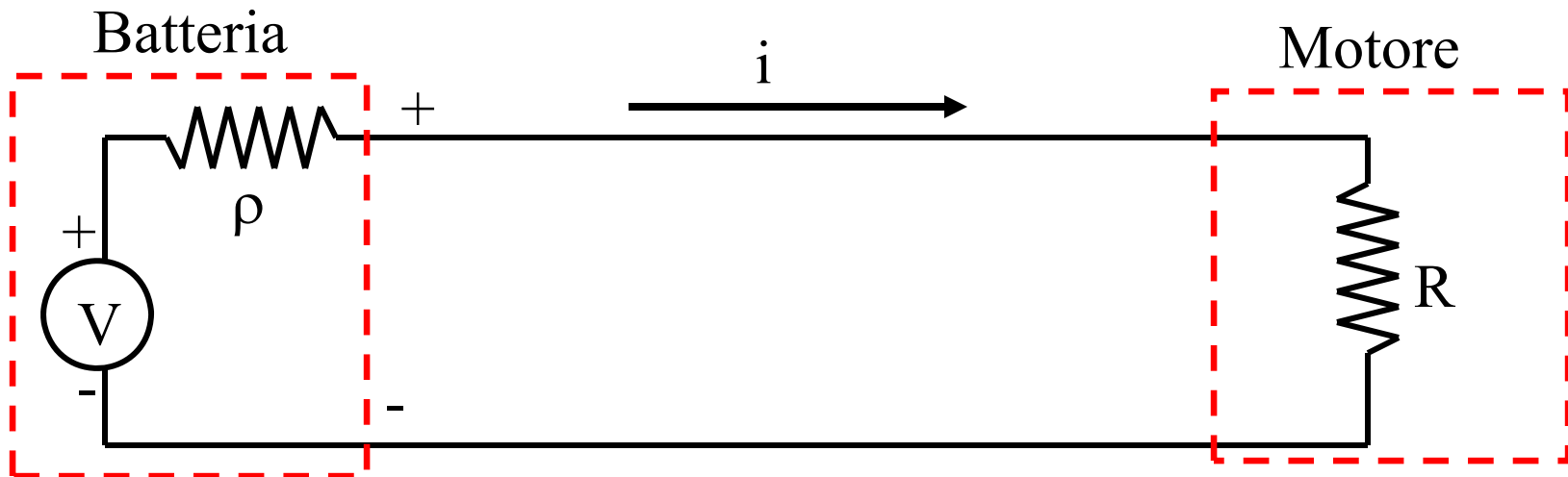
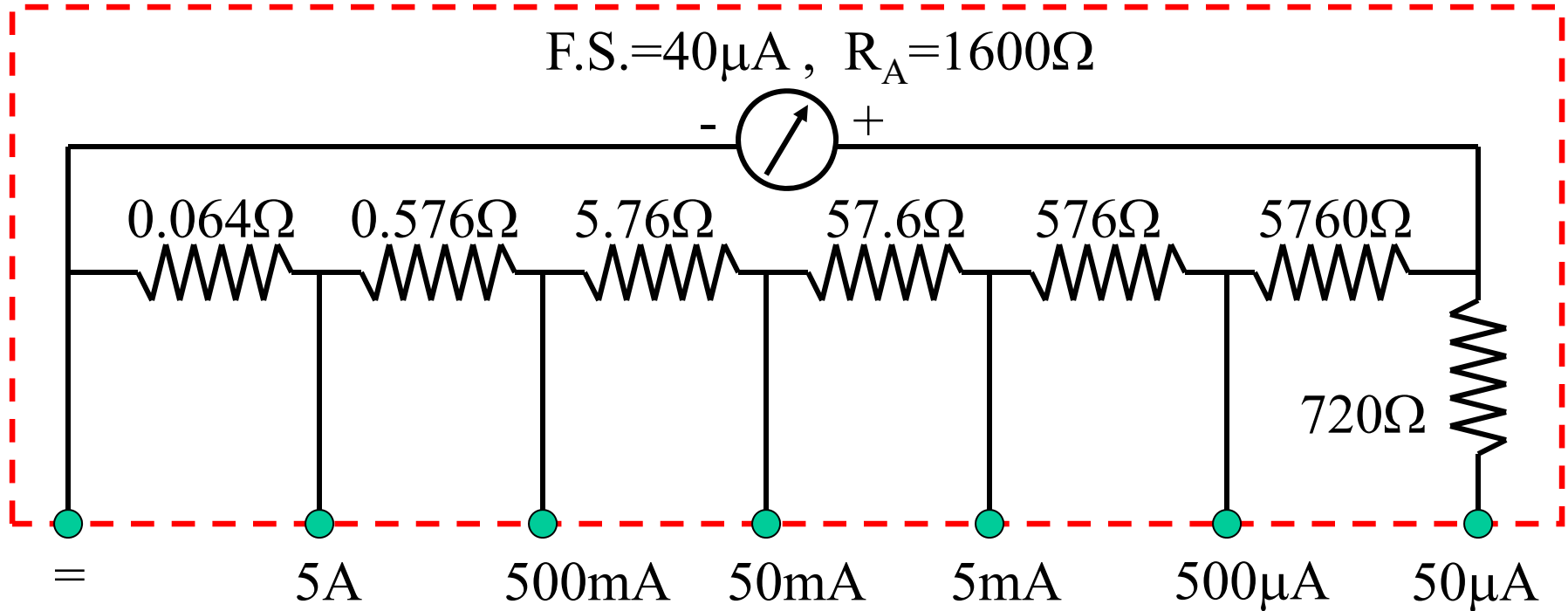
- Per misurare la corrente si deve interrompere il circuito ed inserirci lo strumento di misura in serie :



L' amperometro dello strumento universale

Strumento Universale

F.S. = $40\mu\text{A}$, $R_A = 1600\Omega$



L' amperometro dello strumento universale

- Per ottenere che lo strumento vada a fondo scala quando misura una corrente di 5A, si deve fare in modo che la corrente si partisca in $I_A=40 \mu A$ nell'amperometro, e il resto nello shunt.
- Considerando il partitore di corrente formato da una parte dallo shunt R_S relativo alla scala 5A, e dall'altra parte dall'amperometro con in serie tutte le altre resistenze di shunt, che totalizzano R_{serie} , si vede che $I_A(R_A + R_{serie}) = I_S R_S \Rightarrow$

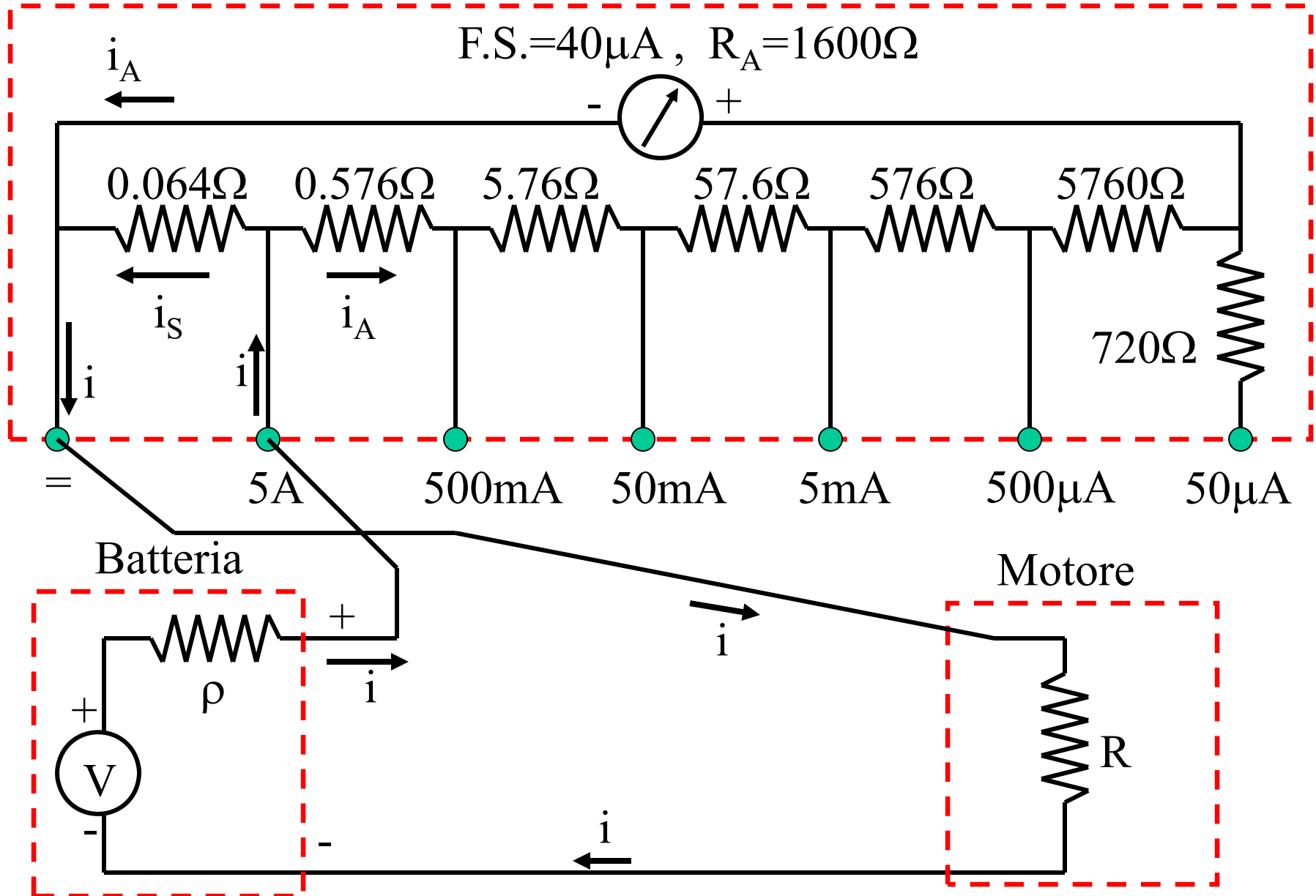
$$\frac{R_S}{(R_A + R_{serie})} = \frac{I_A}{I_S} = \frac{40\mu A}{5A - 40\mu A} = 8.00 \times 10^{-6}$$

- In effetti, se $R_A=1600\Omega$, $R_{serie}=(5760+576+57.6+5.76+0.576)\Omega$ e $R_S=0.064\Omega$, si ottiene proprio $\frac{R_S}{(R_A + R_{serie})} = 8.00 \times 10^{-6}$

L' amperometro dello strumento universale

Strumento Universale

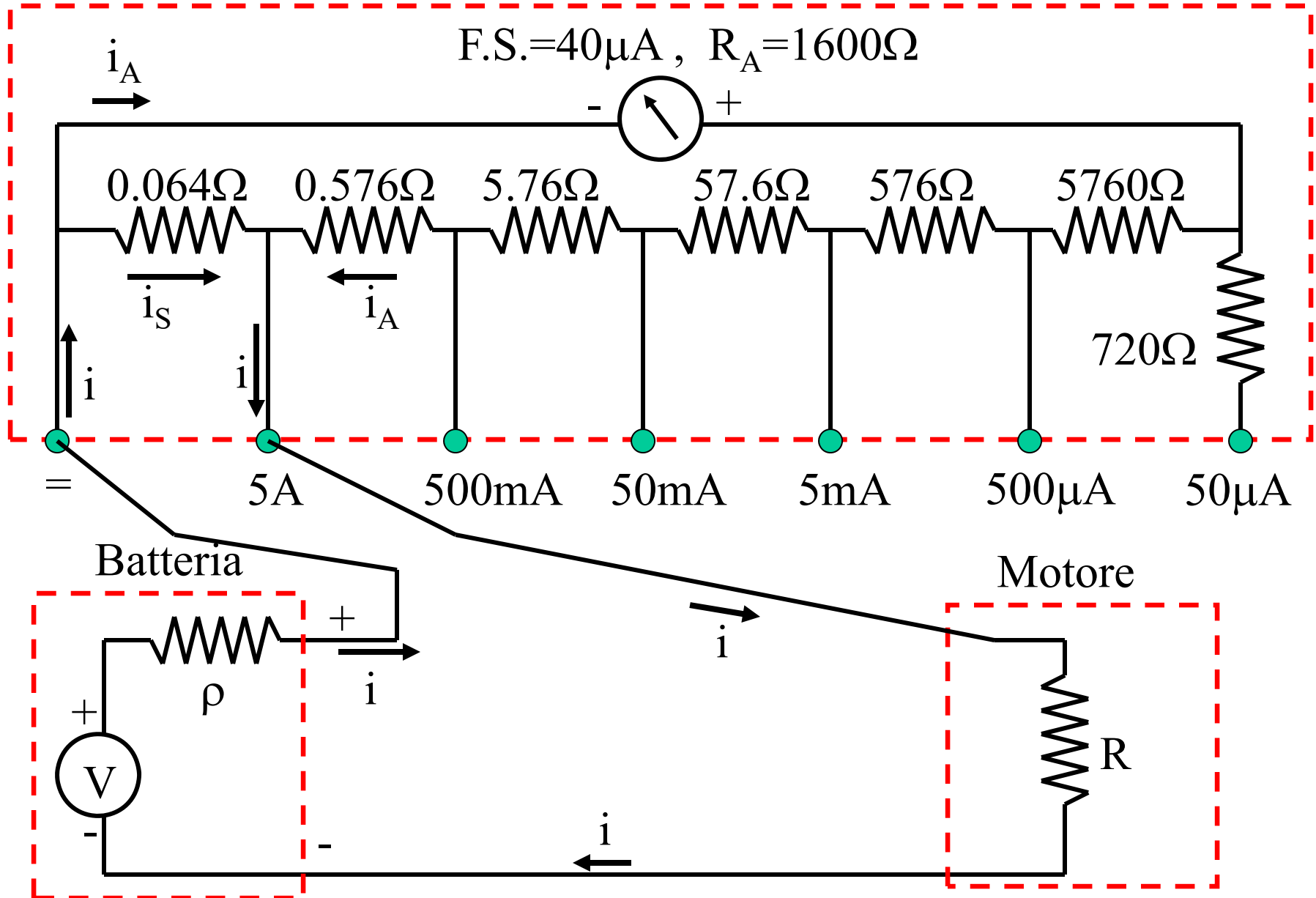
F.S. = $40\mu\text{A}$, $R_A = 1600\Omega$



L' amperometro dello strumento universale

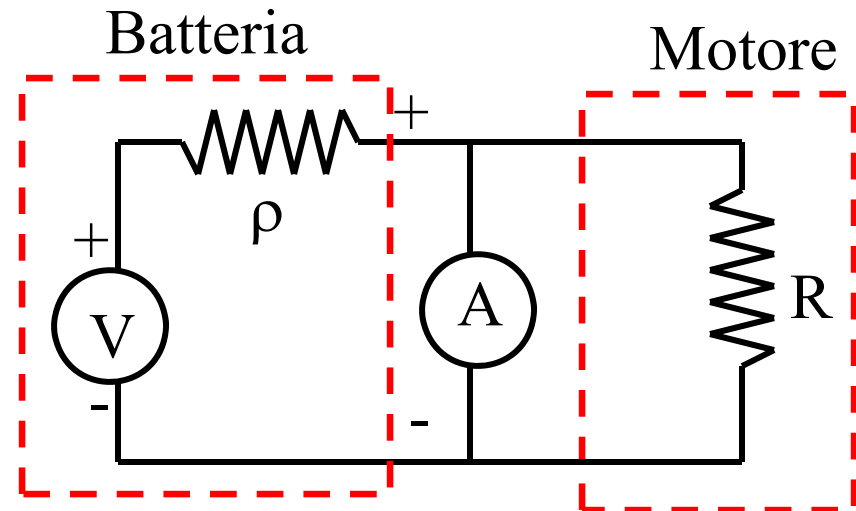
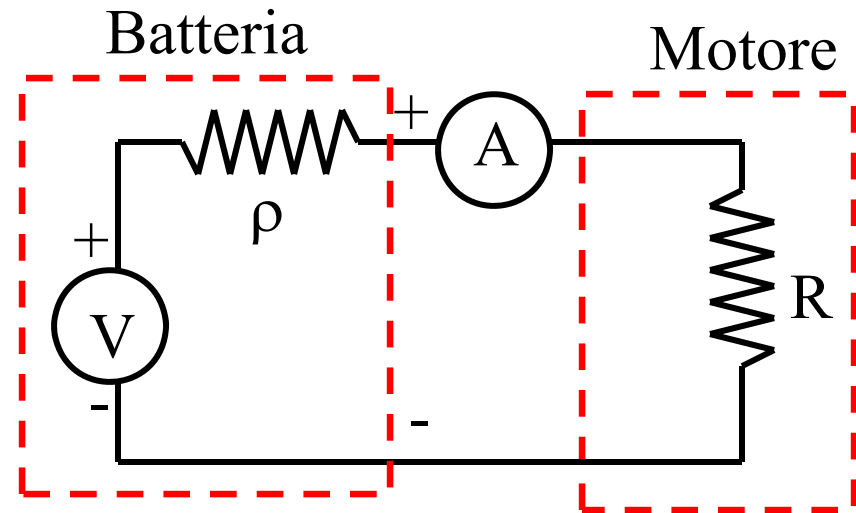
Strumento Universale

F.S. = $40\mu\text{A}$, $R_A = 1600\Omega$



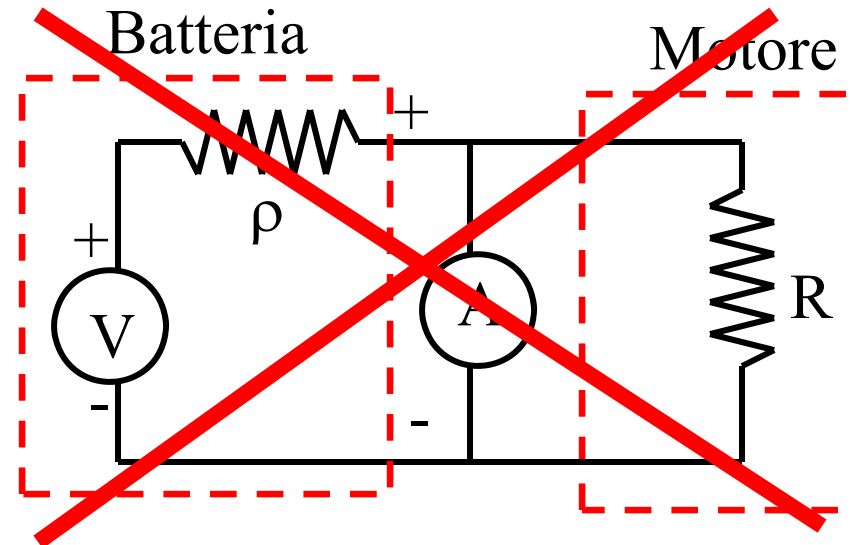
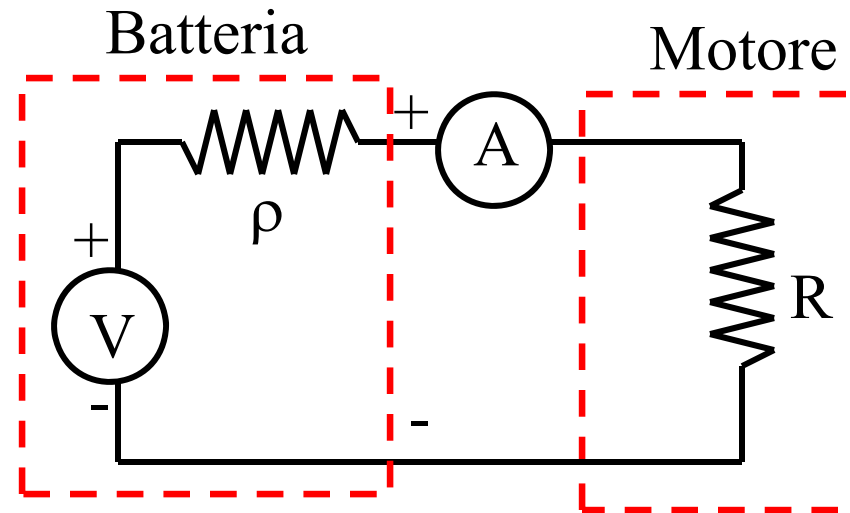
Concetto Importante

- L' amperometro si inserisce sempre IN SERIE al circuito di cui si vuole misurare la corrente.
- L' amperometro non si inserisce MAI IN PARALLELO al circuito di cui si deve misurare la corrente.



Concetto Importante

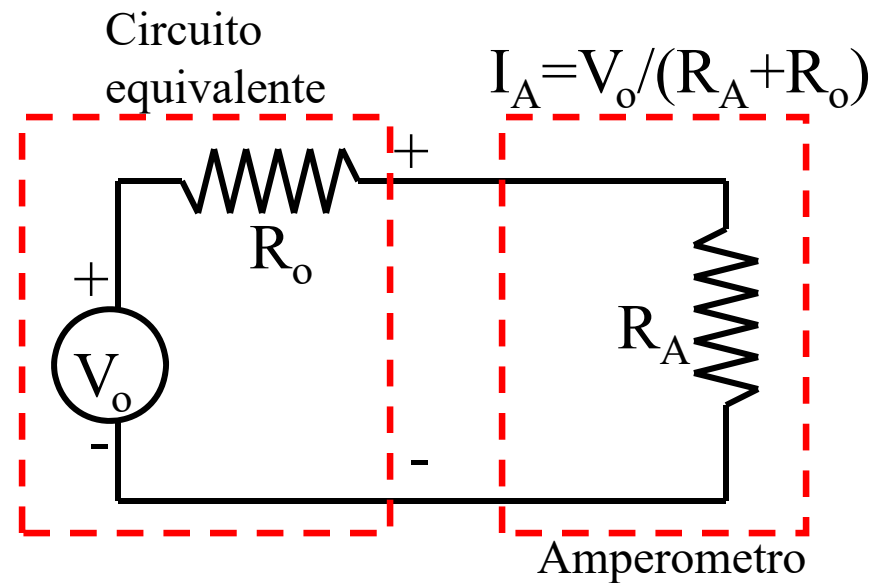
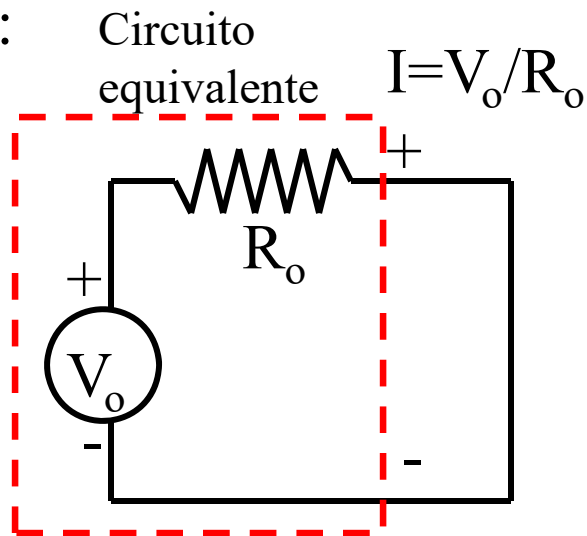
- L' amperometro si inserisce sempre IN SERIE al circuito di cui si vuole misurare la corrente.
- L' amperometro non si inserisce MAI IN PARALLELO al circuito di cui si deve misurare la corrente.
- (bassa R !)



Perturbazione introdotta dall' amperometro.

- L' inserimento dell' amperometro aumenta la resistenza totale del circuito in cui è inserito, quindi la corrente misurata è leggermente inferiore a quella imperturbata. Possiamo calcolare quanto.
- Tra i due punti del circuito in cui operiamo l' interruzione, il circuito in misura può essere rappresentato dal suo equivalente secondo

Thevenin:



$$I_A = \frac{V_o}{R_o + R_A} = \frac{\frac{V_o}{R_o}}{1 + \frac{R_A}{R_o}} = \frac{I}{1 + \frac{R_A}{R_o}}$$

Perturbazione introdotta dall' amperometro.

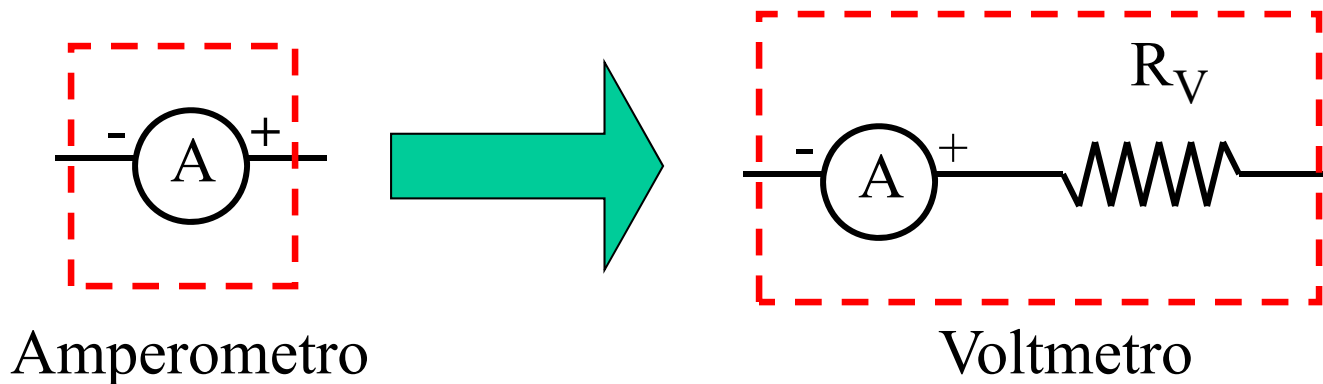
- L' entità della correzione da apportare alla misura I_A per ottenere I dipende dal rapporto R_A/R_o . R_A è scritto nelle specifiche dell' amperometro, R_o si può valutare o misurare.
- Vale la pena di apportare la correzione se l' errore

$$\frac{I - I_A}{I_A} = \frac{R_A}{R_o}$$

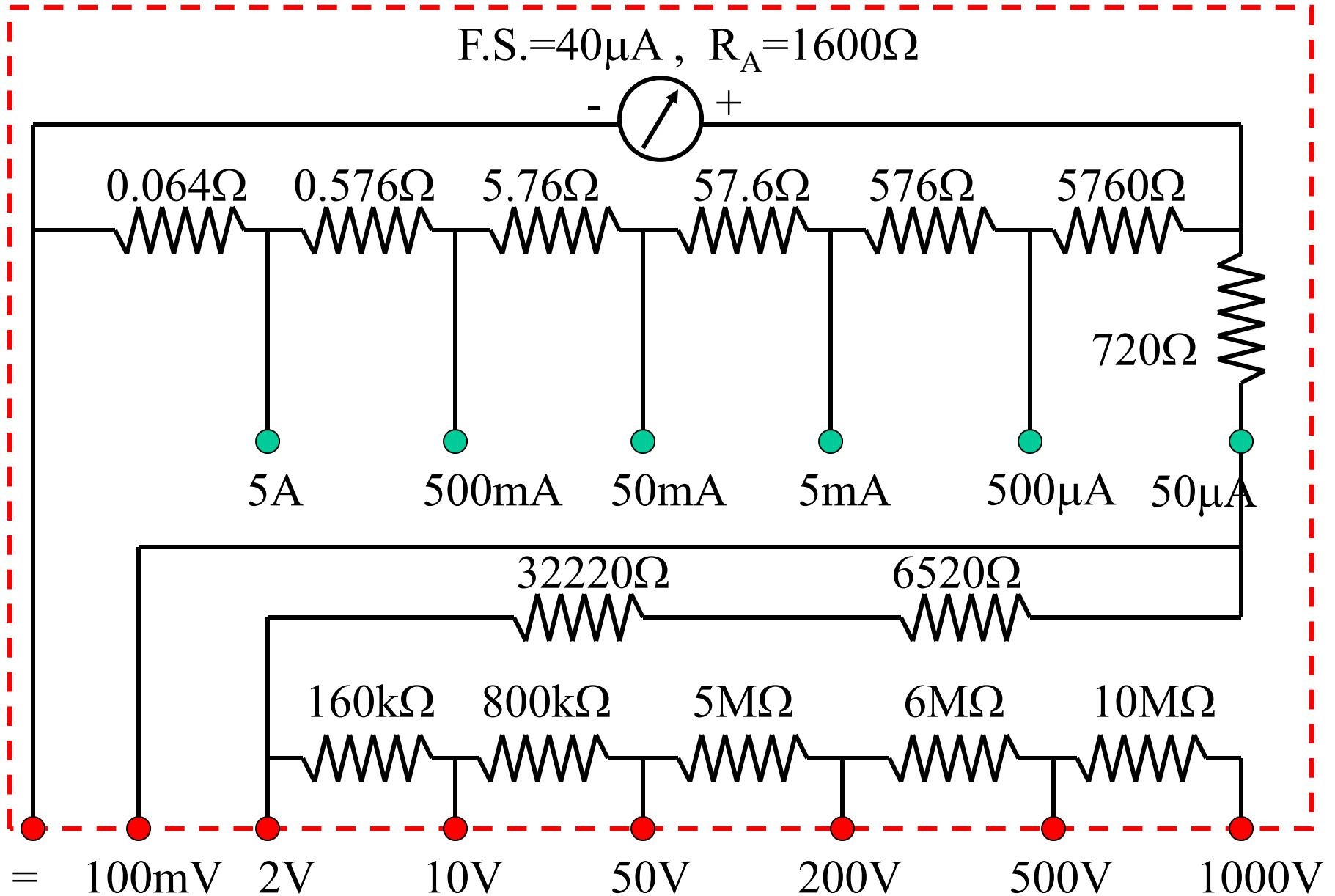
- è maggiore dell' errore percentuale commesso nella lettura di I_A , sommato all' errore di calibrazione.
- Il valore di R_A dipende ovviamente dal particolare shunt utilizzato, e quindi dal fondo scala scelto.
- Questo fatto può essere utilizzato a nostro vantaggio per eliminare R_o dalla valutazione di I , eseguendo la misura con due fondo-scala diversi (con diverse R_A , ambedue note) ed ottenendo quindi un sistema con due equazioni e due incognite.

Il Voltmetro analogico

- Il voltmetro è uno strumento che misura la differenza di potenziale mediante la misura dell' intensità di corrente che scorre in un resistore di resistenza nota.
- Il voltmetro è quindi uno strumento a bobina mobile (come l' amperometro), ma stavolta con una ELEVATA resistenza interna R_V , in modo che perturbi poco la misura:

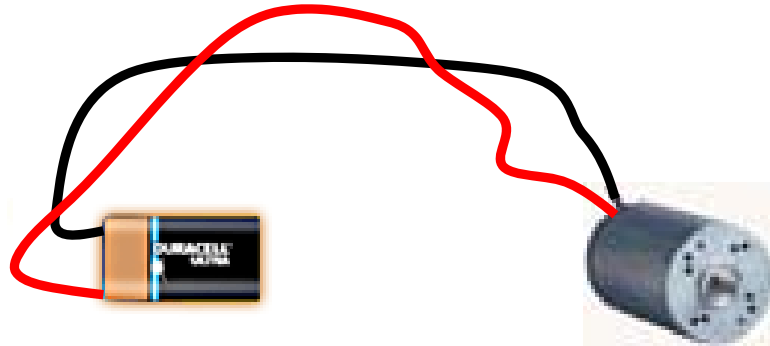


Il voltmetro dello strumento universale

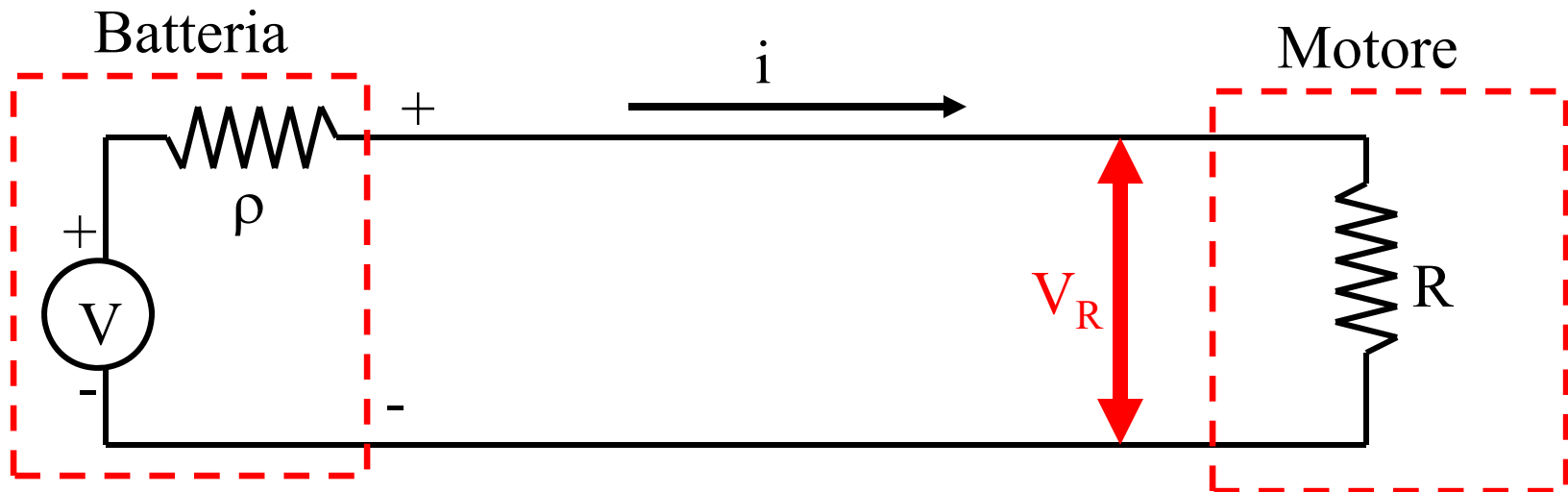


Il voltmetro dello strumento universale

- Esempio: misurare la tensione ai capi della batteria che alimenta un motorino elettrico (durante il funzionamento):

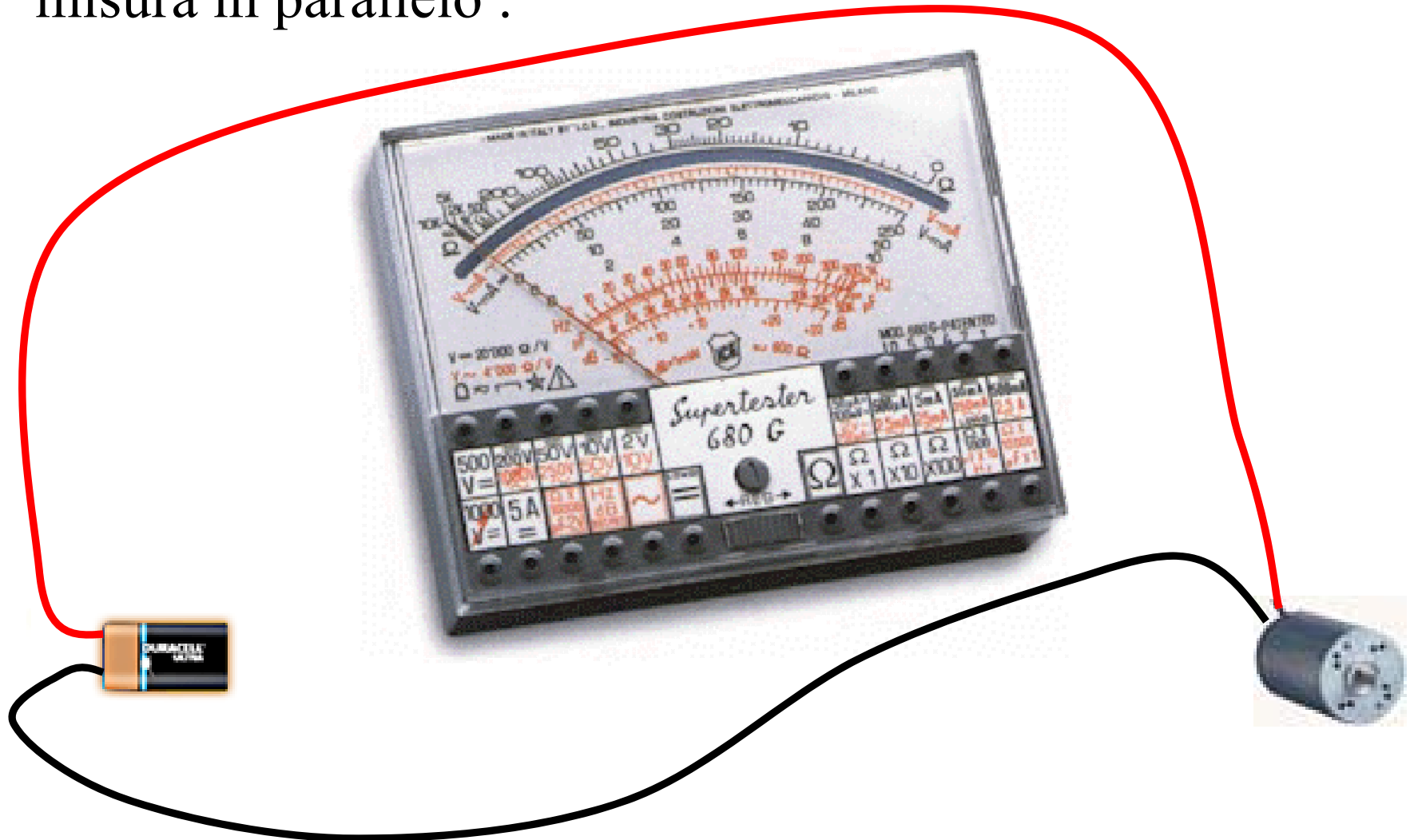


- Schema equivalente:



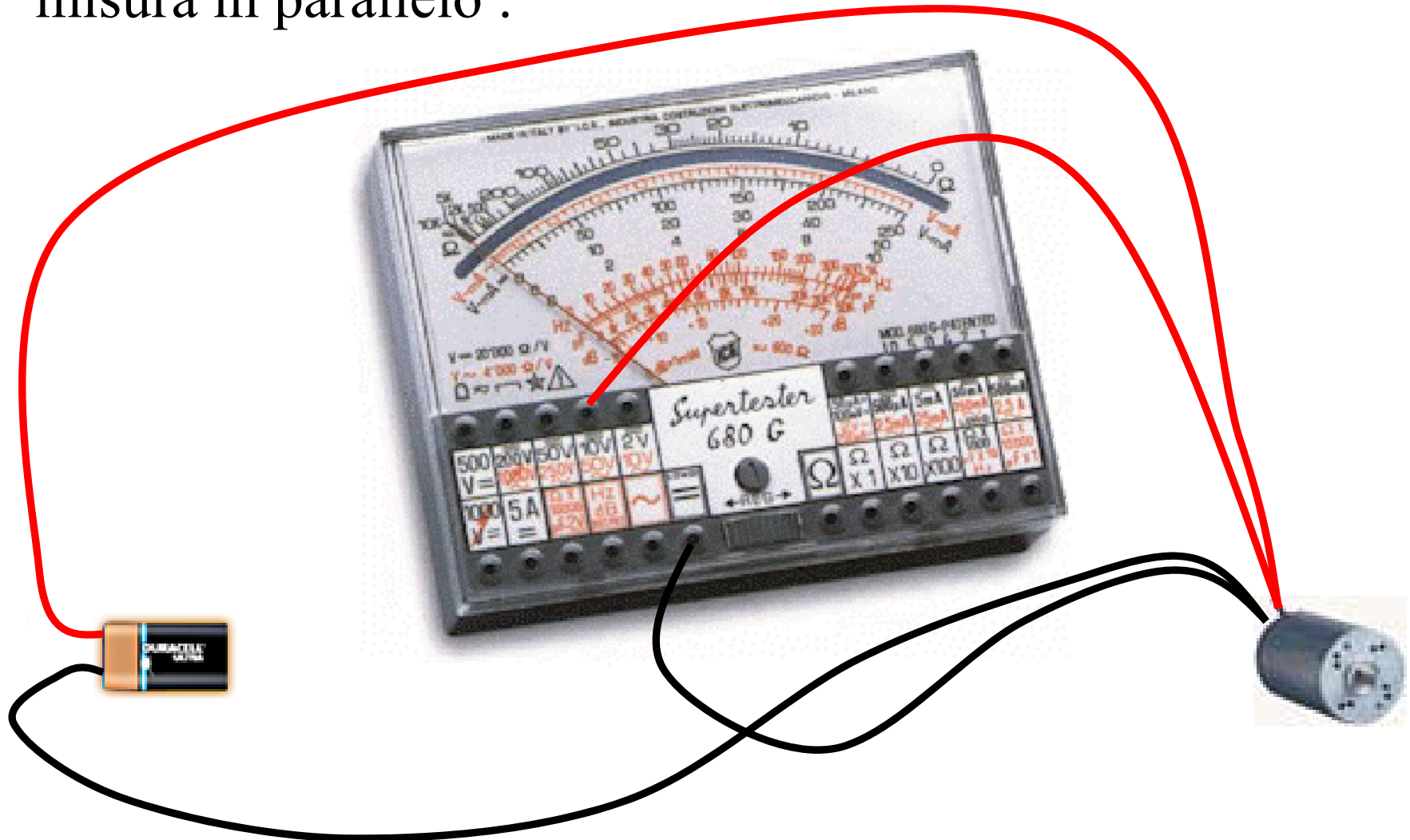
Il voltmetro dello strumento universale

- Per misurare la tensione si deve inserire lo strumento di misura in parallelo :



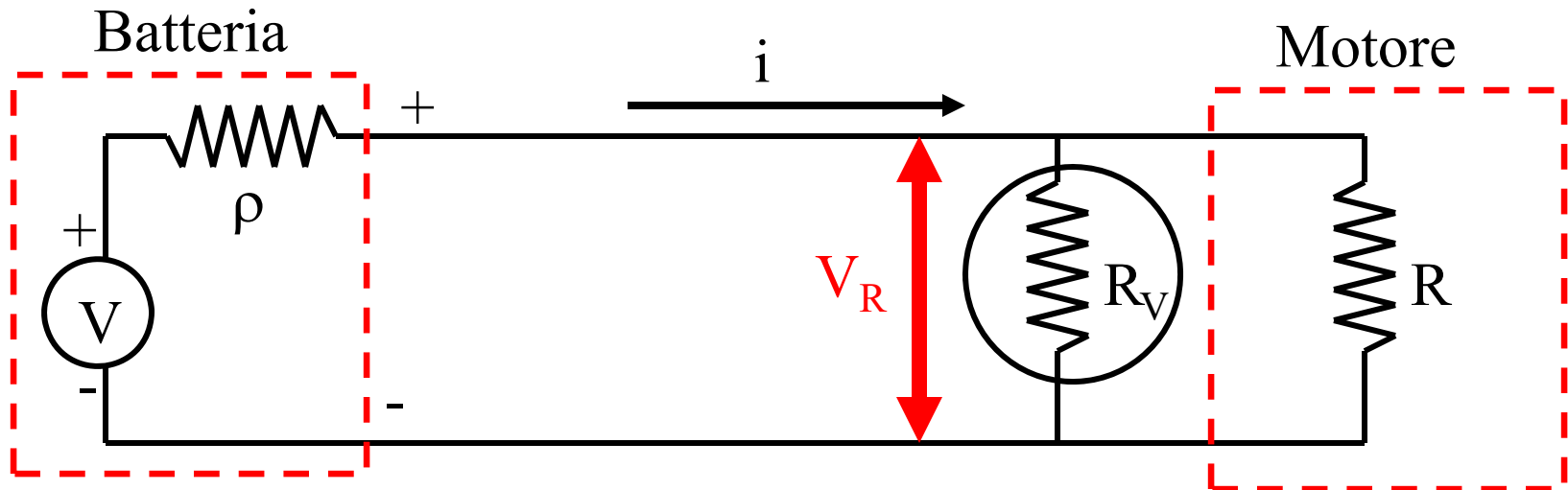
Il voltmetro dello strumento universale

- Per misurare la tensione si deve inserire lo strumento di misura in parallelo :



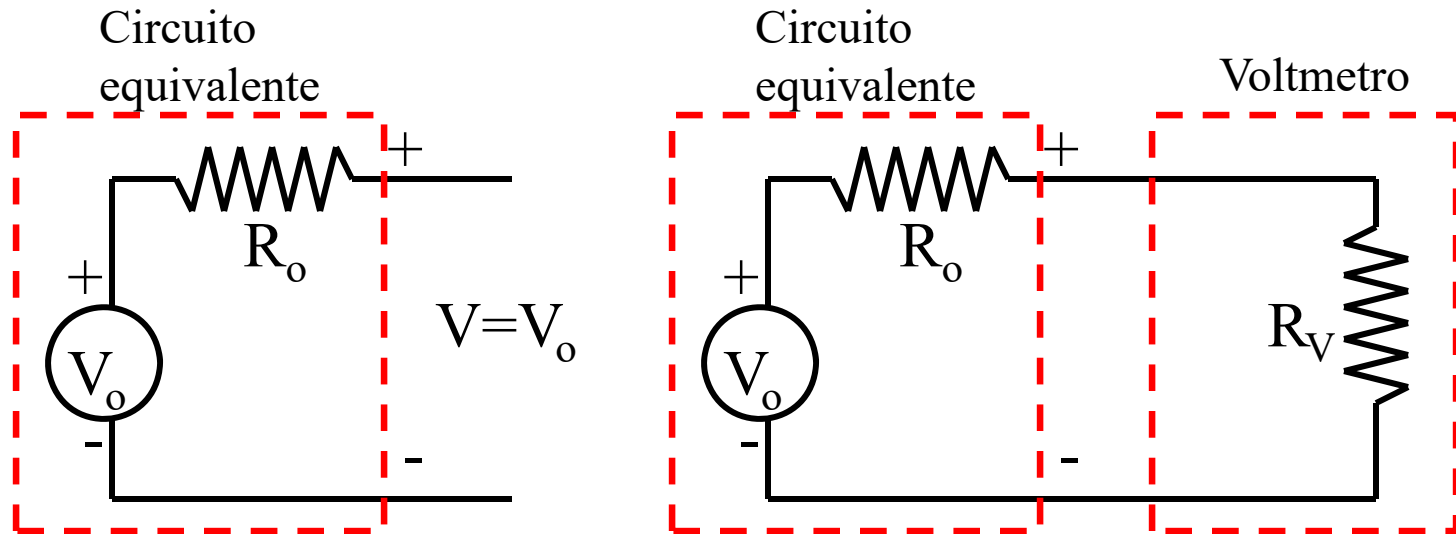
Perturbazione introdotta dal Voltmetro

- L' inserimento del Voltmetro riduce leggermente la tensione ai capi del motore, perchè una piccola parte della corrente originale passa nel voltmetro.



Perturbazione introdotta dal Voltmetro

- Come al solito: si schematizza il circuito in misura con il suo equivalente secondo Thevenin.



$$I_V = \frac{V_o}{R_o + R_v}$$

$$V_V = I_V R_v = V_o \frac{R_v}{R_o + R_v} = V_o \frac{1}{\frac{R_o}{R_v} + 1} \Rightarrow V_o = V_V \left(1 + \frac{R_o}{R_v} \right)$$

Perturbazione introdotta dal Voltmetro

$$V_o = V_V \left(1 + \frac{R_o}{R_V} \right)$$

- L' entità della correzione dipende dal rapporto R_o / R_V . La correzione è trascurabile se $(V_v - V_o) / V_v$ è minore degli errori di lettura e di calibrazione.
- Il valore di R_V si valuta a partire dalla corrente di fondo scala dell' amperometro che c'è all' interno del voltmetro.
- Per lo strumento universale a nostra disposizione, la corrente di fondo scala è di $50\mu A$. Per la legge di Ohm:

$$\frac{1}{I_{FS}} = \frac{R_V}{V_{FS}}$$

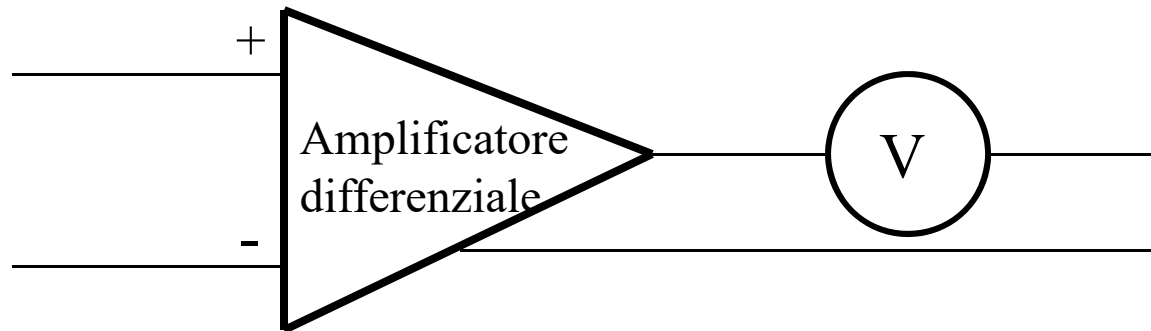
- Quindi abbiamo una resistenza interna del Voltmetro di $20000\Omega / V_{FS}$. Ad esempio
 - per il fondo scala di 50V, la resistenza R_V vale $20000\Omega / V_{FS} \times 50 V_{FS} = \mathbf{1M\Omega}$.
 - per il fondo scala di 100mV, la resistenza R_V vale $20000\Omega / V_{FS} \times 0.1 V_{FS} = \mathbf{2k\Omega}$.

Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- Si può migliorare lo strumento di misura di correnti e tensioni in due modi:
 - Diminuendo le perturbazioni che esso introduce nel circuito
 - Costruendo circuiti che convertono il risultato della misura in forma digitale, in modo da
 - Usare una visualizzazione numerica, eliminando l' errore di lettura sulla scala graduata
 - poterlo acquisire su un computer per una successiva elaborazione.

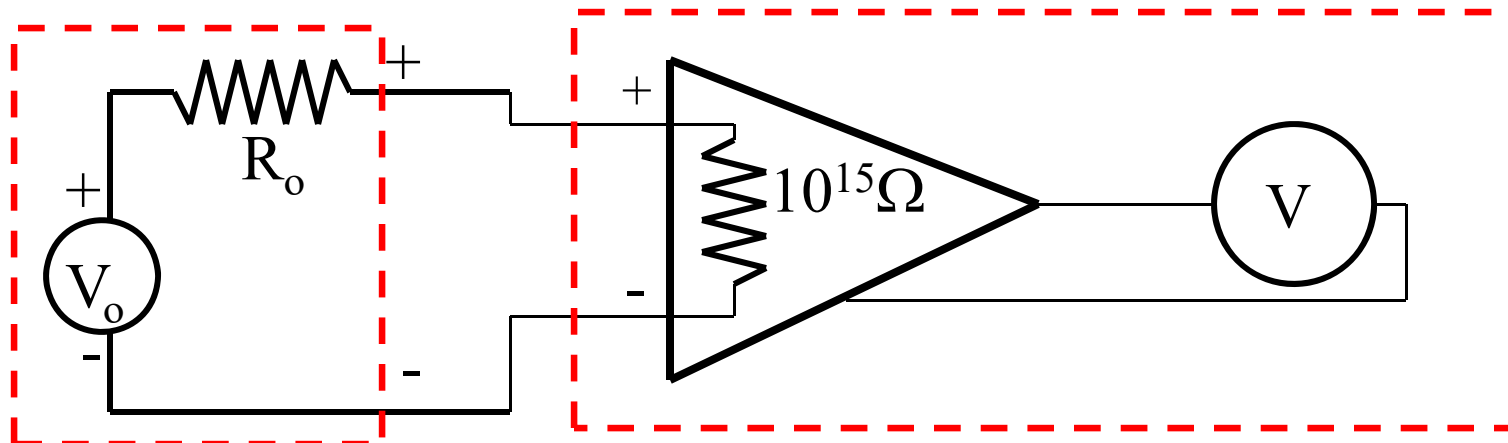
Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- Le perturbazioni introdotte dallo strumento analogico sono dovute alla resistenza relativamente bassa della bobina mobile (è un avvolgimento di filo) ed alla corrente relativamente alta necessaria a produrre la coppia necessaria per muovere l'equipaggio mobile.
- Si possono utilizzare dei circuiti amplificatori, inserendoli tra il circuito sotto misura e l'amperometro, in modo da produrre una corrente nell'amperometro amplificata di un fattore $G > 1$ rispetto alla corrente estratta dal circuito in esame.
- All'interno di questi amplificatori si utilizzano Transistor a Effetto di Campo (FET, field effect transistor), che permettono di generare correnti rilevanti estraendo una corrente trascurabile ($fA = 10^{-15} A$) dal circuito in esame.



Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- Le perturbazioni introdotte dallo strumento analogico sono dovute alla resistenza relativamente bassa della bobina mobile (è un avvolgimento di filo) ed alla corrente relativamente alta necessaria a produrre la coppia necessaria per muovere l'equipaggio mobile.
- Si possono utilizzare dei circuiti amplificatori, inserendoli tra il circuito sotto misura e l'amperometro, in modo da produrre una corrente nell'amperometro amplificata di un fattore $G > 1$ rispetto alla corrente estratta dal circuito in esame.
- All'interno di questi amplificatori si utilizzano Transistor a Effetto di Campo (FET, field effect transistor), che permettono di generare correnti rilevanti estraendo una corrente trascurabile ($fA = 10^{-15} A$) dal circuito in esame.



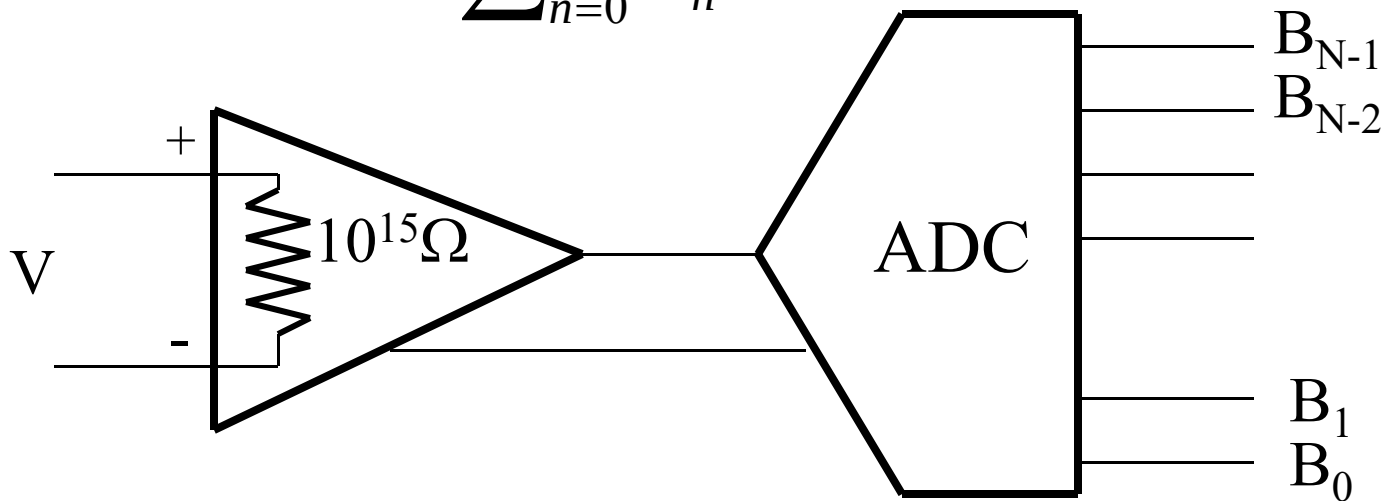
Circuito in esame
(Equivalente secondo Thevenin)

Voltmetro elettronico

Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- La tensione in uscita dal voltmetro può essere convertita in un numero digitale utilizzando un apposito Convertitore Analogico Digitale (ADC = analog to digital converter).
- Si tratta di un circuito che converte una tensione in ingresso in un insieme di N livelli di tensione in uscita, ciascuno dei quali rappresenta un bit della rappresentazione binaria $\{B_n, n=0, N-1\}$ del valore della tensione ($B_n=0$ o 1 a seconda che il livello di tensione sull' n-ma linea sia 0 o 5V).

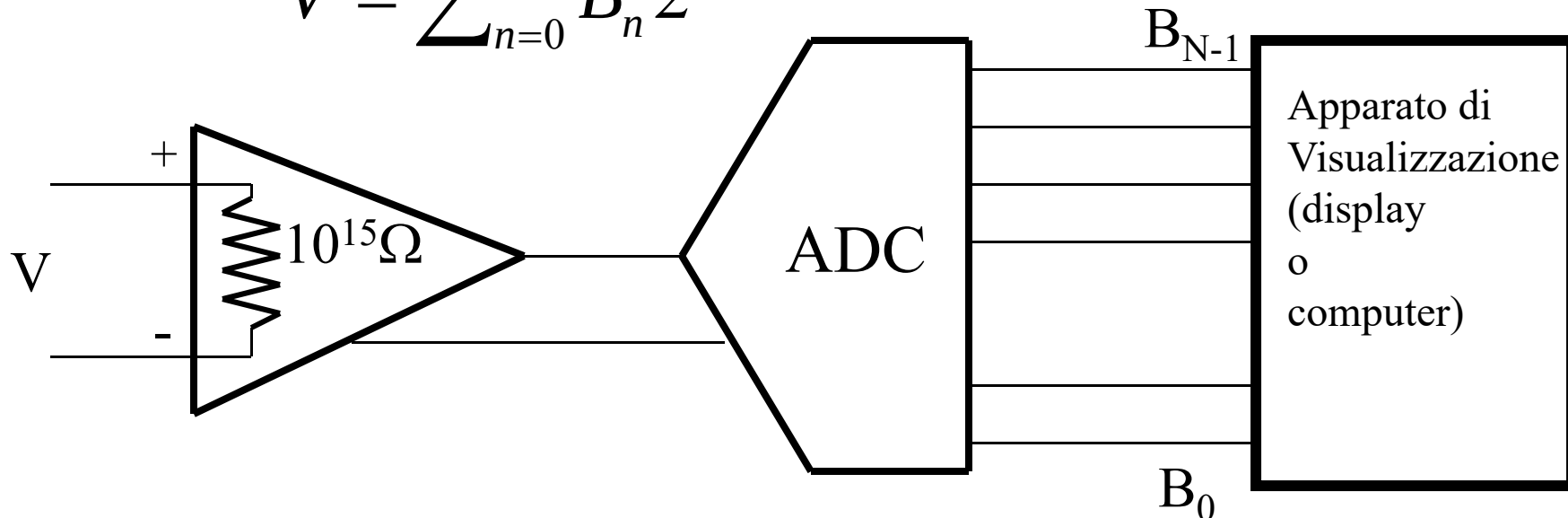
$$V = \sum_{n=0}^{N-1} B_n 2^n$$



Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

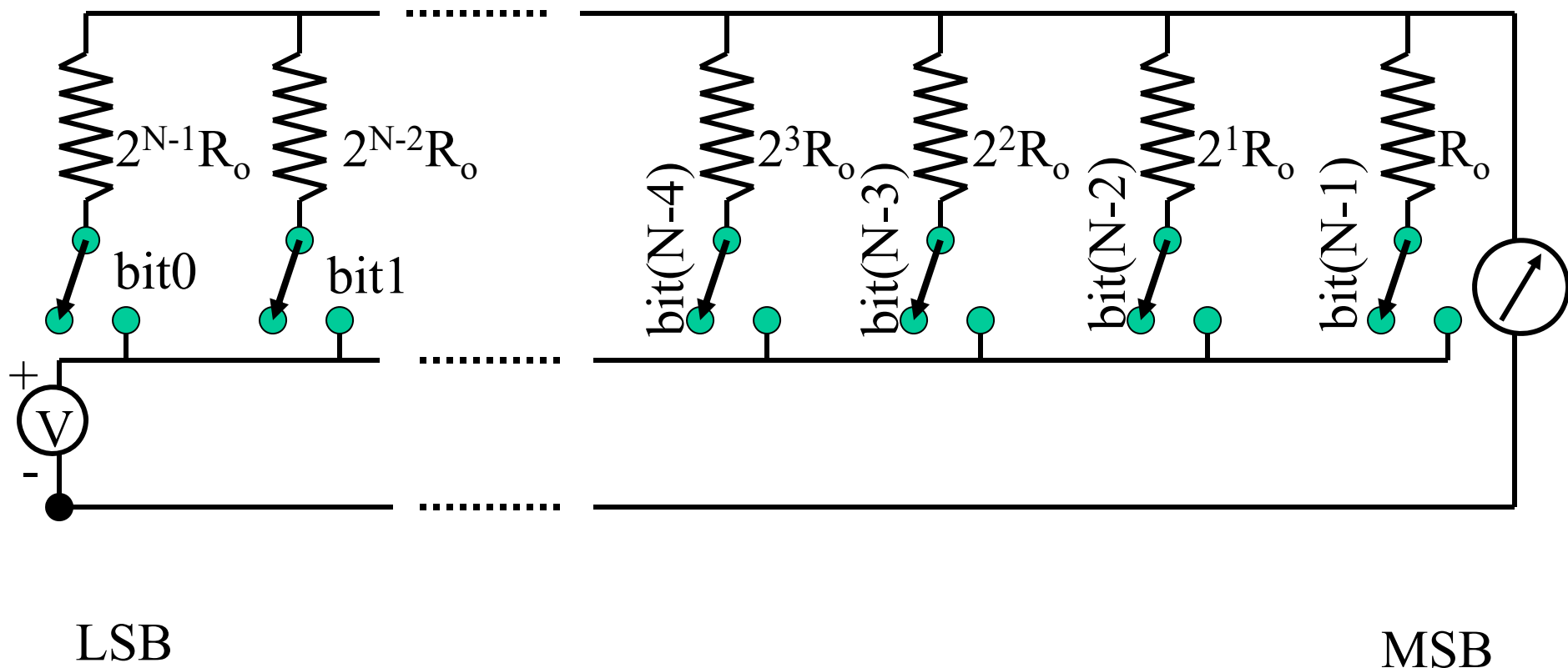
- La tensione in uscita dal voltmetro può essere convertita in un numero digitale utilizzando un apposito Convertitore Analogico Digitale (ADC = analog to digital converter).
- Si tratta di un circuito che converte una tensione in ingresso in un insieme di N livelli di tensione in uscita, ciascuno dei quali rappresenta un bit della rappresentazione binaria $\{B_n, n=0, N-1\}$ del valore della tensione ($B_n=0$ o 1 a seconda che il livello di tensione sull' n-ma linea sia 0 o 5V).

$$V = \sum_{n=0}^{N-1} B_n 2^n$$



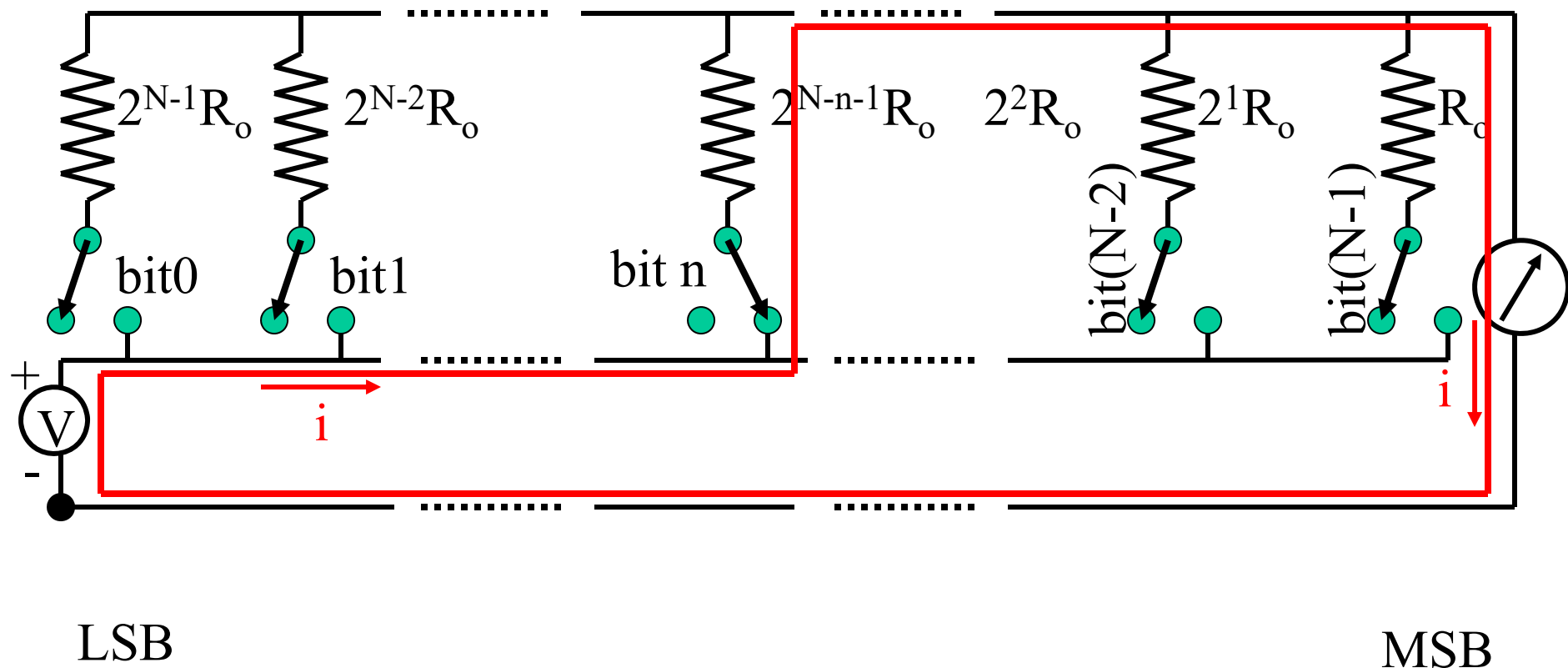
Convertitore Digitale Analogico - 1

- Consideriamo una rete fatta di N resistenze con valori che vanno da R_o a $2^{N-1}R_o$.
- Usando i deviatori, ciascuna delle resistenze può essere connessa a V oppure no, a seconda che il relativo bit sia 1 o 0.

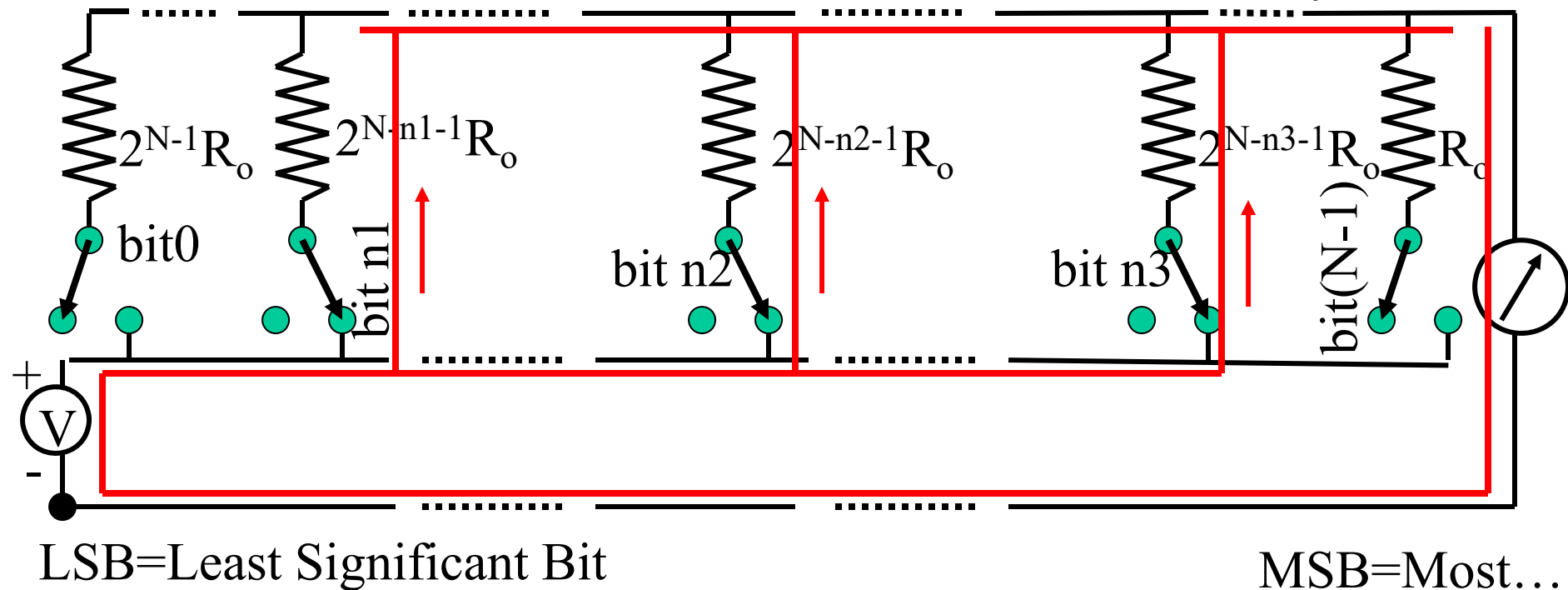


Convertitore Digitale Analogico - 1

- Quando si accende il bit n , nell'amperometro scorre una corrente $i = V / 2^{N-n-1} R_0$



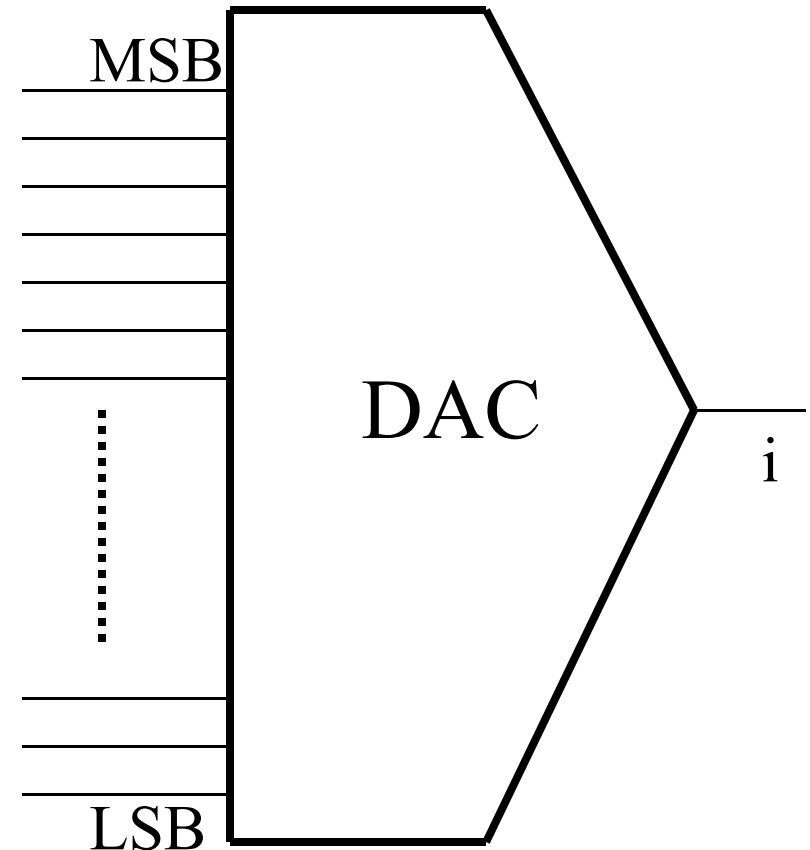
- Se si accendono i bit $n1, n2, n3$, nell' amperometro scorre una corrente $i = V(1/2^{N-n1-1}R_o + 1/2^{N-n2-1}R_o + 1/2^{N-n3-1}R_o)$
- Ma la corrente di ciascun bit è un multiplo della corrente del bit più piccolo $i_o = V/2^{N-1}R_o$
- Quindi l' LSB produce una corrente i_o , il successivo $2i_o$, il successivo $4i_o$ e così via fino a $2^{N-1}i_o$ per il MSB.
- Si può approssimare una i qualsiasi con la combinazione binaria dei bit opportuni (quantizzando la i con passo i_o).
$$i = i_o \sum_{n=0}^{N-1} B_n 2^n$$



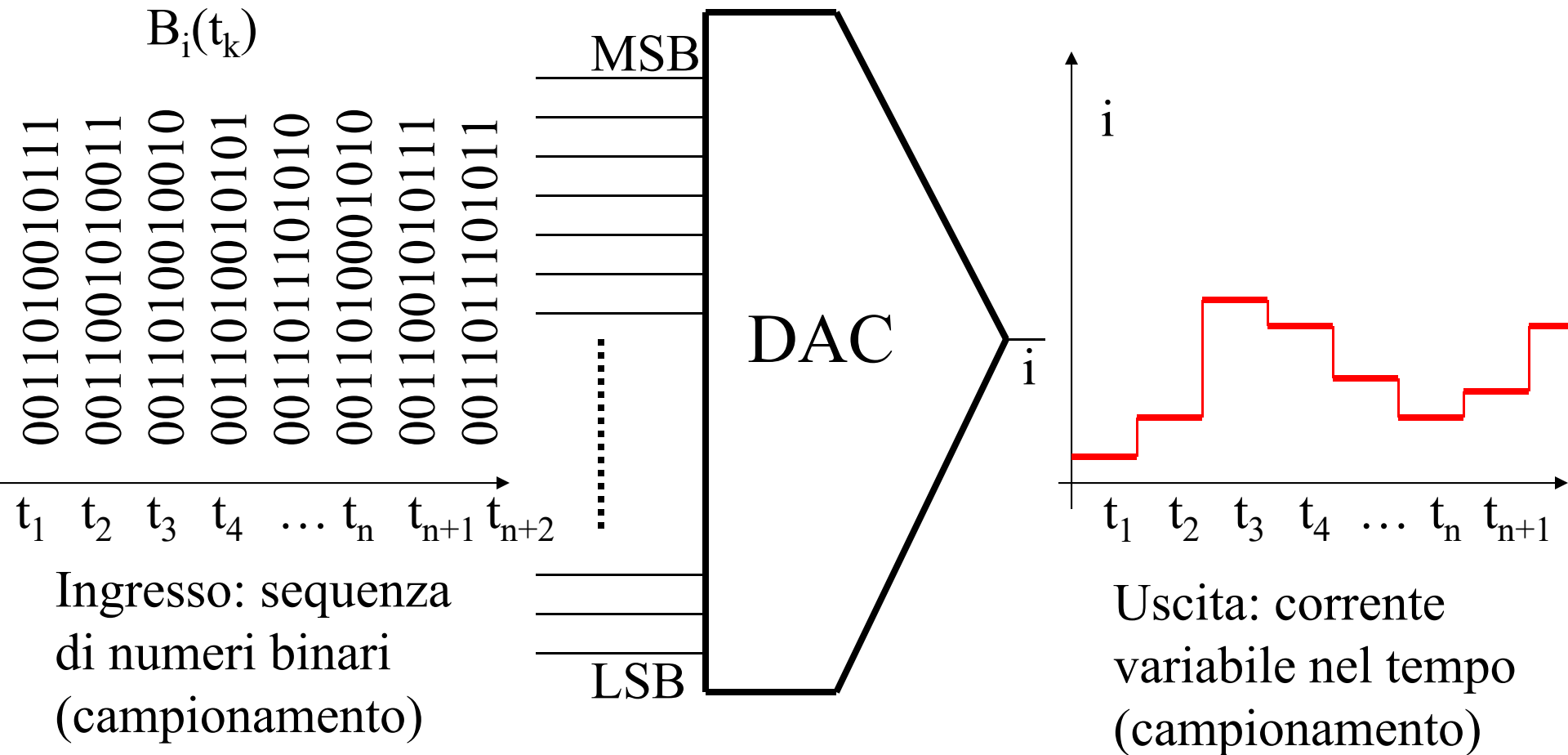
Convertitore Digitale- Analogico

- Un convertitore Digitale-Analogico (DAC, digital to analog converter) a N bit è un circuito con N ingressi ed una uscita
- In ingresso ci sono le N tensioni che rappresentano il numero binario d'ingresso B_n : $V_i=0$ o V a seconda che $B_i=0$ o 1
- In uscita c'è la corrente proporzionale al numero d'ingresso:

$$i = i_o \sum_{n=0}^{N-1} B_n 2^n$$

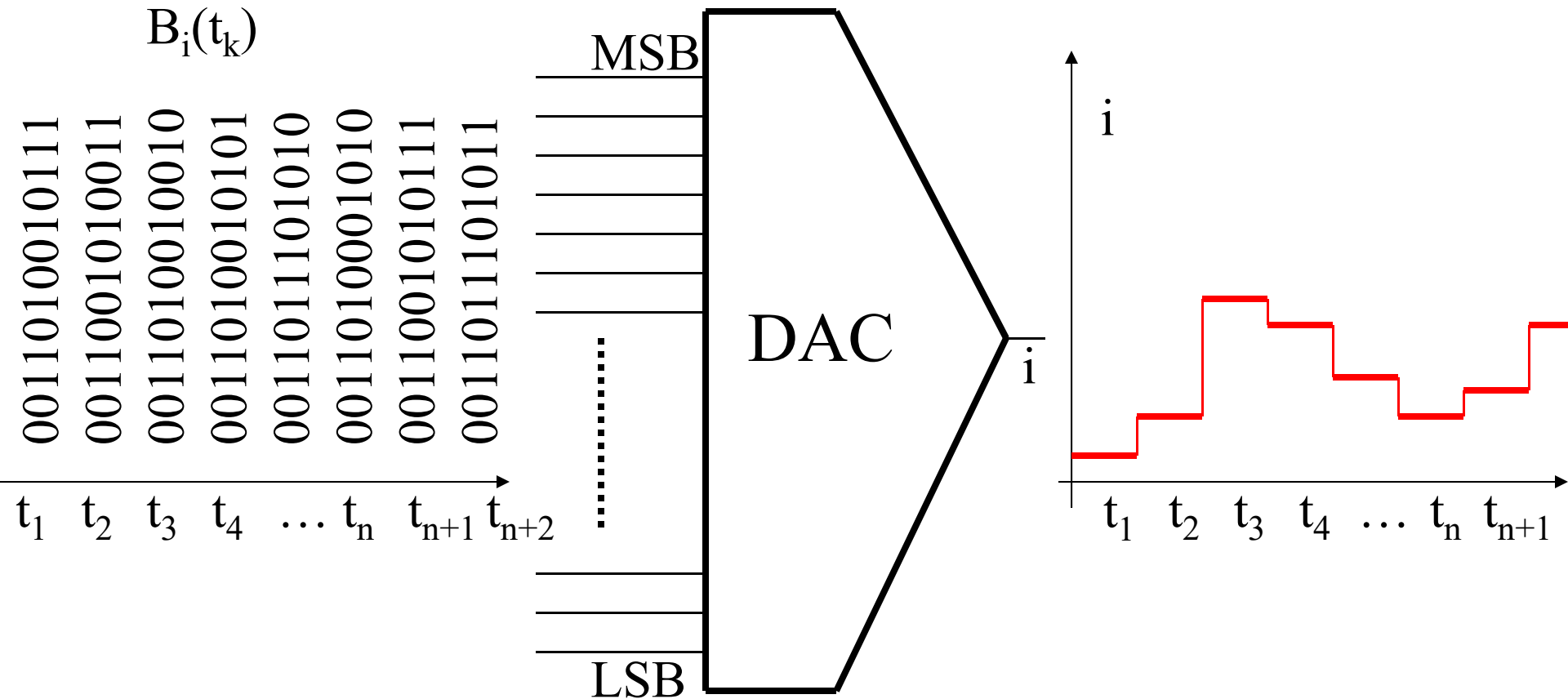


Convertitore Digitale- Analogico



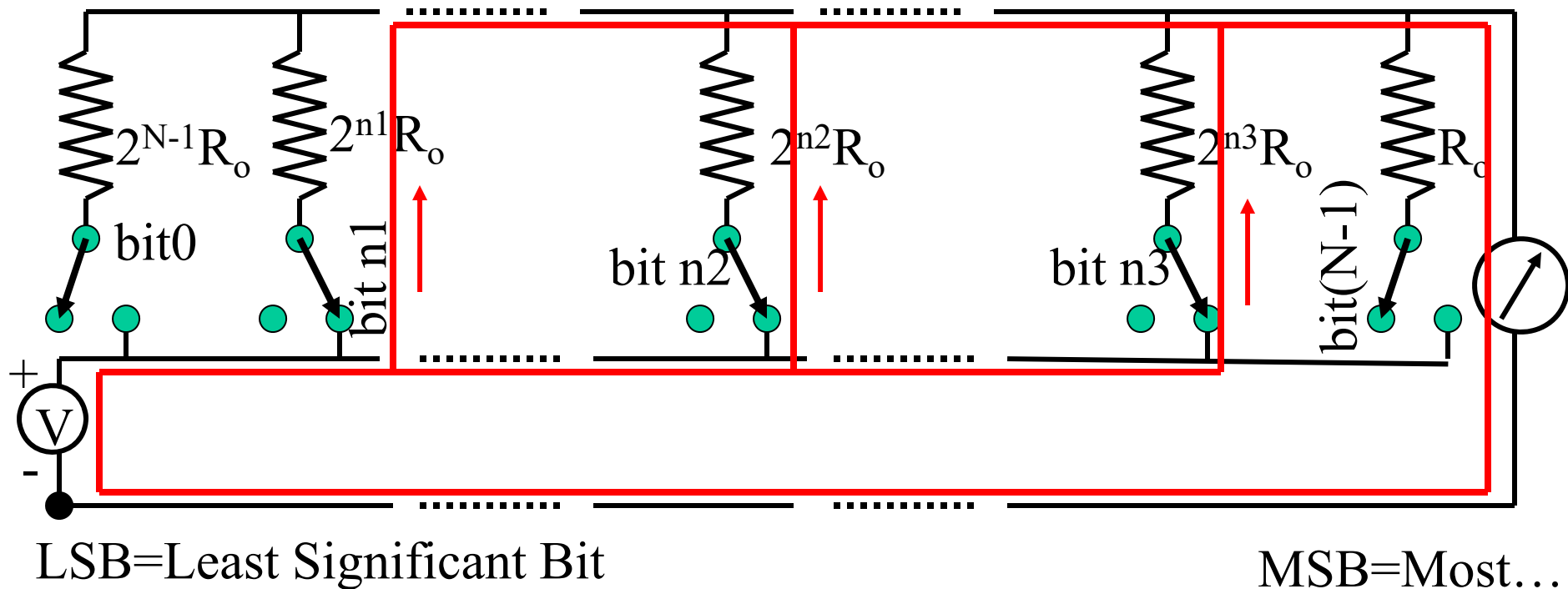
Convertitore Digitale- Analogico

- L' applicazione tipica è il riproduttore di musica digitale (CD):



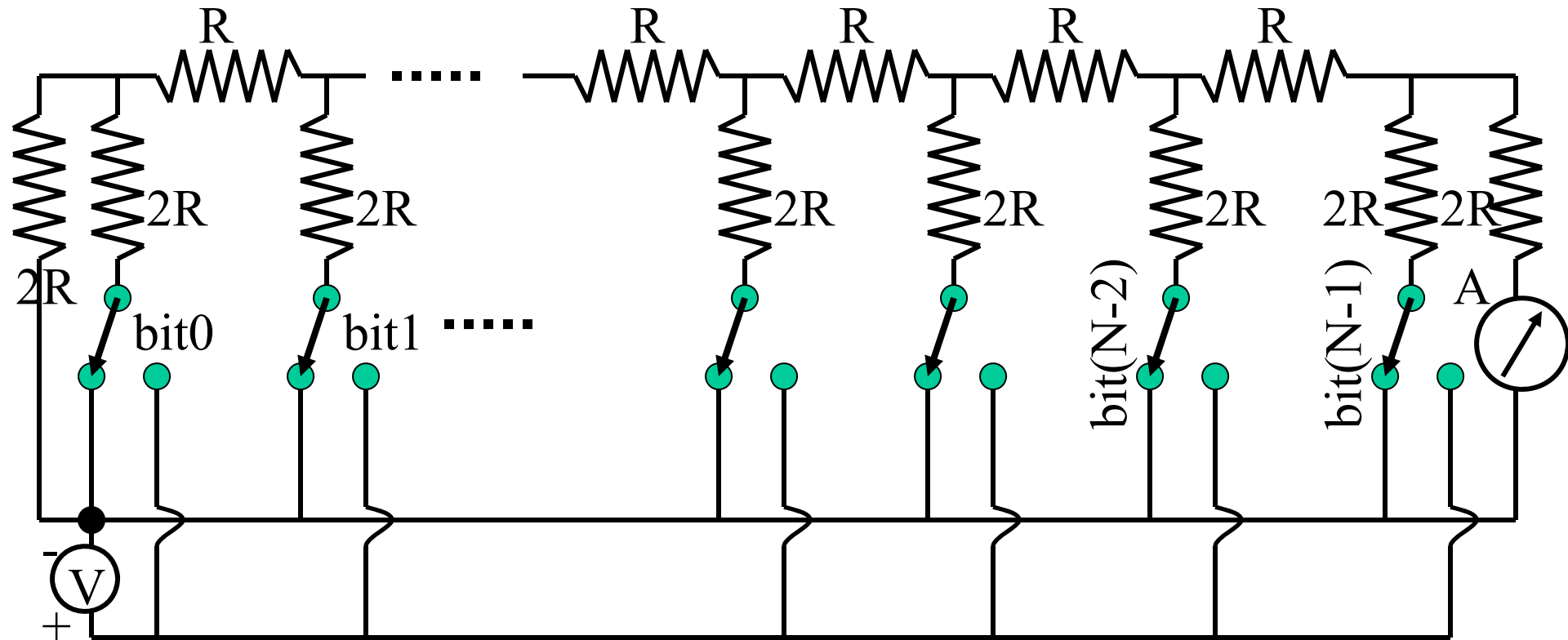
Convertitore Digitale Analogico - 1

- Il difetto di questo circuito è che R_o deve essere molto maggiore della resistenza interna dell'amperometro (v. Ipotesi fatta su I_o e I_n), che già da sola può essere $1\text{k}\Omega$).
- Allora per 16 bit ($2^{16}=65536$ livelli di corrente) la resistenza più grande deve essere $\gg 2^{15}\text{k}\Omega$, e contemporaneamente precisa entro $1\text{k}\Omega$. Non si fa !

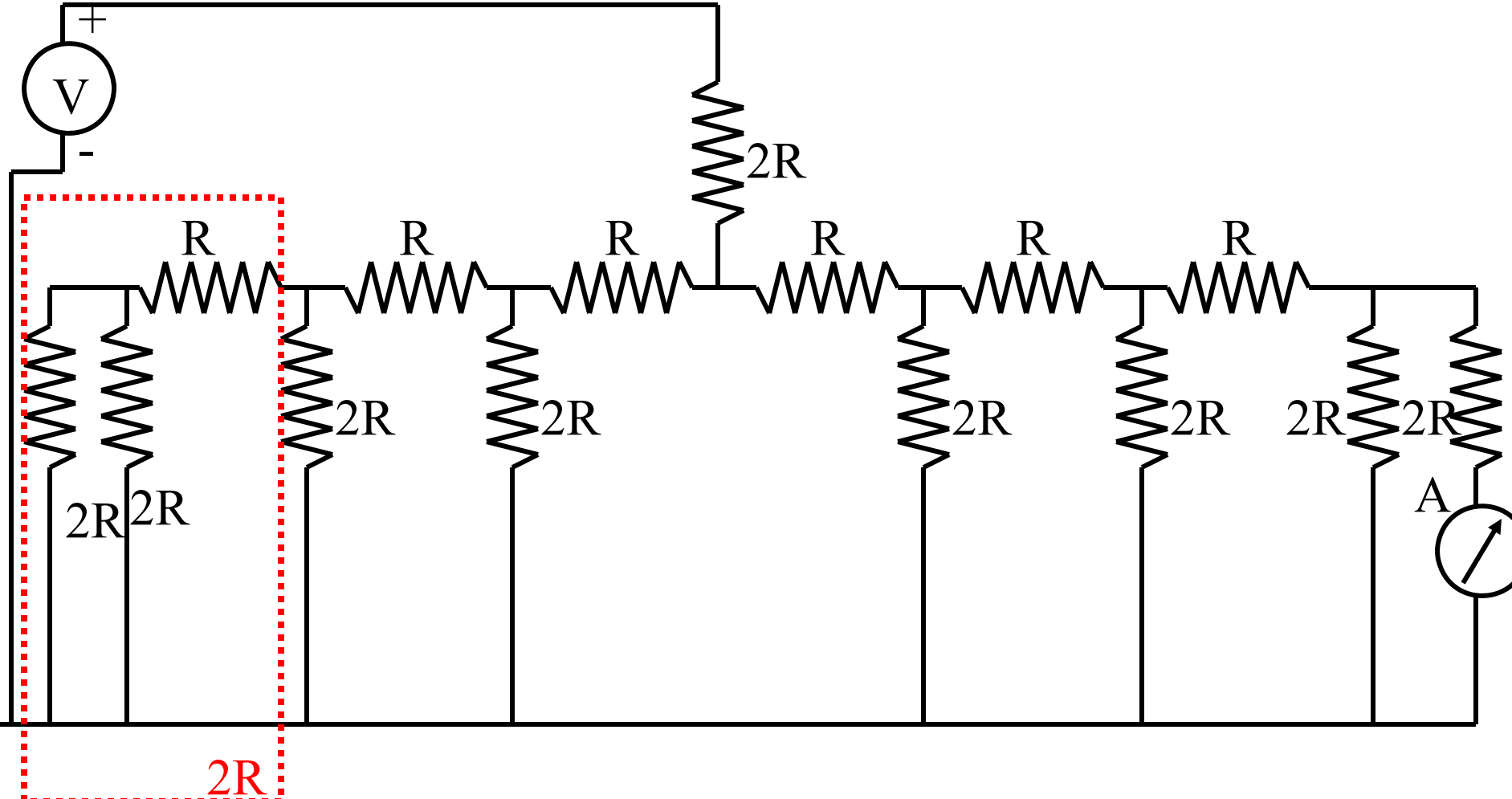


Convertitore Digitale Analogico - 2

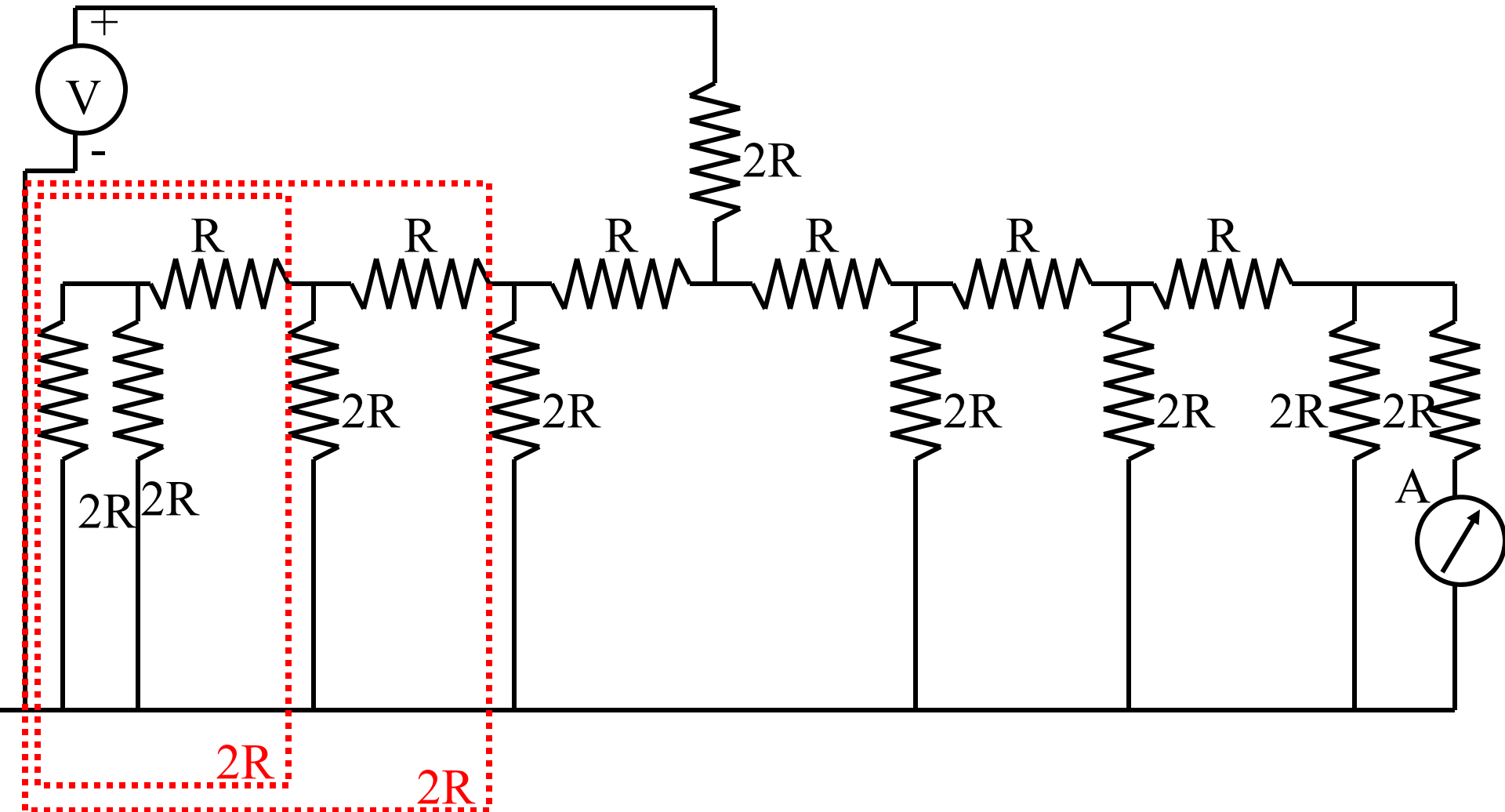
- Consideriamo invece una rete fatta di resistenze R e $2R$ come sotto.
- Usando i deviatori, ciascuna delle resistenze $2R$ può essere connessa a 0 oppure a V a seconda che il relativo bit sia 0 o 1.



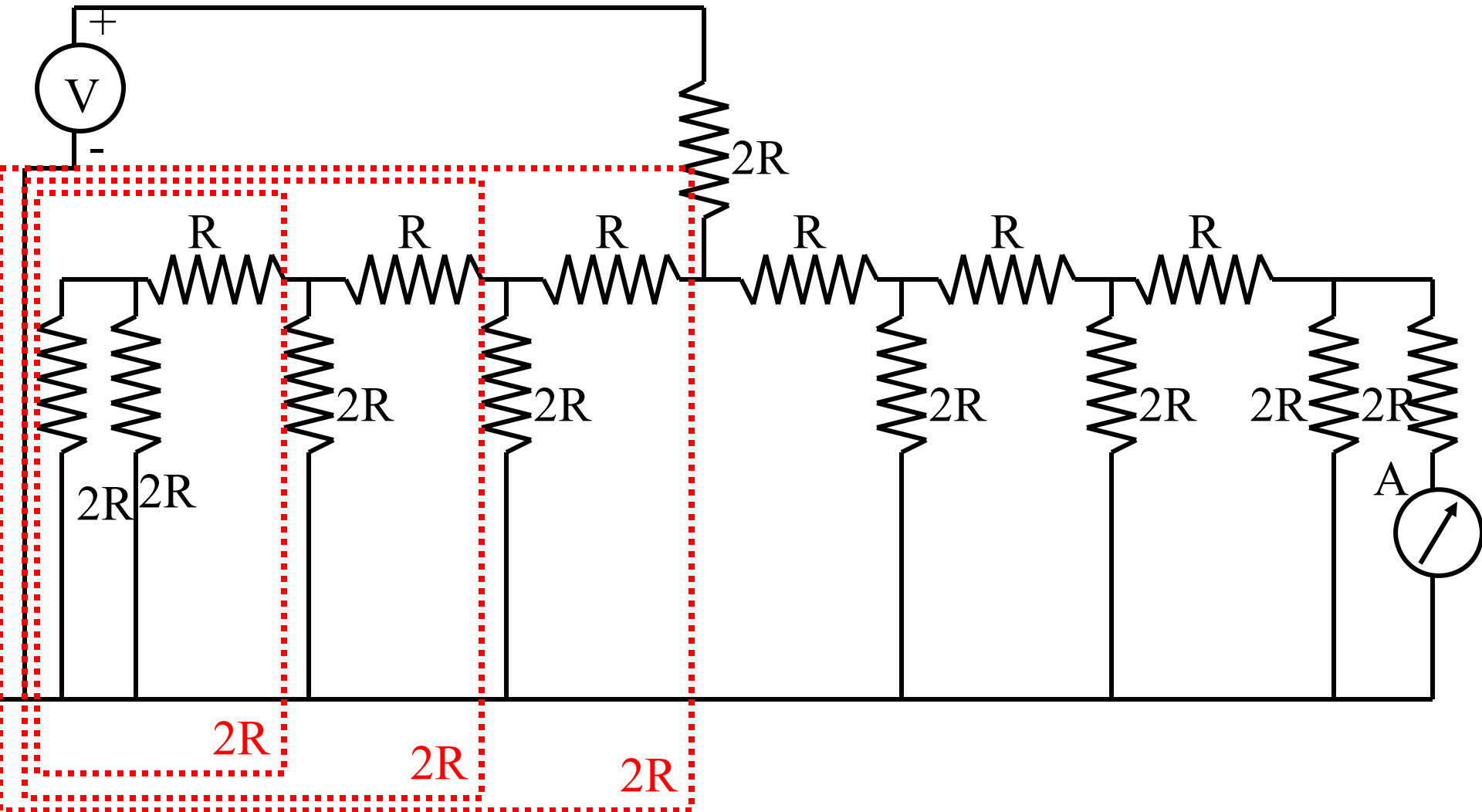
- Infatti:



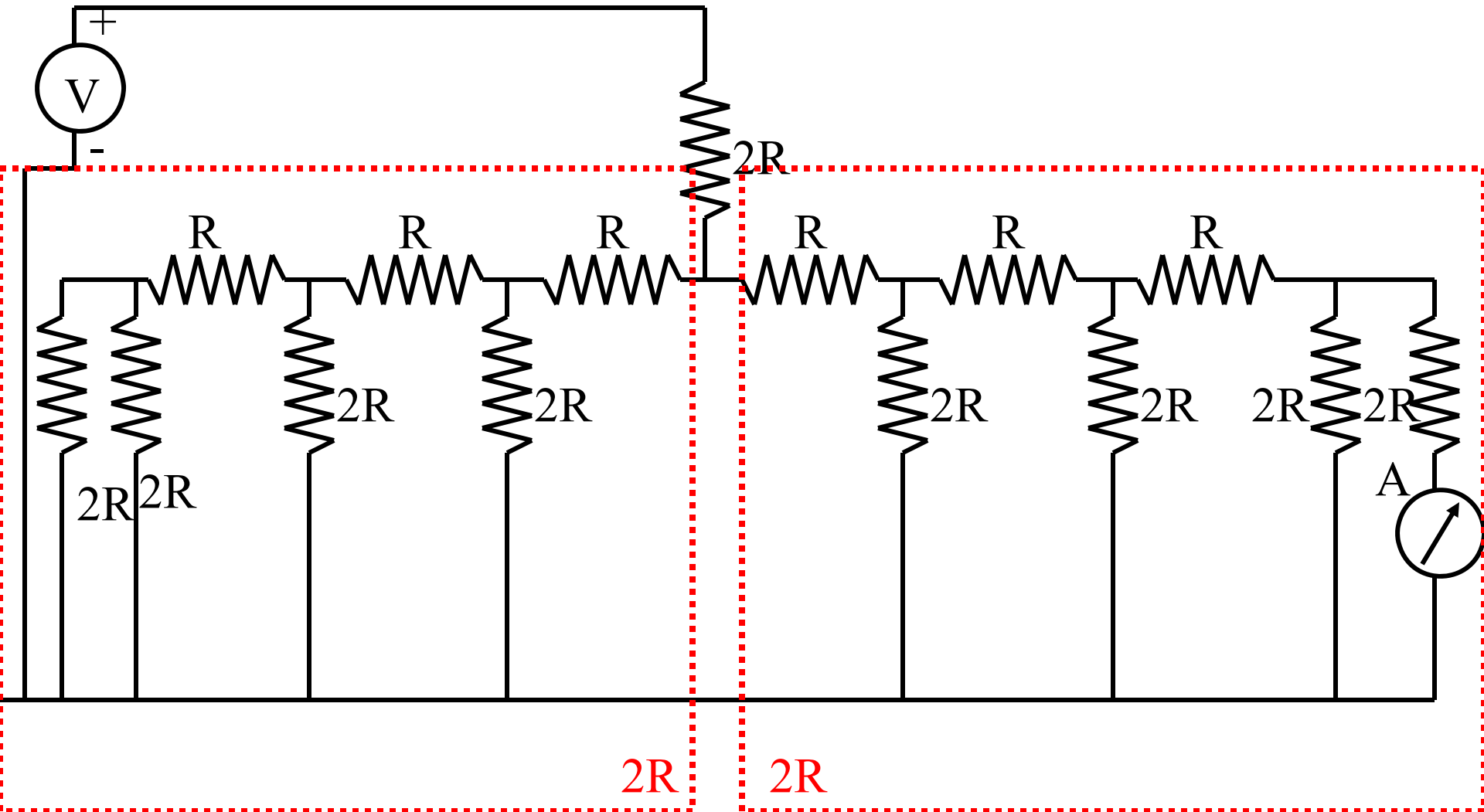
- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



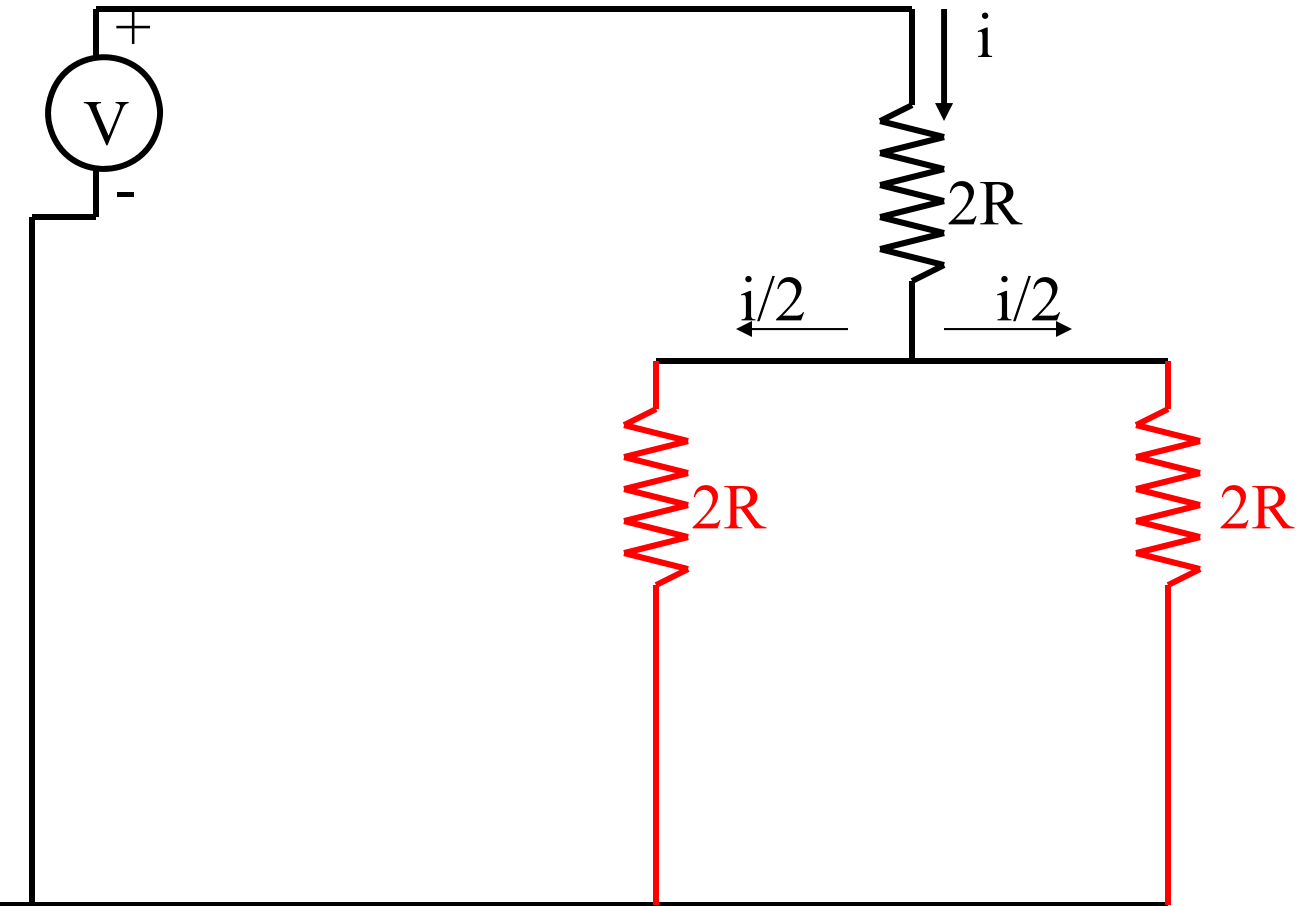
- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



- Inoltre $i = V/3R$

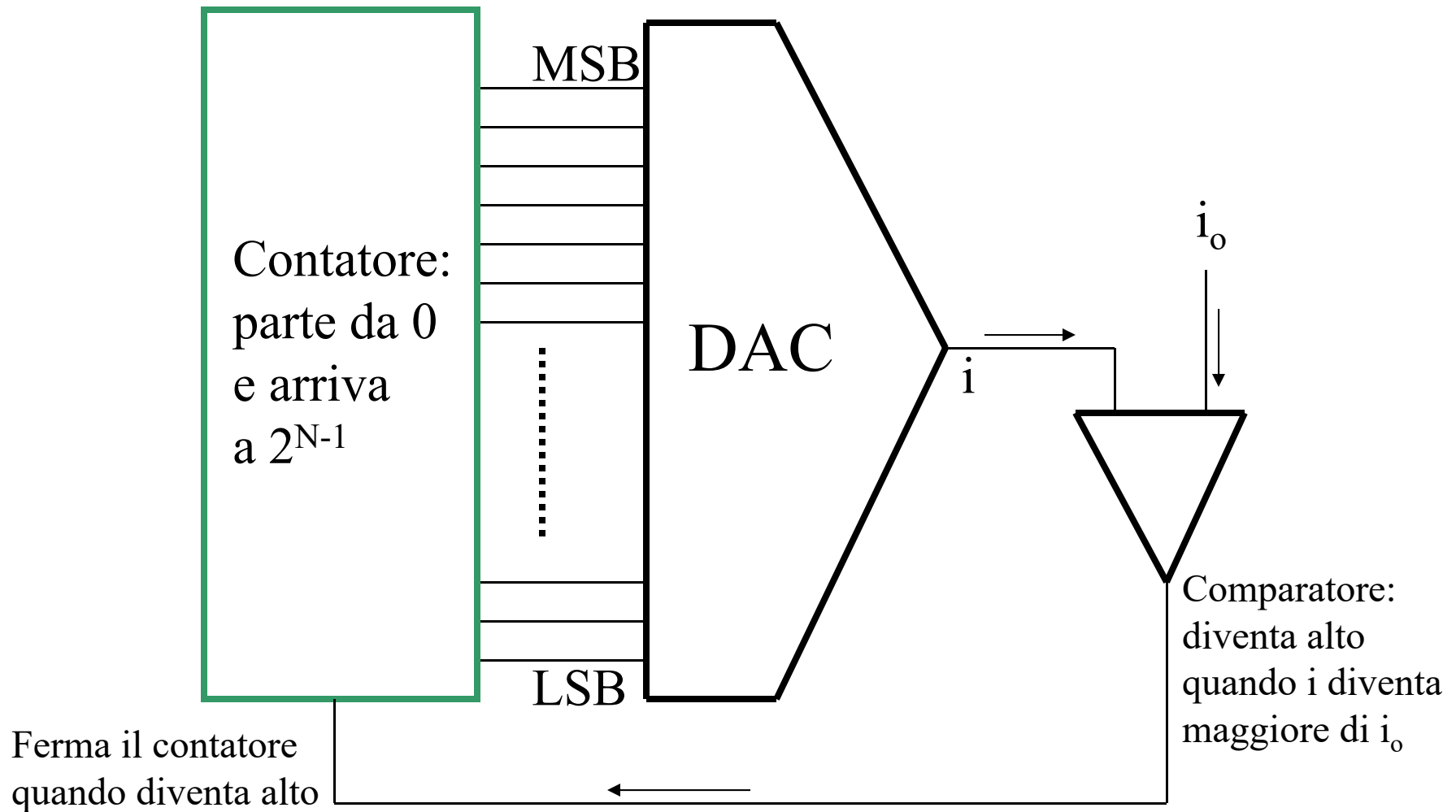
-
- The diagram illustrates a current divider network. A voltage source V is connected to a series of resistors. The current i flows through a $2R$ resistor. This current is then divided into two parallel branches, each containing a $2R$ resistor, labeled bit0 and bit1 . The current $i/2$ flows through the next $2R$ resistor, and the current $i/2^2$ flows through the next $2R$ resistor. This pattern continues, with the current $i/2^{N-n-1}$ flowing through the final $2R$ resistor, which is labeled $\text{bit}(N-1)$. The current $i/2^{N-n}$ flows through the final $2R$ resistor, which is labeled $\text{bit}(N-1)$. The current $i/2^{N-n-1}$ flows through the final $2R$ resistor, which is labeled $\text{bit}(N-1)$.

MSB=Most...

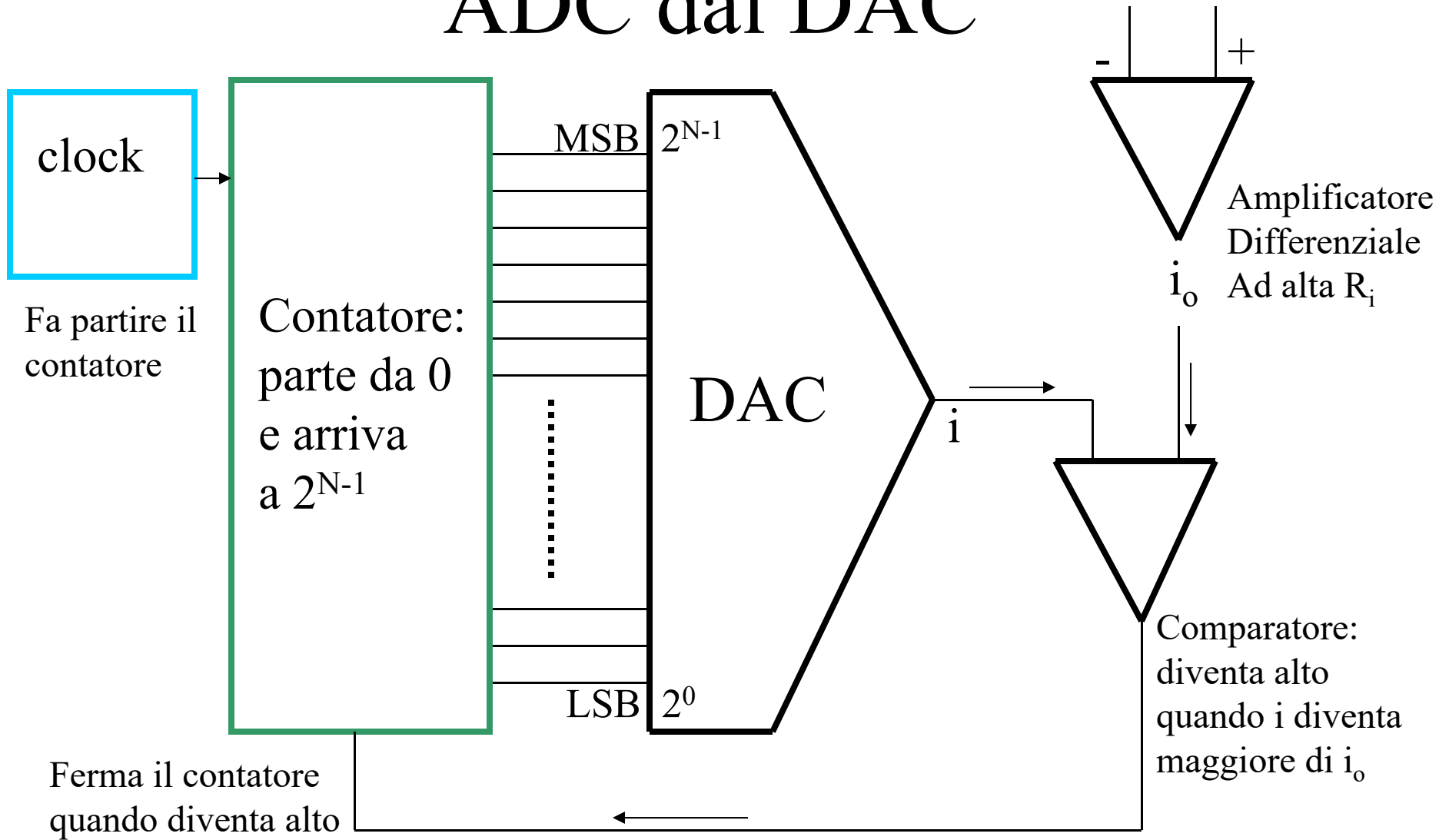
Perchè abbiamo studiato il DAC se ci serve un ADC ?

- L' ADC si costruisce dal DAC.
- Un contatore alterna all' ingresso del DAC tutti i numeri binari possibili (da 0 a 2^N-1) . Dal DAC esce quindi una rampa di corrente crescente al crescere del numero.
- Un comparatore confronta la corrente in uscita dal DAC con la corrente da misurare: quando sono uguali il contatore viene fermato: il numero binario a cui è arrivato è la rappresentazione binaria della corrente in ingresso.
- Questo numero può essere trasferito al visualizzatore o al computer per immagazzinarlo.
- Nella scheda audio di un normale computer ci sono 2 ADC (è stereo) che fanno questo lavoro di campionatura dei segnali musicali 44100 volte al secondo, con risoluzione di 16 bit.

ADC dal DAC



ADC dal DAC



Il multimetro digitale

- Contiene al suo interno tutta l'elettronica di cui sopra.
- Comunque non è uno strumento perfetto !
- Leggere il manuale per capire sensibilità e precisione.



Dal Manuale del multimetro digitale Fluke 77 (v. pag. web)

Specifications

Accuracy is specified for 1 year after calibration, at operating temperatures of 18 °C to 28 °C, with relative humidity at 0 % to 90 %. Accuracy specifications take the form of the following calculations:

$$\pm ([\% \text{ of Reading }] + [\text{ Counts }])$$

Maximum voltage between any terminal and earth ground:

1000

Surge Protection:

8 kV peak per IEC 61010

△ Fuse for mA inputs:

440 mA, 1000 V FAST Fuse

△ Fuse for A input:

11 A, 1000 V FAST Fuse

Display:

Digital: 6000 counts, updates 4/sec

Bar Graph: 33 segments; updates 32/sec

Frequency: 10,000 counts

Capacitance: 1,000 counts

Altitude:

Operating: 2000 m; Storage: 12,000 m

Temperature:

Operating: -10 °C to +50 °C;

Storage: -40 °C to +60 °C

Temperature coefficient:

0.1 X (specified accuracy) / °C
(<18 °C or >28 °C)

Electromagnetic Compatibility
(EN 61326-1:1997):

In an RF field of 3 V/M, accuracy = specified accuracy.

Relative Humidity:

Maximum, noncondensing

90 % to 35 °C

75 % to 40 °C;

45 % to 50 °C

Battery Life:

Alkaline: 400 hrs typical

Size (H x W x L):

4.3 cm x 9 cm x 18.5 cm

Weight:

420 g

Safety Compliances:

ANSI/ISA S82.02.01, CSA C22.2-1010.1, IEC 61010 to 1000 V Measurement Category III, 600 V Measurement Category IV

Certifications:

CSA, TÜV (EN61010), UL,  (N 10140), VDE

manuale multimetro digitale Fluke 77 ...

Model 77 Series IV Users Manual

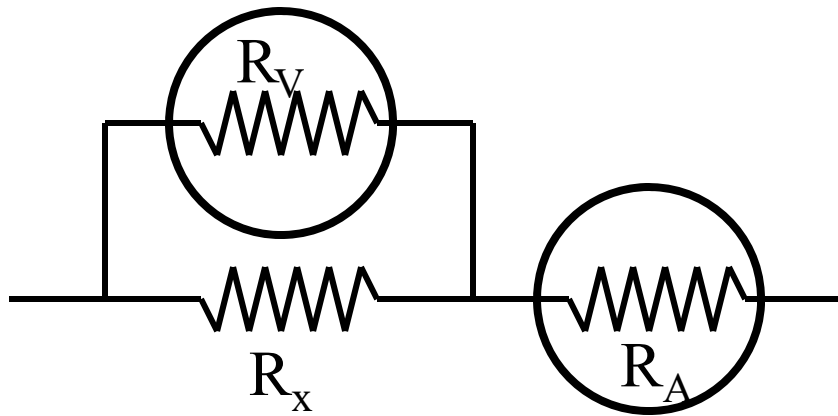
Function	Range	Resolution	Accuracy $\pm$ ([% of Reading] + [Counts])
AC Volts (Average responding)	6.000 V 60.00 V 600.0 V 1000 V	0.001 V 0.01 V 0.1 V 1 V	2.0 % + 2 (45 Hz to 1 kHz)
DC mV	600.0 mV	0.1 mV	0.3 % + 1
DC Volts	6.000 V 60.00 V 600.0 V 1000 V	0.001 V 0.01 V 0.1 V 1 V	0.3 % + 1
Continuity	600 Ω	1 Ω	Meter beeps at $<25 \Omega$, beeper turns off at $>250 \Omega$; detects opens or shorts of 250 μ s or longer.
Ohms	600.0 Ω 6.000 k Ω 60.00 k Ω 600.0 k Ω 6.000 M Ω 50.00 M Ω	0.1 Ω 0.001 k Ω 0.01 k Ω 0.1 k Ω 0.001 M Ω 0.01 M Ω	0.5 % + 2 0.5 % + 1 0.5 % + 1 0.5 % + 1 0.5 % + 1 2.0 % + 1
Diode test	2.400 V	0.001 V	1 % + 2
Capacitance	1000 nF 10.00 μ F 100.0 μ F 9999 μ F ^[1]	1 nF 0.01 μ F 0.1 μ F 1 μ F	1.2 % + 2 1.2 % + 2 1.2 % + 2 10 % typical
AC Amps (Average responding) ^[2]	60.00 mA 400.0 mA ^[3] 6.000 A 10.00 A ^[4]	0.01 mA 0.1 mA 0.001 A 0.01 A	2.5 % + 2 (45 Hz to 1 kHz)
[1] In the 9999 μF range for measurements to 1000 μF, the measurement accuracy is 1.2 % + 2. [2] Amps input burden voltage (typical): 400 mA input 2 mV/mA, 10 A input 37 mV/A. [3] 400.0 mA accuracy specified up to 600 mA overload. [4] >10 A unspecified.			

Manuale Fluke 77

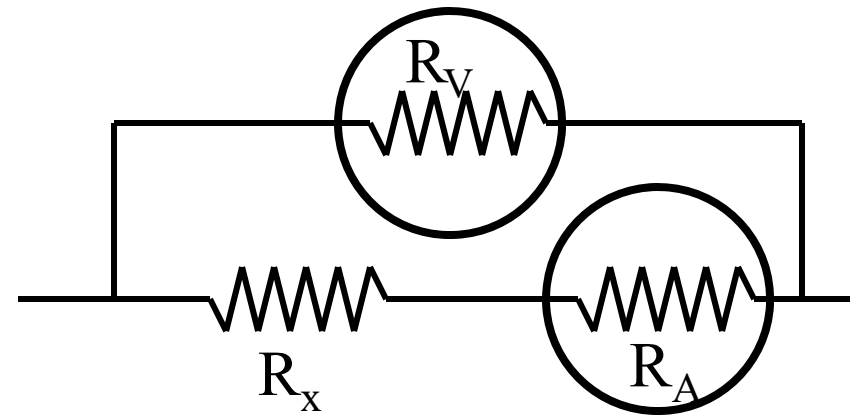
Function	Range	Resolution	Accuracy $\pm$ ([% of Reading] + [Counts])
DC Amps ^[2]	60.00 mA 400.0 mA ^[4] 6.000 A 10.00 A ^[5]	0.01 mA 0.1 mA 0.001 A 0.01 A	1.5 % + 2
Hz ^{[1][3]} (ac voltage input)	99.99 Hz 999.9 Hz 9.999 kHz 99.99 kHz	0.01 Hz 0.1 Hz 0.001 kHz 0.01 kHz	0.1 % + 1
MIN MAX AVG	For dc functions, accuracy is the specified accuracy of the measurement function ± 12 counts for changes longer than 275 ms in duration. For ac functions, accuracy is the specified accuracy of the measurement function ± 40 counts for changes longer than 1.2 s in duration.		
[1] Frequency is specified from 2 Hz to 99.99 kHz. [2] Below 2 Hz, the display shows zero Hz. [3] Amps input burden voltage (typical): 400 mA input 2 mV/mA, 10 A input 37 mV/A. [4] 400.0 mA accuracy specified up to 600 mA overload. [5] >10 A unspecified.			

Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

- Il modo più banale di misurare una resistenza è quello di misurare la differenza di potenziale V ai suoi capi e la corrente I che ci scorre. Poi si usa la legge di Ohm: $R_x = V/I$.
- Avendo a disposizione due strumenti di misura, si può eseguire la misura in due modi:



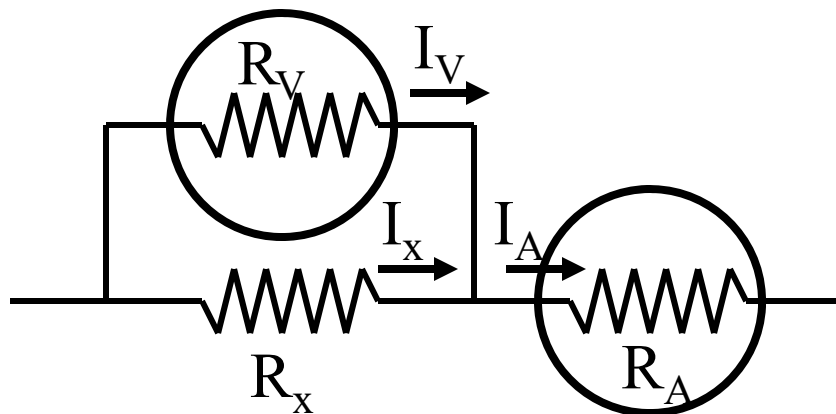
Modo A



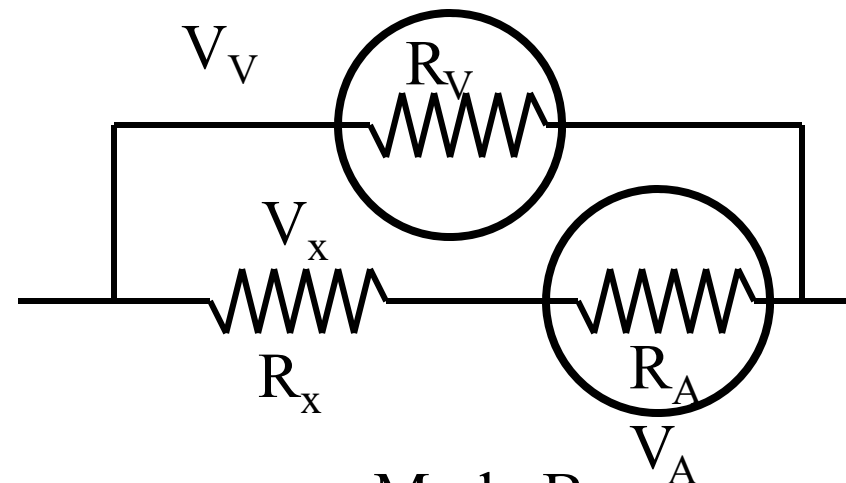
Modo B

Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

- Nel modo A la ddp misurata è proprio quella ai capi di R_x , ma la corrente misurata è la somma di quella in R_x e di quella nel voltmetro.
- Nel modo B la corrente misurata è proprio quella attraverso R_x , ma la ddp è la somma di quella ai capi di R_x e della caduta sull' amperometro.



Modo A



Modo B

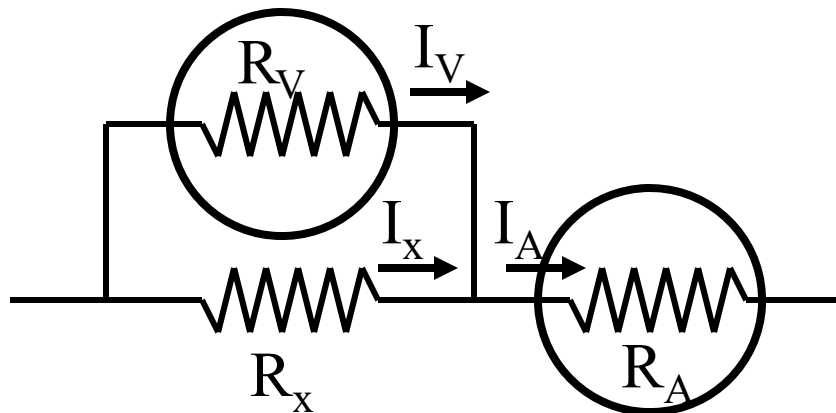
Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

$$I_A = I_V + I_x$$

$$R_V I_V = R_x I_x$$

$$\Rightarrow I_x = I_A \frac{1}{1 + \frac{R_x}{R_V}}$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{V_V}{I_A} \left[1 + \frac{R_x}{R_V} \right]$$



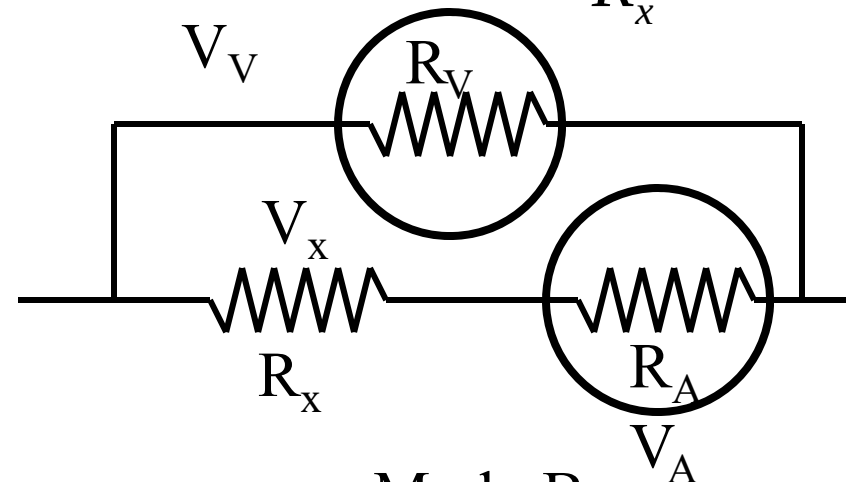
Modo A

$$I_A = I_x$$

$$V_V = I_x (R_x + R_A) \quad ; \quad V_x = I_x R_x$$

$$\Rightarrow V_x = V_V \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R_x}}$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{V_x}{I_x} = \frac{V_V}{I_A} \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R_x}}$$



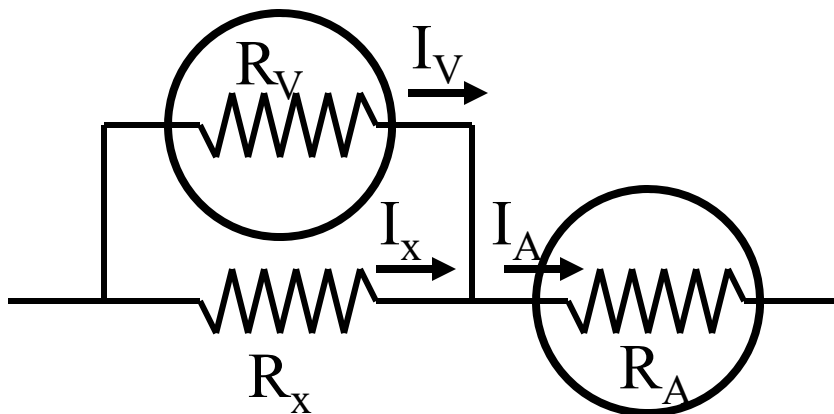
Modo B

Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

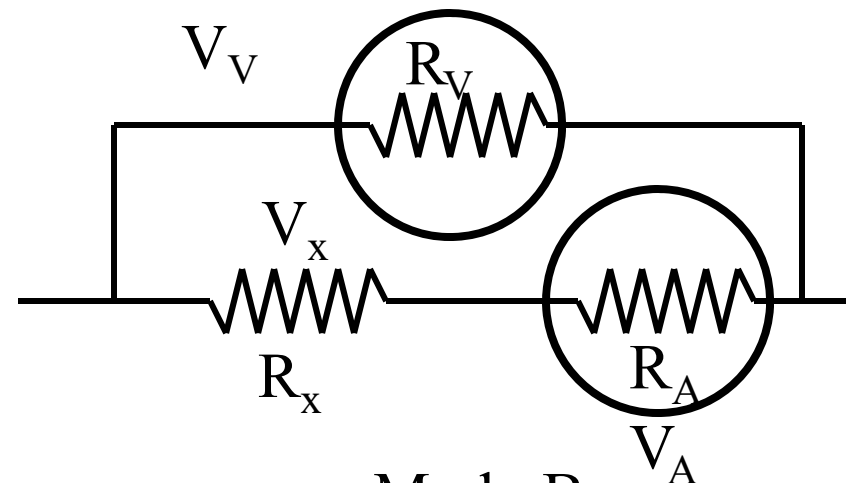
$$R_x = \frac{V_V}{I_A} \left[1 + \frac{R_x}{R_V} \right]$$

$$R_x = \frac{V_V}{I_A} \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R_x}}$$

- Quindi in ambedue i casi il rapporto di tensione e corrente misurate è una prima approssimazione del valore della resistenza.
- Nel modo A la misura è tanto più precisa quanto $R_V > R_x$.
- Nel modo B la misura è tanto più precisa quanto più $R_A < R_x$



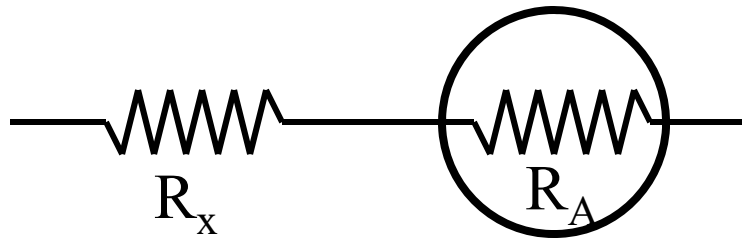
Modo A



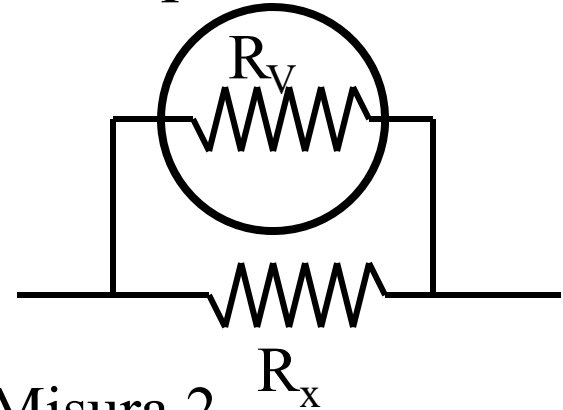
Modo B

Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

- Se si ha a disposizione un solo multimetro, si eseguono sequenzialmente la misura di corrente e quella di tensione.

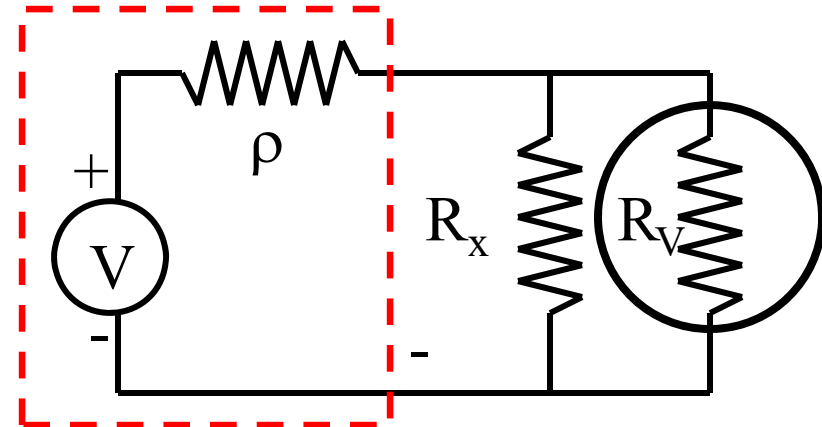
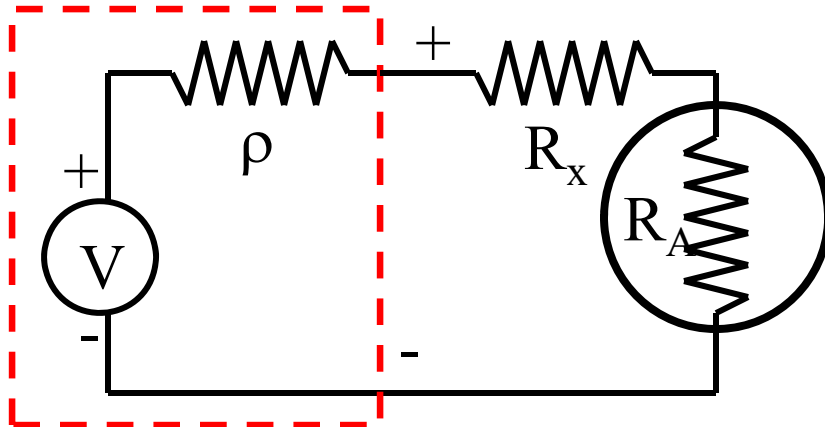


Misura 1

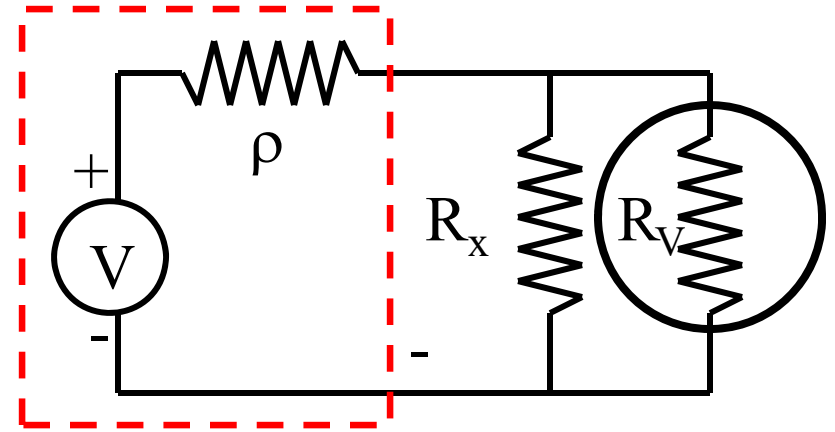
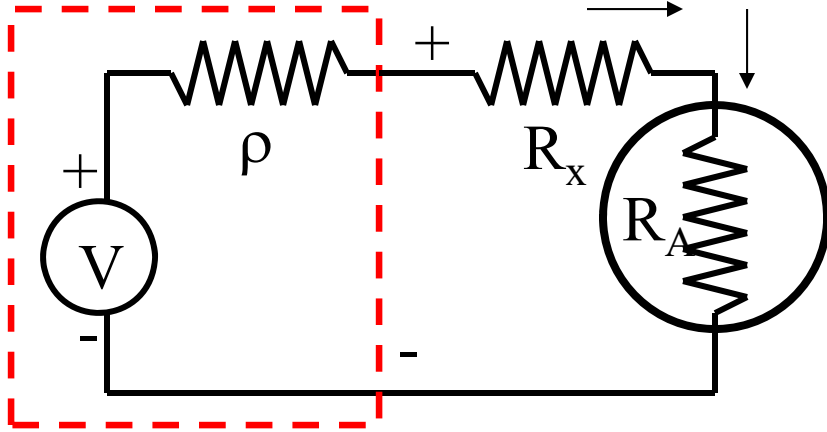


Misura 2

- La resistenza sarà inserita in un circuito che ci fa scorrere corrente:

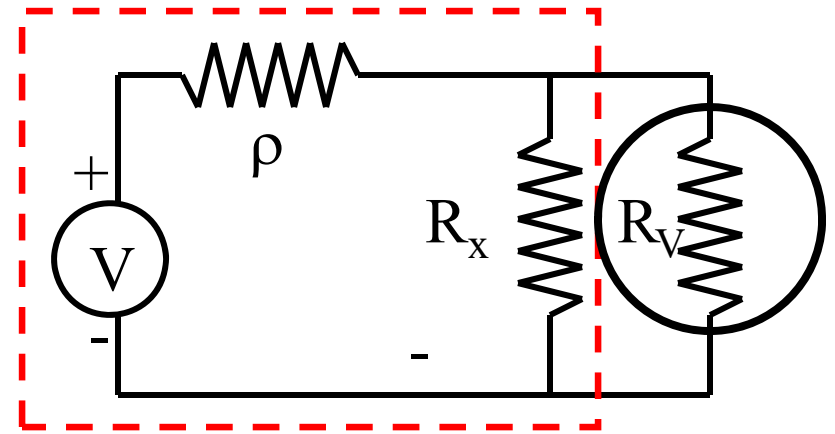
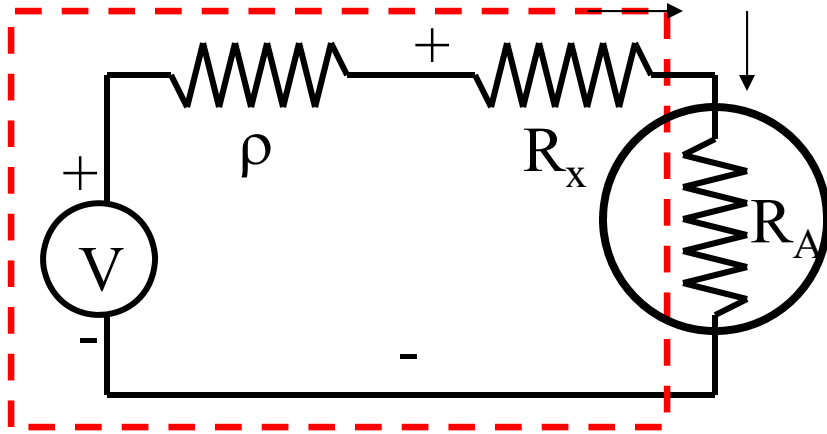


Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

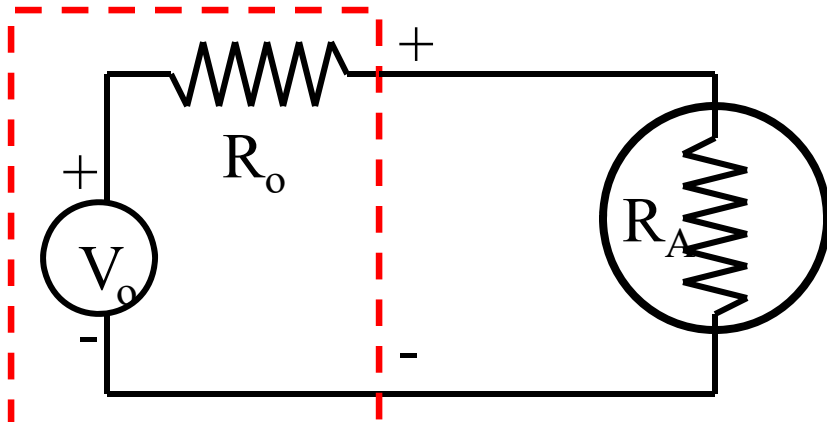


- Nella prima configurazione la corrente che scorre nell'amperometro è uguale a quella che scorre nella resistenza; nel secondo caso la ddp misurata dal voltmetro è uguale a quella ai capi della resistenza (ma la corrente nella R_x è diversa da prima..)

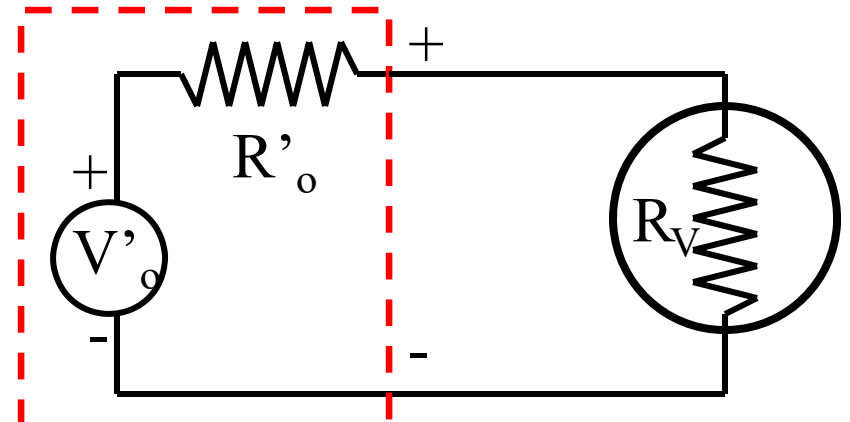
Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico



- Possiamo schematizzare il circuito esterno al multimetro secondo Thevenin: $V_o = V$, $R_o = \rho + R_x$; $R'_o = \rho // R_x$, $V'_o = VR_x / (\rho + R_x)$



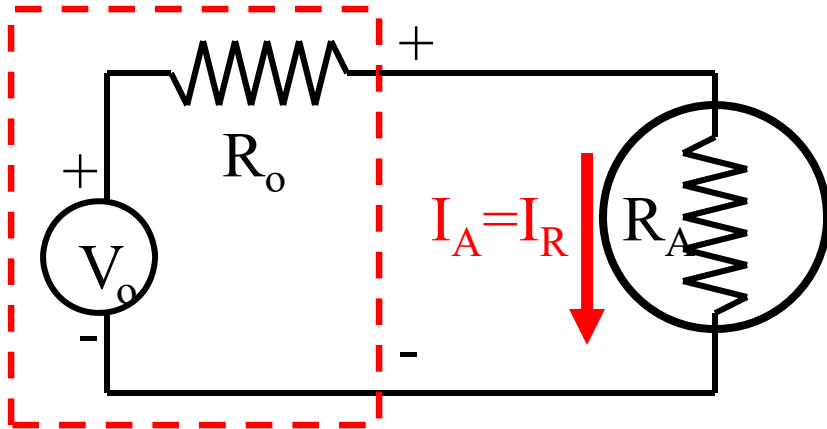
circuito equivalente



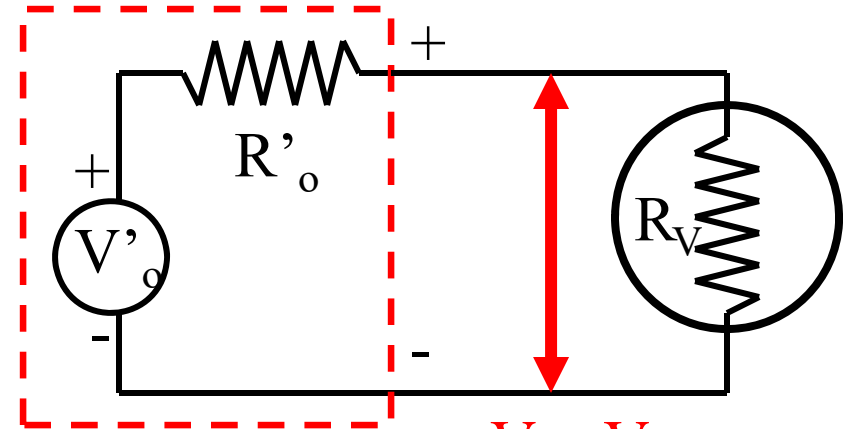
circuito equivalente

Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

- Possiamo schematizzare il circuito esterno al multimetro secondo Thevenin: $V_o = V$, $R_o = \rho + R_x$; $R'_o = \rho // R_x$, $V'_o = VR_x / (\rho + R_x)$



circuito equivalente



circuito equivalente $V_V = V_R$

- La tensione e la corrente misurate nei due casi sono quindi:

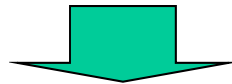
$$I_x = \frac{V_o}{R_o + R_A} = \frac{V}{\rho + R_x + R_A} = \frac{V}{R_x \left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_x} \right)}$$

$$V_x = V'_o \frac{R_V}{R_V + R'_o} = \left(\frac{VR_x}{\rho + R_x} \right) \left(\frac{R_V}{R_V + \rho // R_x} \right) = \dots\dots$$

Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

$$I_X = \frac{V_0}{R_0 + R_A} = \frac{V}{\rho + R_X + R_A} = \frac{V}{R_X \left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_X} \right)}$$

$$V_X = \left(\frac{VR_X}{\rho + R_X} \right) \left(\frac{R_V}{R_V + \rho // R_X} \right) = \dots\dots$$



$$\frac{V_X}{I_X} = \frac{R_X \left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_X} \right)}{\left(\frac{R_X}{\rho + R_X} \right) \left(\frac{R_V}{R_V + \rho // R_X} \right)} = R_X \frac{\left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_X} \right)}{\left(1 + \frac{\rho}{R_X} \right)^{-1} \left(1 + \frac{\rho}{R_V} \frac{1}{1 + \rho / R_X} \right)}$$

Quindi all'ordine 0: $R_X^{(0)} = \frac{V_X}{I_X}$

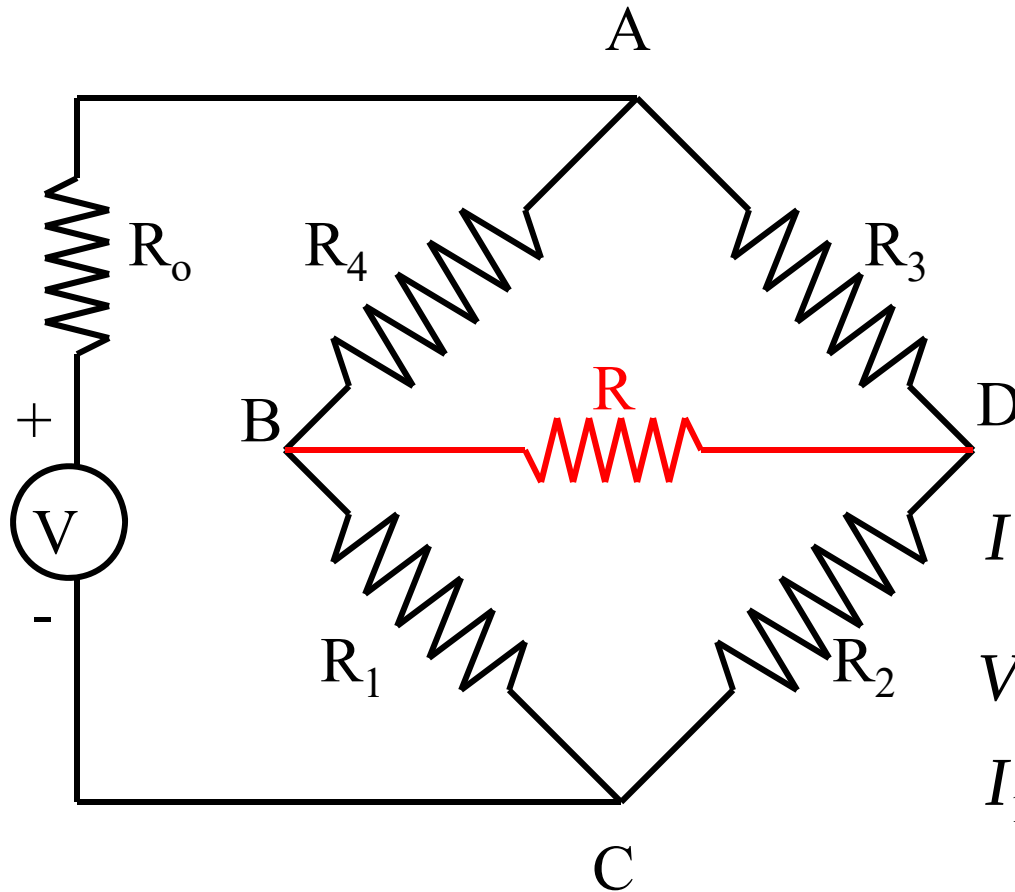
Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

$$\frac{V_X}{I_X} = \frac{R_X \left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_X} \right)}{\left(\frac{R_X}{\rho + R_X} \right) \left(\frac{R_V}{R_V + \rho // R_X} \right)} = R_X \frac{\left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_X} \right)}{\left(1 + \frac{\rho}{R_X} \right)^{-1} \left(1 + \frac{\rho}{R_V} \frac{1}{1 + \rho / R_X} \right)}$$

Quindi all'ordine 0: $R_X^{(0)} = \frac{V_X}{I_X}$

E all'ordine 1: $R_X^{(1)} = R_X^{(0)} \frac{\left(1 + \frac{\rho}{R_X^{(0)}} \right)^{-1} \left(1 + \frac{\rho}{R_V} \frac{1}{1 + \rho / R_X^{(0)}} \right)}{\left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_X^{(0)}} \right)}$

Misure di Resistenza: ponte di Wheatstone



- Trovare che condizione devono soddisfare le resistenze R_1, R_2, R_3, R_4 perchè in R non scorra corrente (ponte in equilibrio)

- Si risolve direttamente:

$$I = \frac{V_B - V_D}{R}$$

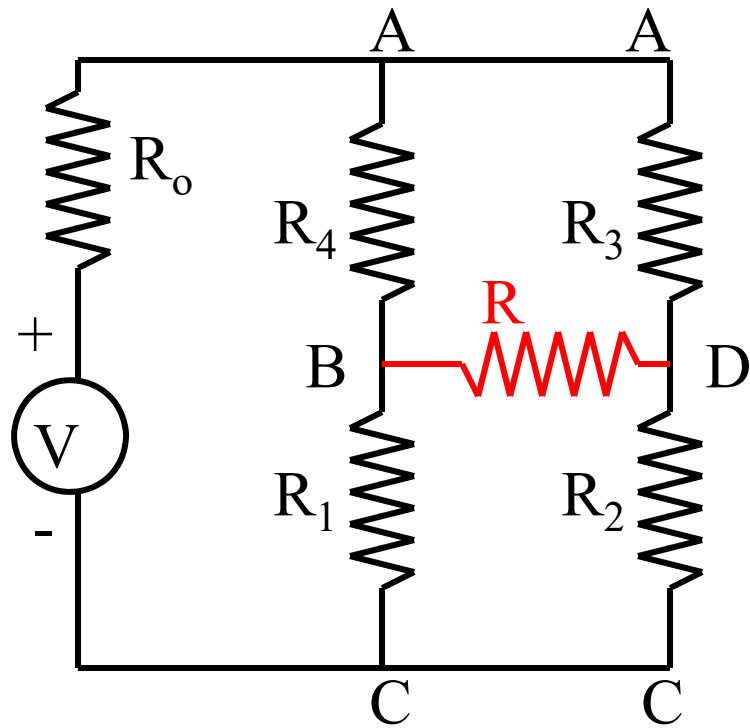
$$V_B = V_D \Rightarrow V_B - V_C = V_D - V_C \Rightarrow$$

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad \text{ma, essendo } I = 0$$

$$I_1 = \frac{V_C - V_A}{R_1 + R_4} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{V_C - V_A}{R_2 + R_3}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_1 R_3 = R_2 R_4}$$

Misure di Resistenza: ponte di Wheatstone



- Una soluzione più furba consiste nel ridisegnare il ponte così: come due partitori in parallelo.
- Allora perchè in B ci sia la stessa tensione che in D basta che i due partitori abbiano la stessa partizione, cioè che

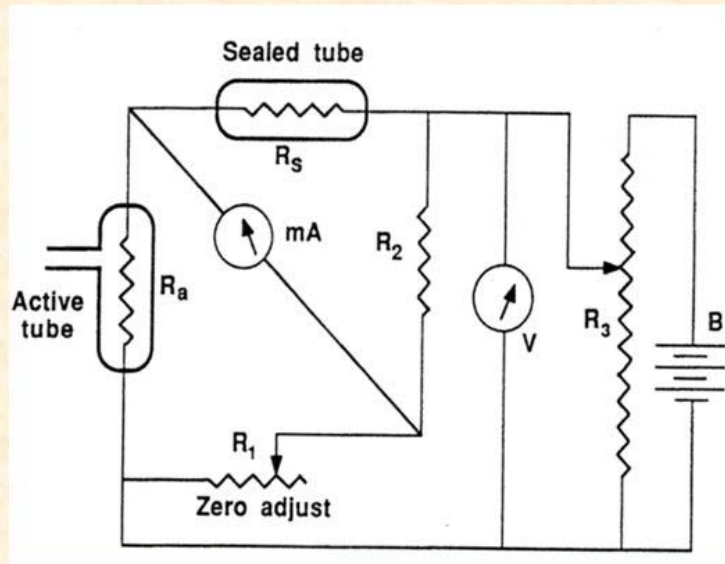
$$\frac{R_1}{R_1 + R_4} = \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

ovvero

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

Misure di resistenza, altro utilizzo in lab. del ponte di Wheatstone

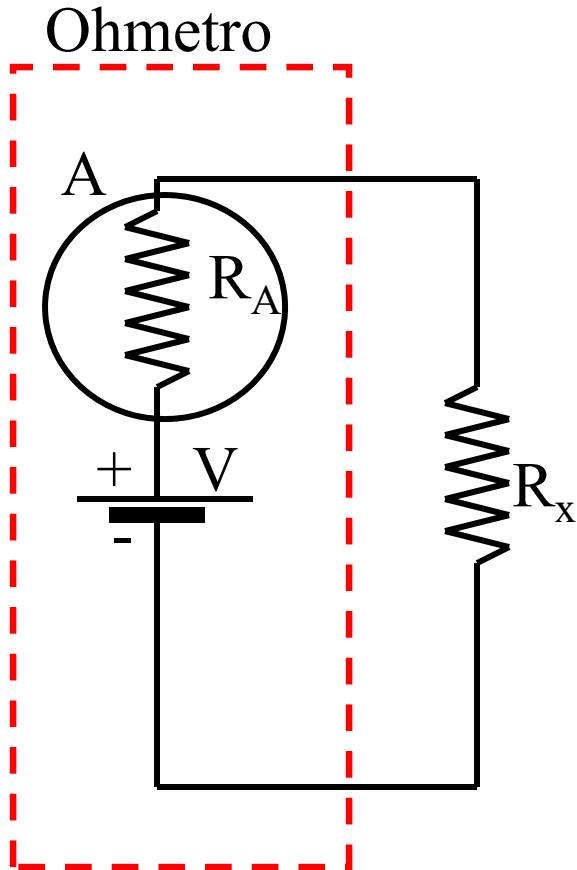
Pirani gauge



Schematic Circuit for a
Pirani (hot wire) gauge

- The Pirani is a dedicated low vacuum gauge device
- The resistance of the hot wire changes with the rate of heat loss (conduction) to the gas
- The Wheatstone bridge then measures the change in resistance of the hot wire
- Pirani's are rugged and generally reliable and rarely need attention

Misure di Resistenza: Ohmetro



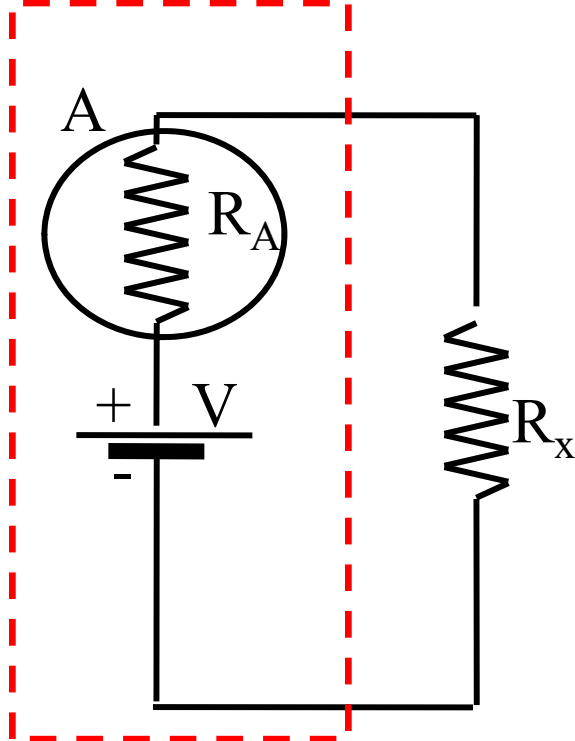
- è uno strumento tarato con cui si eseguono misure di resistenza in modo semplice e rapido, anche se con sensibilità e precisione modeste.
- è costituito da una batteria con in serie un milliamperometro. Si misura la corrente che circola quando il circuito è chiuso sulla resistenza incognita.
- La scala è graduata in modo che ci si legga direttamente la resistenza R_x
- è una scala fortemente non lineare.

$$I = \frac{V}{R_A + R_x} \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{V}{I} - R_A$$

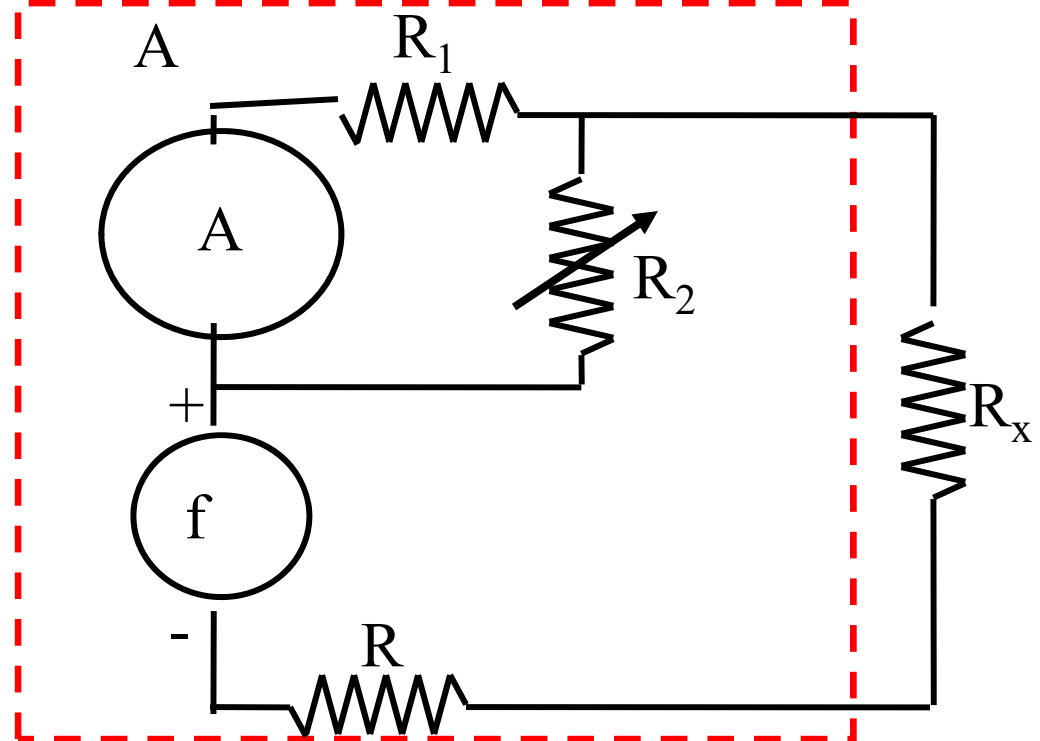
Misure di Resistenza: Ohmmetro

- Questo circuito non consente di variare la sensibilità dello strumento nè di compensare variazioni di tensione della batteria.
 - R =resistenza che permette di variare la portata; f =f.e.m. batteria
 - R_1 =resistenza interna amperometro
 - R_2 =resistenza aggiuntiva di shunt, variabile ($\gg R_A$) per compensare la scarica della batteria

Ohmetro di base



Ohmetro reale



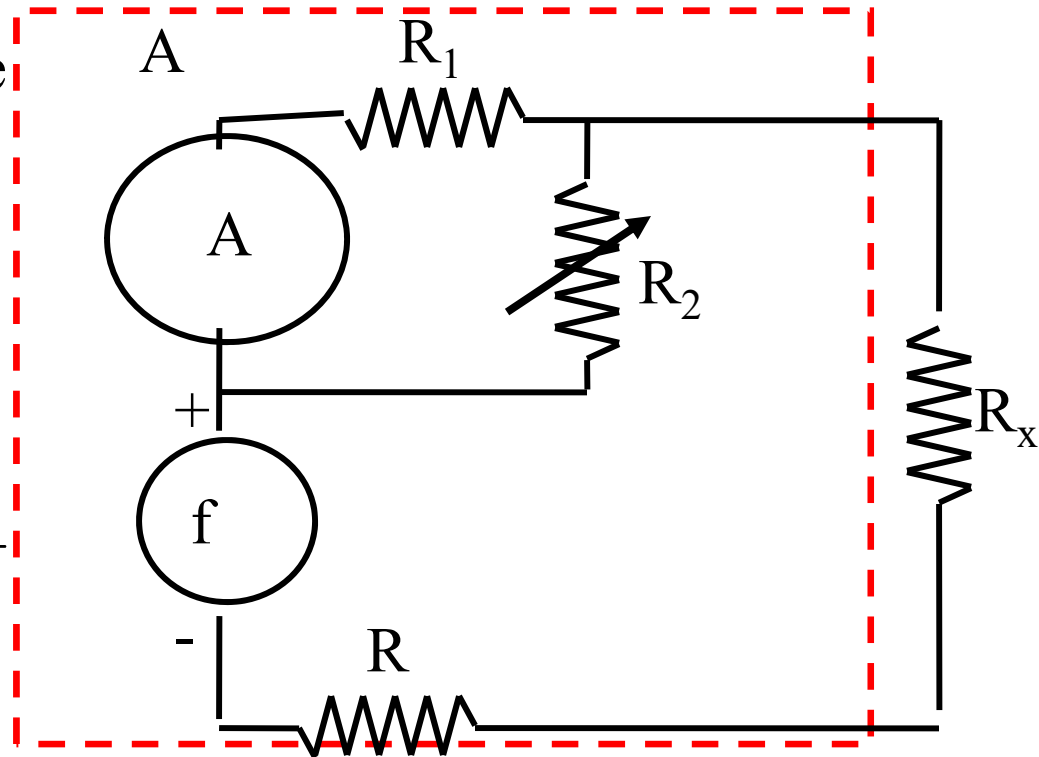
Misure di Resistenza: Ohmmetro

- La corrente I che passa nell' amperometro vale

$$I_A = I \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{f}{R + R_x + \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1}} \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{f}{(R + R_x)(1 + R_1 / R_2) + R_1}$$

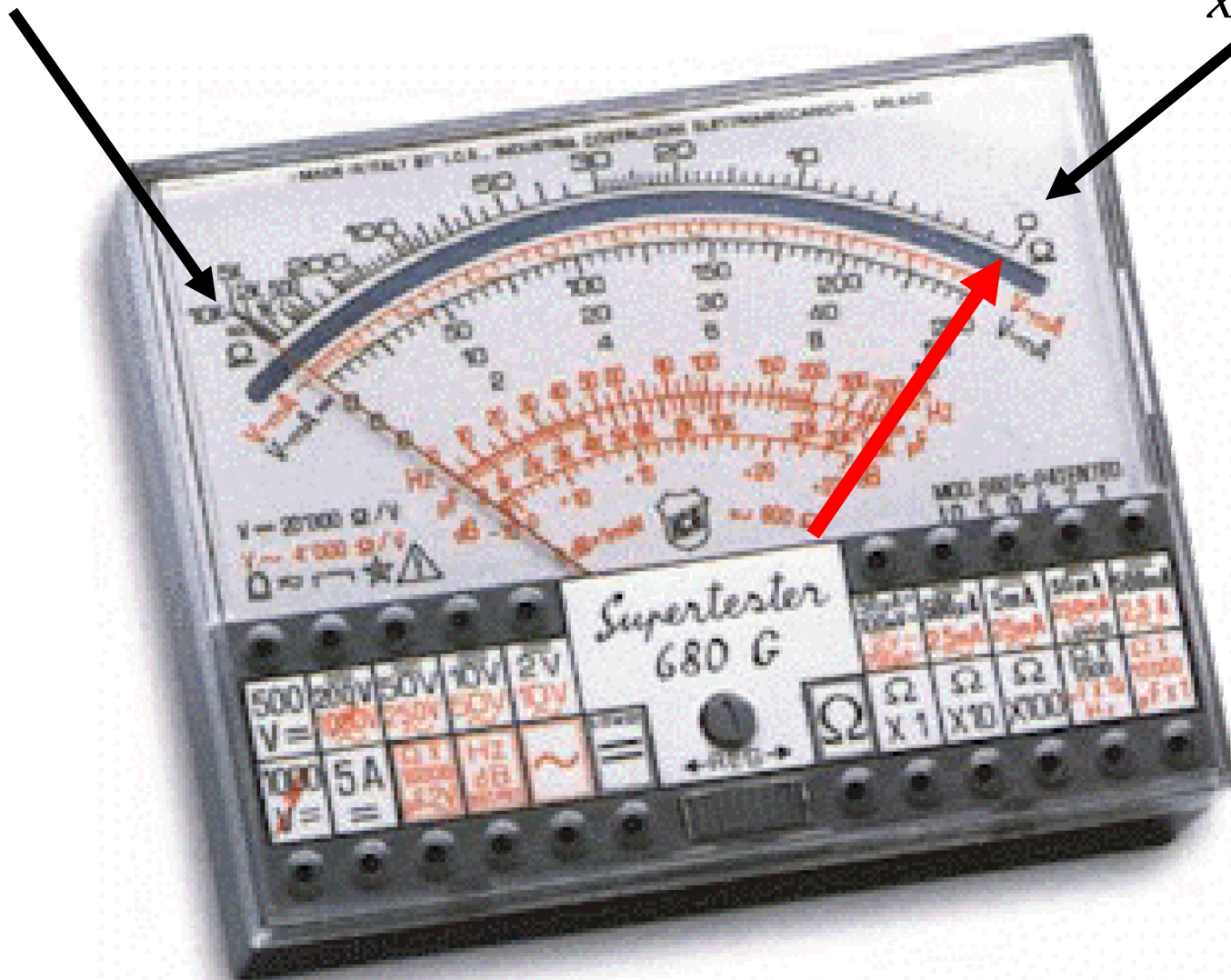
- Quindi l' andamento di $I_A(R_x)$ è iperbolico inverso: la corrente aumenta al diminuire della resistenza incognita.
- Si fissano f, R, R_1, R_2 in modo che $I(R_x = 0) = I_{FS}$.

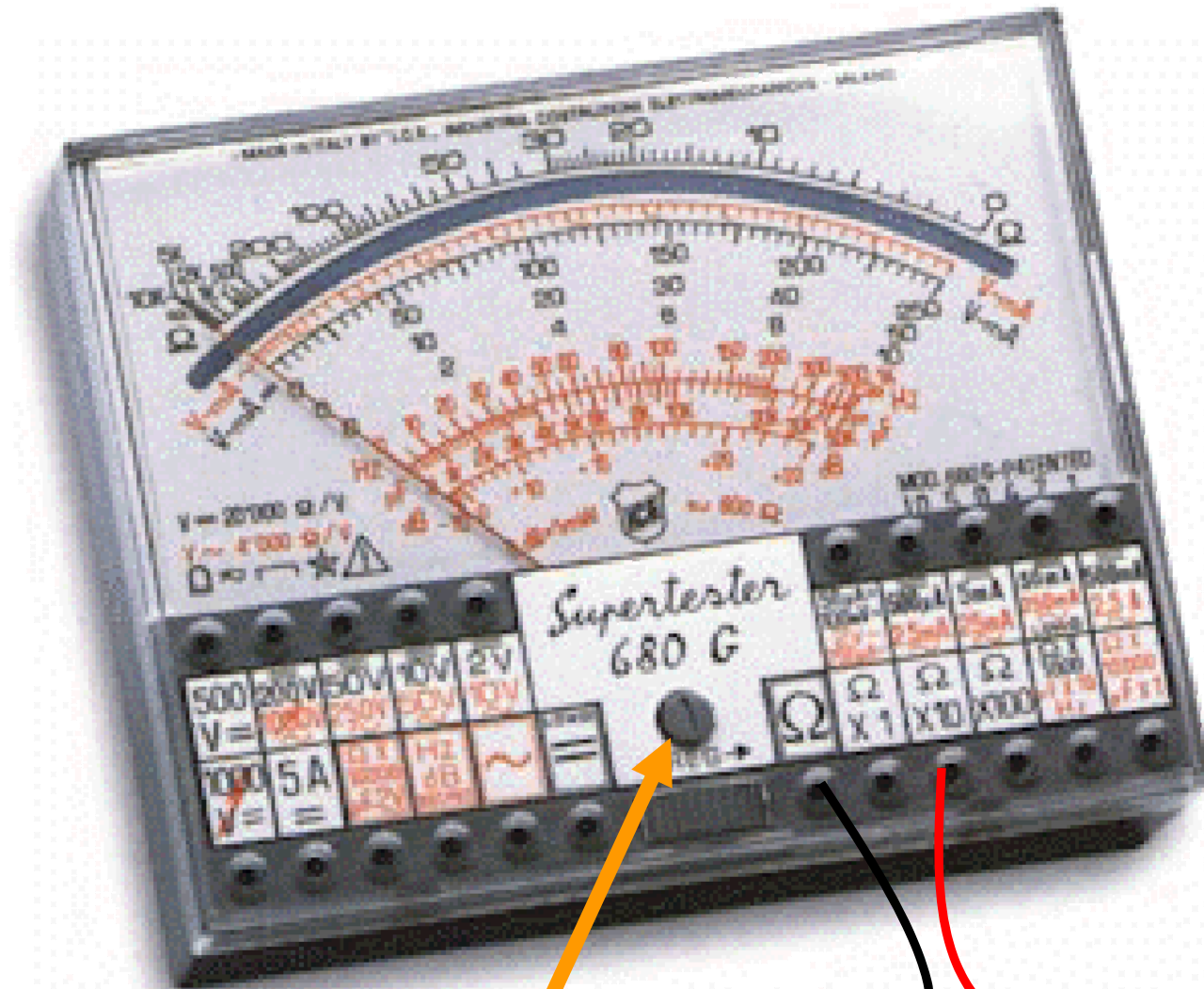
$$I_A(R_x = 0) = I_{FS} = \frac{f}{R(1 + R_1 / R_2) + R_1}$$



$$R_x = \infty$$

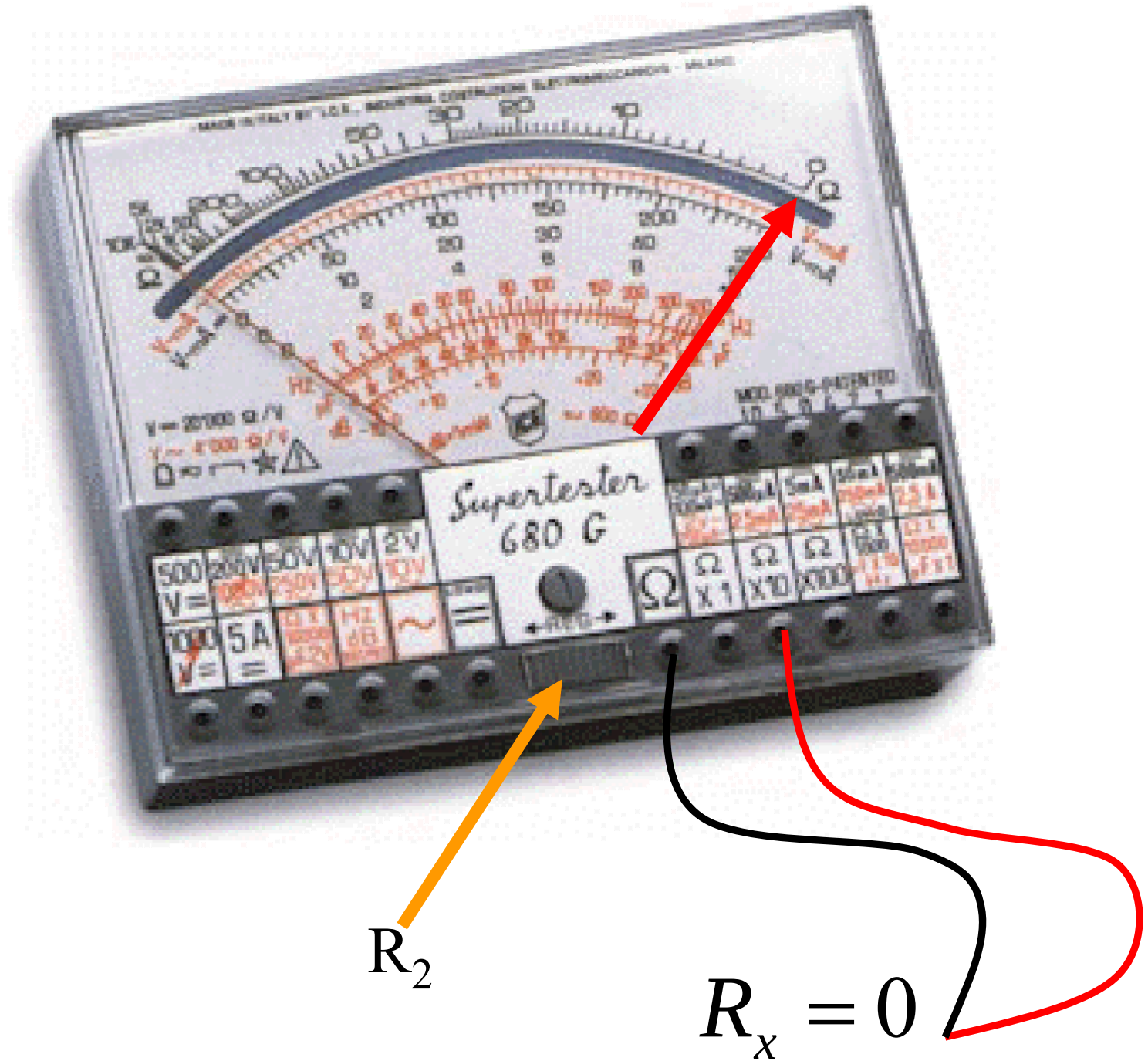
$$R_x = 0$$





Regolazione
Meccanica

$$R_x = \infty$$



Misure di Resistenza: Ohmmetro

- La natura non lineare dello strumento rende molto imprecisa la misura per R_x grande. Da:

$$I_A = \frac{f}{(R + R_x)(1 + R_1 / R_2) + R_1} \quad \text{usando} \quad I_{FS} = \frac{f}{R(1 + R_1 / R_2) + R_1}$$

si può ricavare R_x in funzione di I_A e poi differenziare rispetto a I_A : si ottiene:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\frac{\Delta I_A}{I_A}}{1 - \frac{I_A}{I_{FS}}} \rightarrow \infty \quad \text{se} \quad I_A \rightarrow 0 \quad \text{e se} \quad I_A \rightarrow I_{FS}$$

- Si conclude che l'errore relativo diverge ai due estremi della scala. Si deve quindi scegliere sempre un fondo scala che porti l'indice entro ±il 30% della metà della scala.

Come si minimizzano le incertezze in misure di resistenza

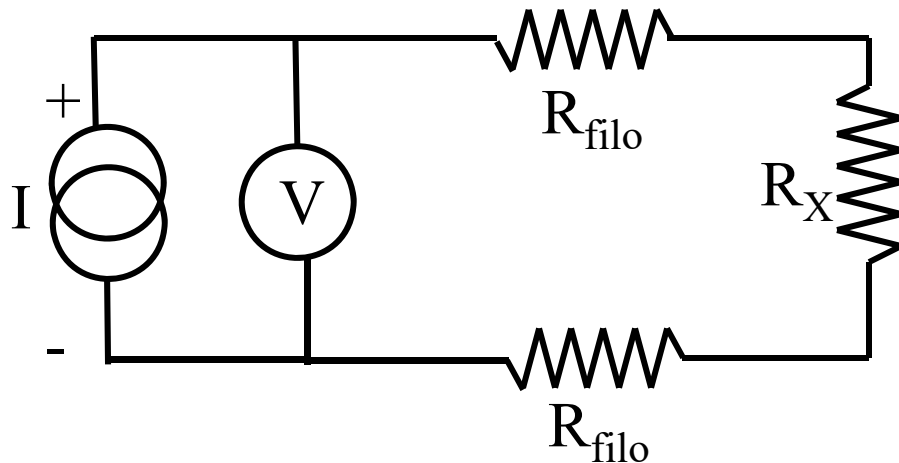
- Minimizzando variazioni di temperatura delle R stesse ($R(T)=R_0(1+\alpha\Delta T)$)
→ basse correnti che scorrono nel resistore (eff. Joule)
- Effetti resistenza dei contatti (specialmente per piccole R) in serie...
- Effetto resistenze parassite (umidità, pulizia contatti, caso R elevate) in parallelo...

Come si minimizzano le incertezze in misure di resistenza

- Contributo non trascurabile (in alcune condizioni) dei cavi!

Lettura a 4 fili!

Lettura a 2 fili

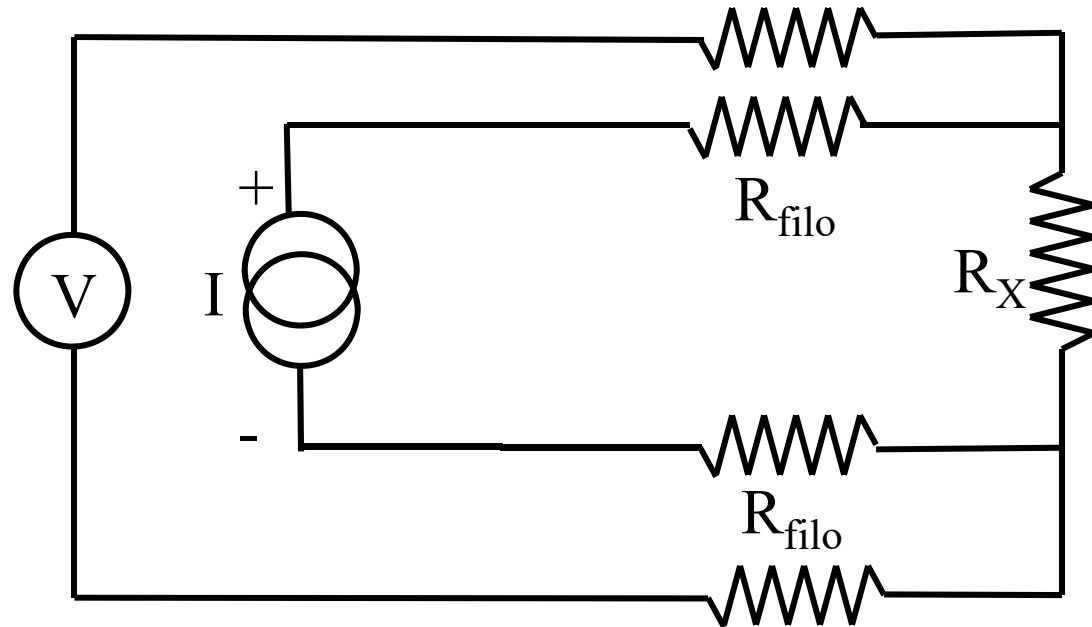


$$V_V = \Delta V_{R_X} + 2IR_{filo}$$

è la tensione che si misura con il voltmetro....e se R_{filo} è grande rispetto a R_X ne dobbiamo tener conto....

Qui I e' nota perche' e' quella fornita dal generatore di corrente

Lettura a 4 fili



$$V_V = \Delta V_{R_X} + 2IR_{filo}$$

Tensione misurata dal Voltmetro, ma in questo caso.... $I=0!!!$

I e' sempre quella di prima, fornita dal generatore di corrente, e R_V è alta ... (I nella maglia del Voltmetro è zero!)