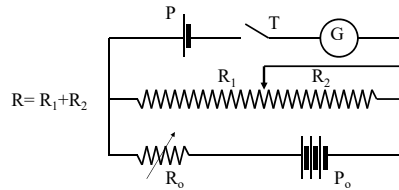


Misure di forze elettromotrici

- Il metodo potenziometrico o di Poggendorf permette di misurare la forza elettromotrice di un generatore confrontandola con una forza elettromotrice nota con precisione (pila campione).
- Si utilizzano un potenziometro ed un galvanometro (un amperometro estremamente sensibile) che viene usato come strumento di zero.

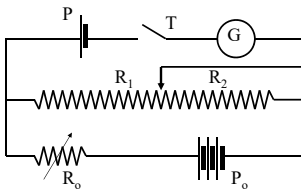
Misure di forze elettromotrici

- Si montano i componenti in modo che la f.e.m. campione si opponga alla f.e.m. da misurare nel ramo del galvanometro. Questa condizione si ottiene agendo sul potenziometro:



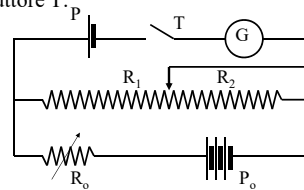
Misure di forze elettromotrici

- Quando l'interruttore T è aperto, la ddp ai capi della sezione R_1 del potenziometro è $V_1 = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$.



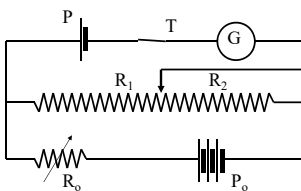
Misure di forze elettromotrici

- Quando l'interruttore T è aperto, la ddp ai capi della sezione R_1 del potenziometro è $V_1 = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$.
- Si regola il cursore del potenziometro in modo che $V_1 = P$.
- Questa condizione si può ottenere con grande sensibilità, verificando l'immobilità del galvanometro al chiudersi dell'interruttore T.



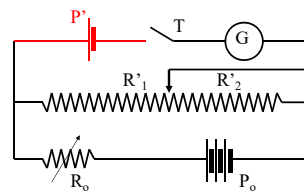
Misure di forze elettromotrici

- In queste condizioni $P = V_1 = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$.



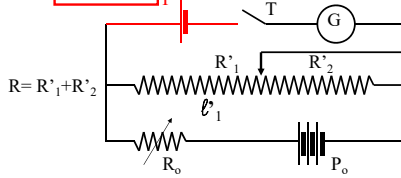
Misure di forze elettromotrici

- In queste condizioni $P = V_1 = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$.
- A questo punto si sostituisce la pila incognita P con una pila campione P' .
- L'equilibrio si otterrà in una nuova posizione del potenziometro: $P' = P_0 R'_1 / (R'_1 + R_0 + R'_2)$.



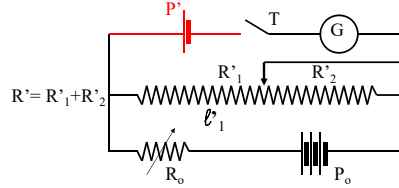
Misure di forze elettromotrici

- Confrontando le due relazioni $P = P_o R_1 / (R_1 + R_o + R_2)$ e $P' = P_o R'_1 / (R'_1 + R_o + R'_2)$ si ottiene (siccome $R'_1 + R'_2 = R_1 + R_2$ e quindi il denominatore è sempre lo stesso)
- $P = P' R_1 / R'_1$ dalla quale si misura P. Se il potenziometro è un semplice pezzo di conduttore omogeneo e di sezione costante, dalla legge di Ohm si ha $R_1 = \rho \ell_1 / S$ e $R'_1 = \rho \ell'_1 / S$ da cui $P = P' \ell_1 / \ell'_1$



Misure di forze elettromotrici

- $P = P' \ell_1 / \ell'_1$: la misura di P viene quindi effettuata grazie a due misure di lunghezza.
- Il galvanometro viene usato come strumento di zero, quindi il risultato è indipendente dalla sua calibrazione e dalla sua precisione, ma dipende solo dalla sua grande sensibilità.



Correnti variabili nel tempo

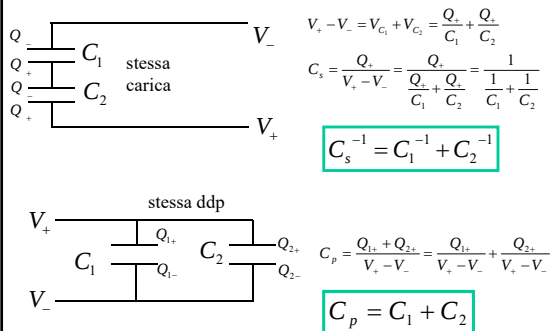
- Finora abbiamo studiato circuiti in corrente continua, cioè circuiti in cui siamo "a regime", molto tempo ($t \gg \tau_i$) dopo l'inizio del processo, quando tutte le correnti si sono stabilizzate.
- Oggi cominciamo a studiare situazioni più dinamiche, partendo dal primo circuito che introduce una costante di tempo nel sistema: la carica e scarica di un condensatore attraverso un resistore.
- Poi generalizzeremo a circuiti più complessi e al caso particolarmente importante di correnti variabili in modo periodico.

- Per gli elementi passivi valgono le seguenti relazioni, note dallo studio dell'elettromagnetismo:

$V = RI$; <i>Legge di Ohm</i> $I = V / R$;	$V = \frac{1}{C} \int_0^t Idt$; <i>Def. di $C = Q/V$</i> $I = C \frac{dV}{dt}$;	$V = L \frac{dI}{dt}$; <i>Legge di Lenz</i> $I = \frac{1}{L} \int_0^t Vdt$

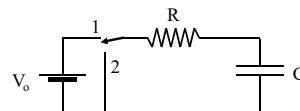
- Dove:
 - V = differenza di potenziale ai capi dell'elemento considerato,
 - I = intensità di corrente che attraversa l'elemento stesso,
 - R = resistenza,
 - C = capacità,
 - L = coefficiente di autoinduzione (o induttanza), t = tempo

Condensatori in serie e in parallelo



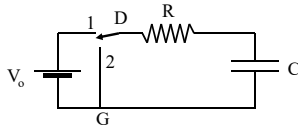
Carica e scarica di un condensatore

- Un condensatore può essere caricato collegando le sue armature ad un generatore di tensione.
- Nel circuito sarà sempre presente una resistenza, sia essa quella interna del generatore, quella dei conduttori di collegamento, o quella di un resistore inserito in serie per rallentare il processo.



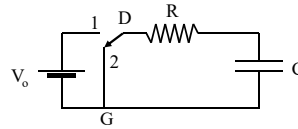
Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo quindi il circuito sotto, con il deviatore D che può connettere il punto D al generatore (nella posizione 1), oppure al conduttore G ("massa", o riferimento delle ddp) nella posizione 2.



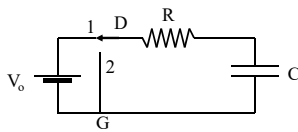
Carica e scarica di un condensatore

- Se il deviatore è stato nella posizione 2 per un tempo abbastanza lungo, il condensatore è completamente scarico.



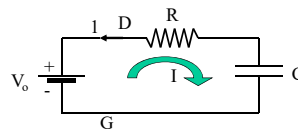
Carica e scarica di un condensatore

- Al tempo $t=0$ commutiamo il deviatore nella posizione 1, e quindi connettiamo il condensatore al generatore attraverso la resistenza.



Carica e scarica di un condensatore

- Al tempo $t=0$ commutiamo il deviatore nella posizione 1, e quindi connettiamo il condensatore al generatore attraverso la resistenza.
- Risolviamo il circuito considerando il verso orario della corrente come positivo:



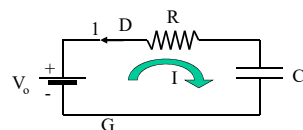
Carica e scarica di un condensatore

- Possiamo scrivere subito $V_o = IR + V_C$
- E quindi

$$V_o = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C} \Rightarrow RC \frac{dQ}{dt} = CV_o - Q$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{CV_o - Q} = \frac{dt}{RC} \Rightarrow -\ln(CV_o - Q) \Big|_{t_0}^t = \frac{t}{RC} \Big|_{t_0}^t$$

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o - Q_0}\right) = \frac{t}{RC}$$



Carica e scarica di un condensatore

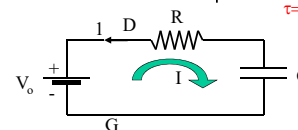
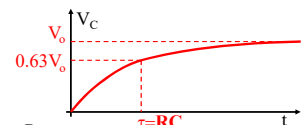
qui Q_0 e' la eventuale carica iniziale. Nel nostro caso

$Q_0 = Q(t=0) = 0$ e quindi

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{CV_o - Q}{CV_o} = e^{-t/RC} \Rightarrow Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/RC})$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o(1 - e^{-t/RC})$$

dove $\tau = RC$ e' la costante di tempo del processo



Carica e scarica di un condensatore

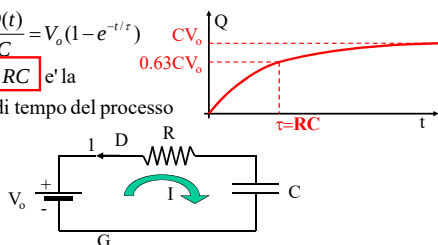
qui Q_0 e' la eventuale carica iniziale. Nel nostro caso

$Q_0 = Q(t=0) = 0$ e quindi

$$-\ln\left(\frac{CV_0 - Q}{CV_0}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow Q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau})$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_0(1 - e^{-t/\tau})$$

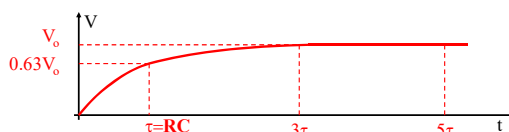
dove $\tau = RC$ e' la costante di tempo del processo



Carica e scarica di un condensatore

• Dopo un tempo pari a circa 3 o 4 costanti di tempo τ il processo è praticamente a regime:

- $V(\tau) = [1 - \exp(-1)]V_0 = 0.63V_0$
- $V(3\tau) = [1 - \exp(-3)]V_0 = 0.95V_0$
- $V(4\tau) = [1 - \exp(-4)]V_0 = 0.98V_0$
- $V(5\tau) = [1 - \exp(-5)]V_0 = 0.993V_0$



- Ordine di grandezza: $R = 1M\Omega$, $C = 1\mu F \rightarrow \tau = 1s$
- Per altri valori, si scala linearmente !

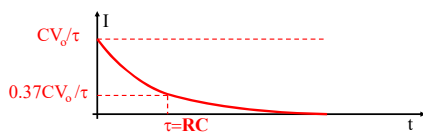
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

$$Q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_0}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_0 e^{-t/\tau}$



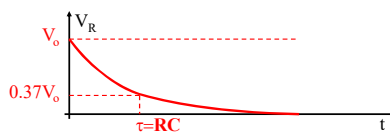
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

$$Q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_0}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_0 e^{-t/\tau}$



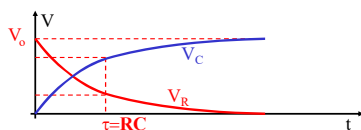
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

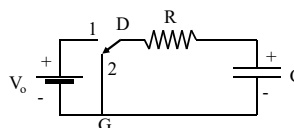
$$Q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_0}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_0 e^{-t/\tau}$



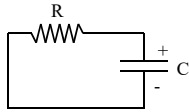
Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo adesso il processo di scarica.
- Dopo averlo caricato ad una carica Q ed una ddp V_0 , connettiamo il condensatore alla resistenza R commutando il deviatore nella posizione 2.



Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo adesso il processo di scarica.
- Dopo averlo caricato ad una carica Q ed una ddp V_o , connettiamo il condensatore alla resistenza R commutando il deviatore nella posizione 2.
- Il condensatore si scaricherà facendo fluire corrente in R in modo da annullare le cariche sulle sue armature.



Carica e scarica di un condensatore

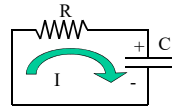
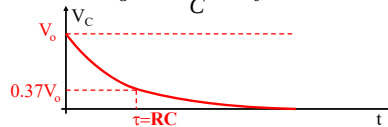
con la solita convenzione per il verso della corrente otteniamo :

$$-IR - V_C = 0$$

$$-\frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

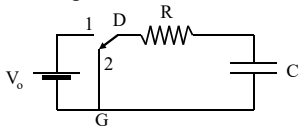
$$\text{e quindi } Q(t) = CV_o e^{-t/\tau}$$

$$\text{ed anche } V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o e^{-t/\tau}$$



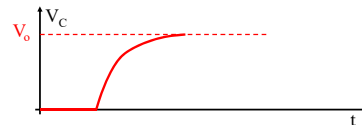
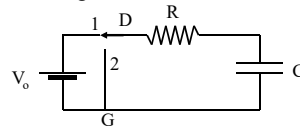
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D , aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



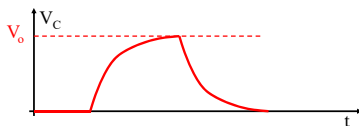
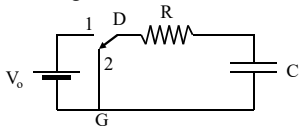
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D , aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



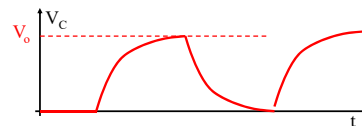
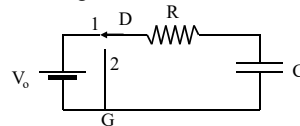
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D , aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



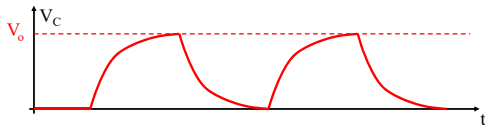
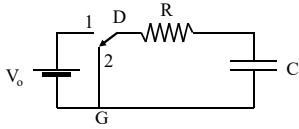
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D , aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



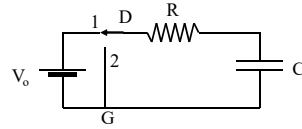
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:

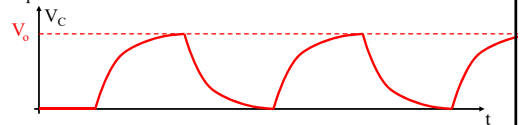


Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:

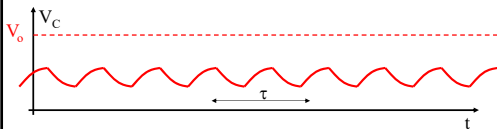


- Al passare del tempo otteniamo una tensione periodica ai capi del condensatore.



Carica e scarica di un condensatore

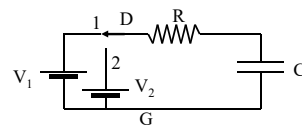
- Se non aspettiamo molte costanti di tempo, il condensatore non farà a tempo a caricarsi e scaricarsi completamente.
- Otterremo una forma d'onda di questo genere:



- Vediamo quantitativamente cosa succede.

Carica e scarica di un condensatore

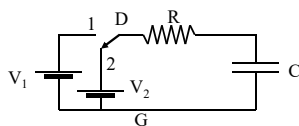
- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .



t

Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .

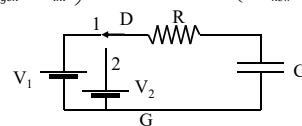


t

Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .
- Possiamo modificare la formula che avevamo trovato per la carica del condensatore:

$$-\ln\left(\frac{CV_{gen} - Q(t)}{CV_{gen} - Q_{in}}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow -\ln\left(\frac{CV_{new} - Q(t)}{CV_{new} - CV_{old}}\right) = \frac{t}{RC}$$

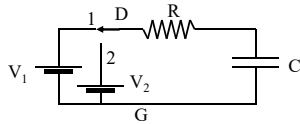


- Ottenendo $V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau}$
- Qui new e old sono i valori di V_C rispettivamente prima e dopo la commutazione, cioè alternativamente V_1 e V_2 .

Carica e scarica di un condensatore

- In pratica, se il deviatore viene mosso su 2, abbiamo $V_{old}=V_1$ e $V_{new}=V_2$; quando invece il deviatore viene mosso su 1, abbiamo $V_{old}=V_2$ e $V_{new}=V_1$.
- In ogni caso:

$$V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau}$$



t

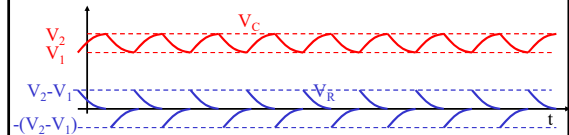
Carica e scarica di un condensatore

$$V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau} \Rightarrow V_{old} < V_C(t) < V_{new}$$

- Ad esempio se $V_{new}=V_o$ e $V_{old}=0$ si ottiene il caso della carica del condensatore; se $V_{new}=0$ e $V_{old}=V_o$ si ottiene la scarica.
- In generale avremo anche:

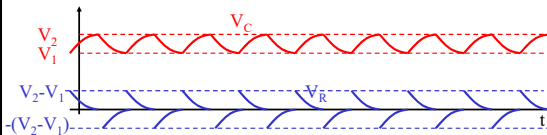
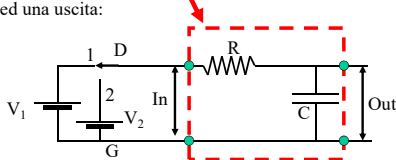
$$V_R(t) = RI = R \frac{dQ}{dt} = RC \frac{dV_C}{dt} = (V_{new} - V_{old}) e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow 0 < |V_R(t)| < |V_{new} - V_{old}|$$



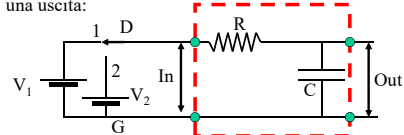
Carica e scarica di un condensatore

- Se consideriamo il **circuito RC** come un blocco con un ingresso ed una uscita:

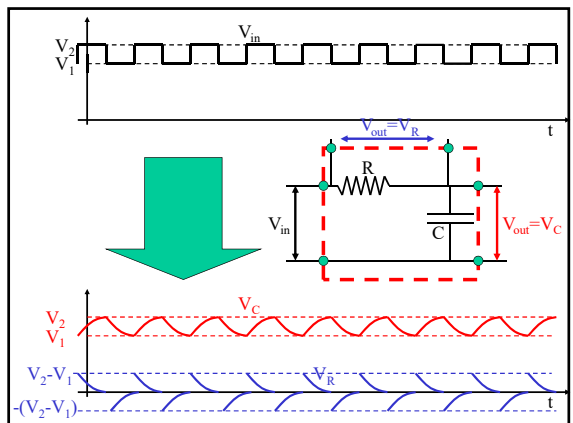
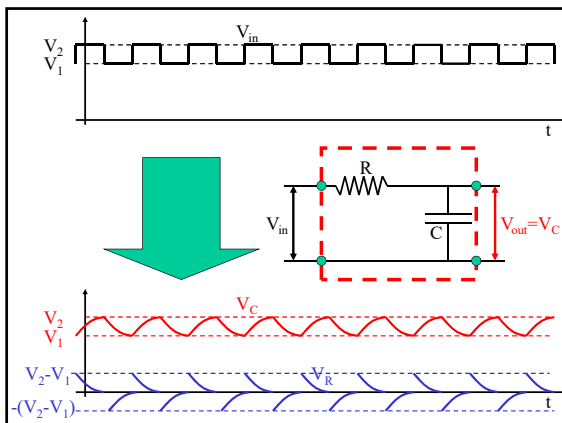
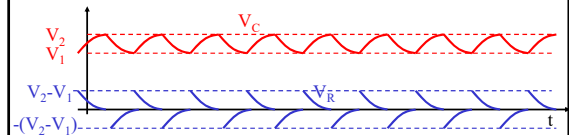


Carica e scarica di un condensatore

- Se consideriamo il **circuito RC** come un blocco con un ingresso ed una uscita:

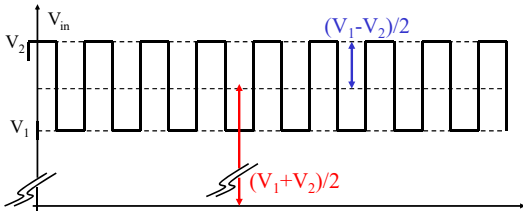


- Abbiamo applicato una V_{in} quadra tra V_1 e V_2 , e ottenuto in uscita una V_{out} fatta da rami di esponenziali crescenti e decrescenti



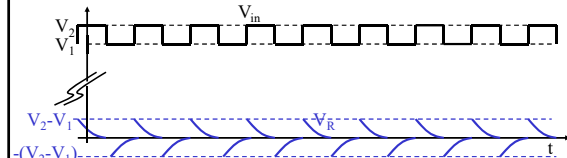
CR come “filtro per la continua”

- è interessante considerare la tensione quadra V_{in} come la somma di una tensione costante di valore $(V_1+V_2)/2$ e di una componente a media nulla di valore $\pm(V_1-V_2)/2$:
- $V_{in} = (V_1+V_2)/2 \pm (V_1-V_2)/2$



CR come “filtro per la continua”

- $V_{in} = (V_1+V_2)/2 \pm (V_1-V_2)/2$
- Dai nostri risultati è evidente che il valore del segnale in uscita **ai capi della resistenza** dipende solo dalla componente $\pm(V_1-V_2)/2$, ed è assolutamente indipendente dal valore continuo $(V_1+V_2)/2$.
- Cioè V_1 e V_2 possono essere anche molto grandi, ma ai capi della resistenza si misura un segnale che dipende solo dalla loro differenza.
- Far passare il segnale attraverso il condensatore permette quindi di **disaccoppiare la componente alternata da quella continua**.

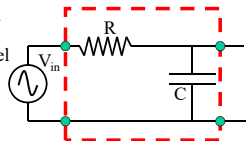


- Consideriamo il solito circuito RC, ma utilizziamo una V_{in} sinusoidale invece che quadra.

- Il caso sinusoidale è molto importante perchè

- Una forma d' onda periodica qualsiasi può essere sviluppata in serie di armoniche (sviluppo di Fourier). Siccome le equazioni del circuito sono lineari, la risposta all' onda qualsiasi è la somma delle risposte alle singole componenti sinusoidali.
- Ci sono generatori di segnali sinusoidali importanti (la rete elettrica ad es., e molti componenti elettromeccanici (alternatori ad es.).

Regime sinusoidale



$$V_{in} = V_o \cos(\omega t)$$

$$V(t) - R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$V(t) - RC \frac{dV_C}{dt} - V_C = 0$$

$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = V_o \cos(\omega t)$$

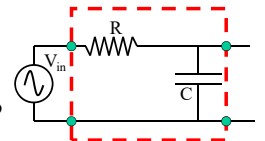
si cerca una soluzione del tipo

$$V_C = V_{oc} \cos(\omega t + \phi)$$

Sostituendo si trovano le costanti

$$V_{oc} \text{ e } \phi$$

Regime sinusoidale



si preferisce però usare la notazione complessa, che rende più semplici i calcoli. Si usa l'identità

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \sin(\alpha)$$

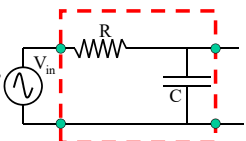
e si considera, convenzionalmente, l'equazione per $V(t)$ come la parte reale di una equazione complessa:

Quindi:

$$V_C = V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} \text{ e } V_{in} = V_o e^{j\omega t} \text{ e quindi}$$

$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = V_o \cos(\omega t) \Rightarrow RCj\omega V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} + V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} = V_o e^{j\omega t}$$

Regime sinusoidale



Regime sinusoidale

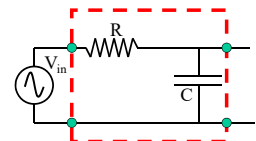
$$RCj\omega V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} + V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} = V_o e^{j\omega t}$$

$$RCj\omega V_{oc} e^{j\omega t} e^{j\phi} + V_{oc} e^{j\omega t} e^{j\phi} = V_o e^{j\omega t}$$

$$RCj\omega V_{oc} e^{j\phi} + V_{oc} e^{j\phi} = V_o$$

$$V_{oc} e^{j\phi} = \frac{V_o}{RCj\omega + 1} \text{ e quindi}$$

$$V_{oc} = \frac{V_o}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}$$



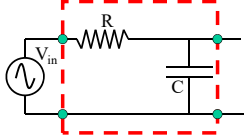
Regime sinusoidale

inoltre si può anche scrivere

$$V_{oc} e^{j\varphi} = \frac{V_o}{RCj\omega + 1} = \frac{V_o}{(RC\omega)^2 + 1} (1 - jRC\omega)$$

usando il fatto che $\varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(V_{oc} e^{j\varphi})}{\text{Re}(V_{oc} e^{j\varphi})}\right)$ si trova subito

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{RC\omega}{1}\right) = \arctan(-RC\omega) = \arctan(-\omega\tau)$$



- Possiamo quindi graficare, in **Regime sinusoidale** la funzione della frequenza del segnale d'ingresso, l'ampiezza del segnale in uscita, ed il suo sfasamento:

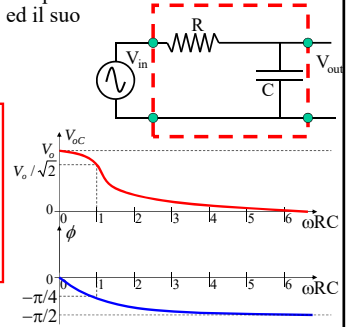
$$V_{in} = V_o e^{j\omega t} \Rightarrow$$

$$V_{out} = V_{oc} e^{j(\omega t + \varphi)}$$

dove

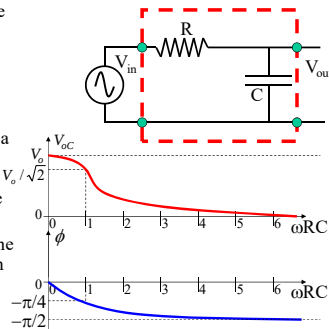
$$V_{oc} = \frac{V_o}{\sqrt{(\tau\omega)^2 + 1}}$$

$$\varphi = \arctan(-\omega\tau)$$



Regime sinusoidale

- Per $\omega \rightarrow 0$ la tensione ai capi del condensatore tende ad essere in ogni istante uguale a quella del generatore: condizioni quasistatiche
- Per $\omega \rightarrow \infty$ le variazioni di tensione in ingresso sono talmente veloci che il condensatore non riesce né a caricarsi né a scaricarsi in tempo. Di conseguenza la tensione ai suoi capi rimane nulla.
- Per ω intermedi, la tensione del condensatore segue, con un certo ritardo e ridotta in ampiezza, la tensione di ingresso.



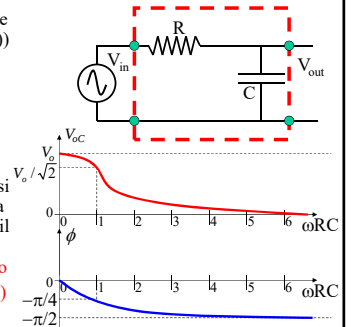
Regime sinusoidale

- Possiamo dire quindi che le pulsazioni ω molto minori di $1/RC$ (frequenze molto minori di $1/(2\pi RC)$) passano attraverso il blocco RC, mentre le pulsazioni ω molto maggiori di $1/RC$ non passano attraverso il blocco RC.

- Si conclude che, quando si prende il segnale in uscita ai capi del condensatore, il blocco RC si comporta come un **filtro passa basso**

- La frequenza $f_o = 1/(2\pi RC)$ viene detta **frequenza di taglio del filtro**.

O.D.G.: $R=1k\Omega$, $C=1\mu F$, $f_o=0.16\text{ kHz}$



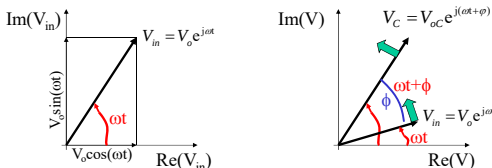
- Alla rappresentazione complessa delle tensioni corrisponde una rappresentazione geometrica interessante.

- Nel piano complesso i segnali

$$V_{in} = V_o \cos(\omega t) \Rightarrow V_{in} = V_o e^{j\omega t}$$

$$V_C = V_{oc} \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow V_C = V_{oc} e^{j(\omega t + \varphi)}$$

- Sono vettori che ruotano in senso antiorario con velocità ω :



Corrente

- La corrente che scorre nel circuito ... è

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{d}{dt} (V_{oc} e^{j(\omega t + \varphi)}) = CV_{oc} j\omega e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$i_C = i = (j\omega C) V_C$$

$$i = j\omega CV_C = \frac{j\omega CV_{in}}{RCj\omega + 1}$$

Legge di Ohm Generalizzata:
basta pensare ad una "impedenza" del condensatore pari a $1/j\omega C$

scrivendo la corrente nella forma $i = I_o e^{j(\omega t + \varphi_1)}$ si ottiene:

$$I_o = V_o \frac{\omega C}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau}\right)$$

Corrente

- La corrente che scorre nel circ. durante la carica e scarica del condensatore è

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{d}{dt} (V_{oc} e^{j(\omega t + \varphi)}) = CV_{oc} j\omega e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$i_C = i = (j\omega C)V_C$$

Legge di Ohm Generalizzata:
basta pensare ad una "impedenza"
del condensatore pari a $1/j\omega C$

$$i = j\omega CV_C = \frac{j\omega CV_{in}}{RCj\omega + 1}$$

scrivendo la corrente nella forma $i = I_o e^{j(\omega t + \varphi_i)}$ si ottiene :

$$I_o = \frac{\omega C}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} V_o$$

da
confrontare
con

$$V_{oc} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} V_o$$

$$\varphi_i = \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau}\right)$$

$$\varphi_{V_C} = \arctan(-\omega\tau)$$

Corrente

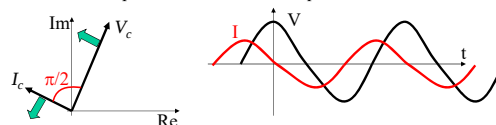
- La corrente nel circuito è quindi sfasata rispetto alla tensione ai capi del condensatore:

$$\tan(\varphi_i - \varphi_{V_C}) = \frac{\tan(\varphi_i) - \tan(\varphi_{V_C})}{1 + \tan(\varphi_{V_C})\tan(\varphi_i)} = \frac{\frac{1}{\omega\tau} + \omega\tau}{1 - \omega\tau \frac{1}{\omega\tau}} = +\infty$$

- Quindi

$$\varphi_i - \varphi_{V_C} = \frac{\pi}{2}$$

- La tensione ai capi del condensatore ha un ritardo di 90° rispetto alla corrente, indipendentemente dalla frequenza.



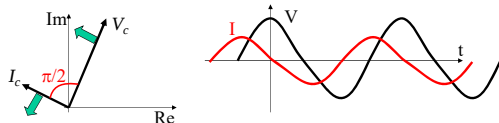
Corrente

- Con la notazione complessa si ritrova subito lo stesso risultato

$$da \quad i_C = i = (j\omega C)V_C$$

$$V_{oc} e^{j(\omega t + \varphi)} = \frac{1}{j\omega C} I_o e^{j(\omega t + \varphi_i)} = -j \frac{1}{\omega C} I_o e^{j(\omega t + \varphi_i)} = e^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\omega C} I_o e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

$$V_{oc} e^{j\varphi_{V_C}} = \frac{I_o}{\omega C} e^{j(\varphi_i - \frac{\pi}{2})} \Rightarrow \varphi_i - \varphi_{V_C} = \frac{\pi}{2}$$



Esperienza del 6 Aprile 2016

- Divisa in tre parti:
- Misure in corrente continua su una catena di resistori in serie – Scopo:
 - Imparare ad usare lo strumento universale ed il multimetro digitale
 - Verifica delle leggi di Ohm e di Thevenin
 - Verifica delle perturbazioni introdotte dagli strumenti
- Trasferimento di potenza (opzionale)– Scopo:
 - Imparare ad usare lo strumento universale ed il multimetro digitale
 - Verifica dell' effetto della resistenza interna del generatore (che viene aumentata artificialmente).
- Misura della carica e scarica di un condensatore
 - Vedere processi dinamici (lenti) e verificare le perturbazioni introdotte dagli strumenti

Esperienza del 6 Aprile 2016

Avrete a disposizione:

- “Strumento universale” (multimetro analogico)
- Multimetro elettronico digitale
- Alimentatore (generatore reale di tensione)
- Batteria (generatore reale di tensione)
- Catena di resistori (10 x 100 kΩ)
- Resistori vari

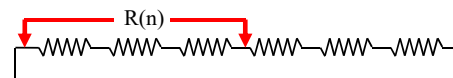
Misure sulla catena di resistori:

Misura preliminare.

- Verificare coi multimetri i valori delle resistenze
- Verificare i valori della serie di n resistori, per n che va da 1 a 10, con la catena aperta



- Verificare i valori della serie di n resistori, per n che va da 1 a 9, con la catena chiusa su se stessa.

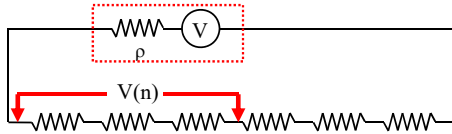


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si connette la catena al generatore.

- Si misurano le ddp $V(n)$ con
 - Strumento universale FS 2V
 - Strumento universale FS 10 V
 - Multimetro elettronico digitale

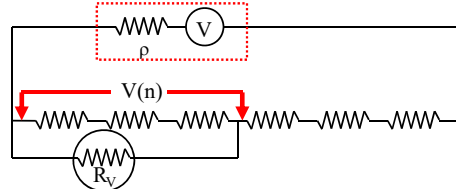


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si connette la catena al generatore.

- Si misurano le ddp $V(n)$ con
 - Strumento universale FS 2V
 - Strumento universale FS 10 V
 - Multimetro elettronico digitale

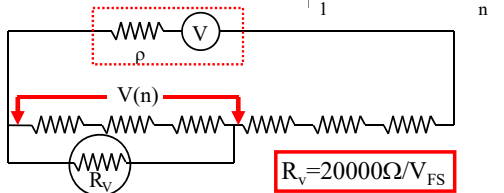


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si riportano in grafico le $V(n)$

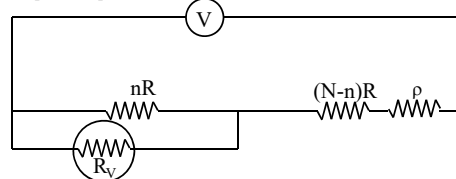
- – Strumento universale FS 2V
- – Strumento universale FS 10 V
- – Multimetro elettronico digitale



Misure sulla catena di resistori:

La perturbazione è tanto maggiore quanto maggiore è il numero di resistenze effettivamente in parallelo al voltmetro, perché in quel caso R_v può diventare addirittura inferiore alla resistenza equivalente.

La resistenza "vista" da R_v è, secondo Thevenin, il parallelo tra nR e $(N-n)R + \rho$, ed è quindi bassa sia quando n è vicino a 1 che quando n è vicino a N . Ci aspettiamo quindi piccole perturbazioni in questi due casi, e perturbazioni più importanti per i valori intermedi di n .

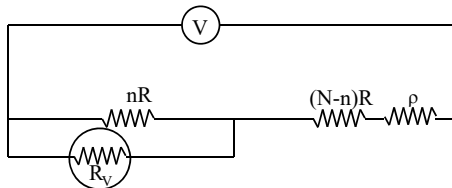


Misure sulla catena di resistori:

Per risolvere il problema basta considerare il partitore tra la resistenza $R_1 = (N-n)R + \rho$ e la resistenza $R_2 = nR // R_v$.

Possiamo quindi scrivere subito (trascurando ρ):

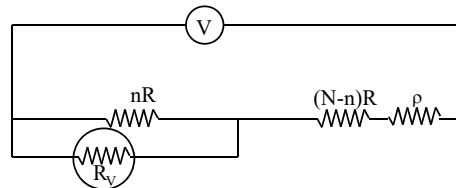
$$V_v = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V \frac{\frac{nRR_v}{nR + R_v}}{\frac{nRR_v}{nR + R_v} + (N-n)R} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_v}(N-n)}$$



Misure sulla catena di resistori:

Da cui si vede che la formula si riduce al caso banale $V_v = (n/N)V$ quando $R_v \gg n(N-n)R$.

$$V_v = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V \frac{\frac{nRR_v}{nR + R_v}}{\frac{nRR_v}{nR + R_v} + (N-n)R} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_v}(N-n)}$$



Misure sulla catena di resistori:

Se conosciamo la resistenza interna del voltmetro R_V ed il valore delle singole resistenze R , possiamo correggere i valori di V_V misurati, ed ottenere i valori che si leggerebbero se il voltmetro fosse ideale:

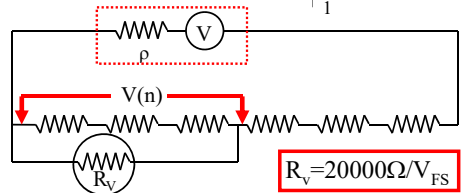
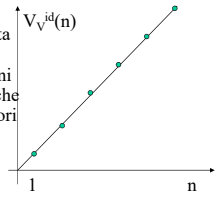
$$V_V^{mis} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_V}(N - n)} ; \quad V_V^{id} = V \frac{n}{N}$$

facendo il rapporto si ottiene

$$V_V^{id} = V_V^{mis} \frac{N + \frac{nR}{R_V}(N - n)}{N} = V_V^{mis} \left[1 + \frac{nR}{R_V} \left(1 - \frac{n}{N} \right) \right]$$

Misure sulla catena di resistori:

Si riportano in grafico le $V_V^{id}(n)$ corrette per la perturbazione introdotta dallo strumento di misura usando la formula precedente, e si otterrà in ogni caso che sono tutte lungo la retta, anche se con barre d'errore diverse, maggiori nel caso a fondo scala più alto.



Trasferimento di potenza da un generatore a un carico

La potenza dissipata nel carico e'

$$W = V_R I_R$$

Il circuito e' un normale partitore, quindi

$$V_R = V_o \frac{R}{R + R_o} ; \quad I_R = \frac{V_o}{R + R_o}$$

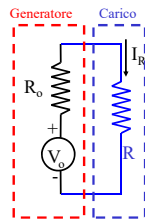
$$\Rightarrow W = \frac{V_o^2 R}{(R + R_o)^2}$$

se si deriva rispetto a R si scopre che e' max. per

$$R = R_o$$

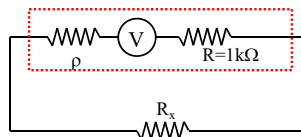
$$W_{max} = \frac{V_o^2}{4R_o}$$

In queste condizioni si dice che il carico e' "adattato"



Misura del trasferimento di potenza dal generatore al carico

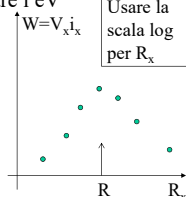
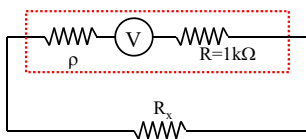
- Si aumenta artificialmente la resistenza interna del generatore inserendo in serie $1k\Omega$.
- Si misurano V_{R_x} e i_{R_x} nella resistenza R_x al variare di R_x .
- Si usano contemporaneamente lo strumento universale e il multimetro digitale per misurare i e V



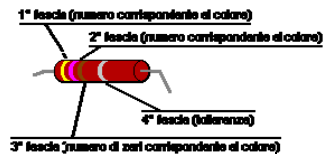
Usare R_x di 22, 47, 100, 220, 470, 1000, 2200, 4700, 10000, 22000, 47000 Ω

Misura del trasferimento di potenza dal generatore al carico

- Si aumenta artificialmente la resistenza interna del generatore inserendo in serie $1k\Omega$.
- Si misurano V_{R_x} e i_{R_x} nella resistenza R_x al variare di R_x .
- Si usano contemporaneamente lo strumento universale e il multimetro digitale per misurare i e V

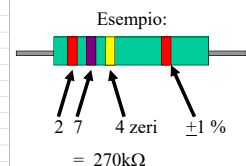


codice dei colori nei resistori

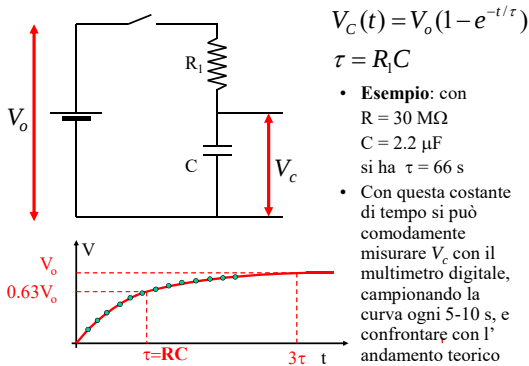


colore	1° cifra	2° cifra	3° cifra
Nero	0	0	-
Marrone	1	1	0
Rosso	2	2	00
Arancione	3	3	000
Giallo	4	4	0000
Verde	5	5	00000
Blu	6	6	000000
Viola	7	7	-
Grigio	8	8	-
Bianco	9	9	-

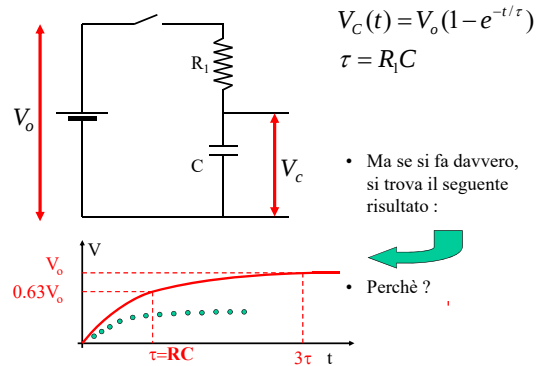
TOLLERANZE	Rosso 1%	Oro 5%	Argento 10%	Mancante 20%
------------	----------	--------	-------------	--------------



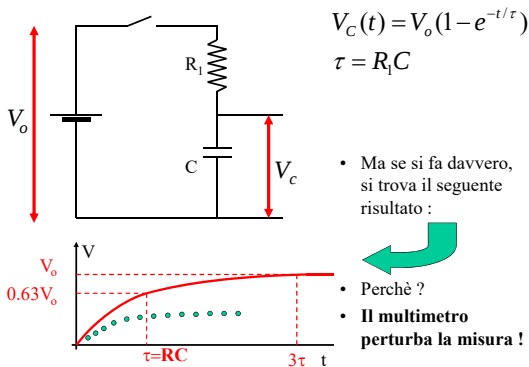
Carica di un condensatore



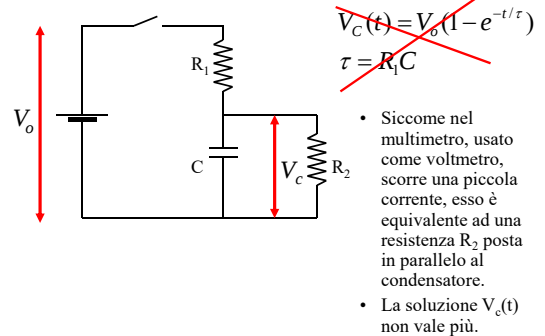
Carica di un condensatore



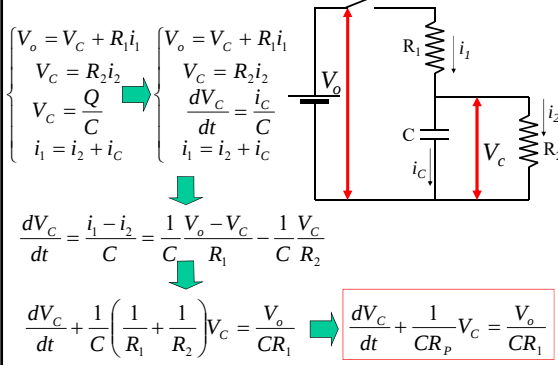
Carica di un condensatore



Carica di un condensatore



Carica di un condensatore



Carica di un condensatore

