

Carica di un condensatore

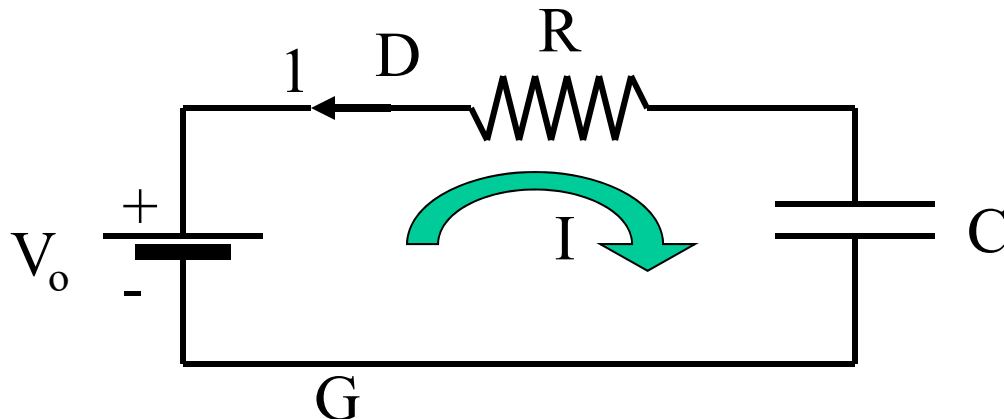
- Possiamo scrivere subito $V_o = IR + V_C$

- E quindi

$$V_o = \frac{dQ}{dt} R + \frac{Q}{C} \Rightarrow RC \frac{dQ}{dt} = CV_o - Q$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{CV_o - Q} = \frac{dt}{RC} \Rightarrow -\ln(CV_o - Q) \Big|_{t_0}^t = \frac{t}{RC} \Big|_{t_0}^t$$

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o - Q_o}\right) = \frac{t}{RC}$$



Carica di un condensatore

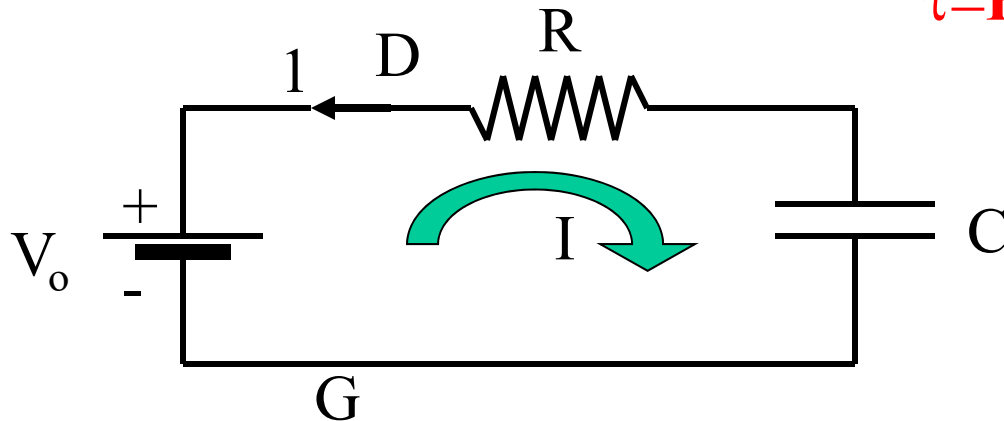
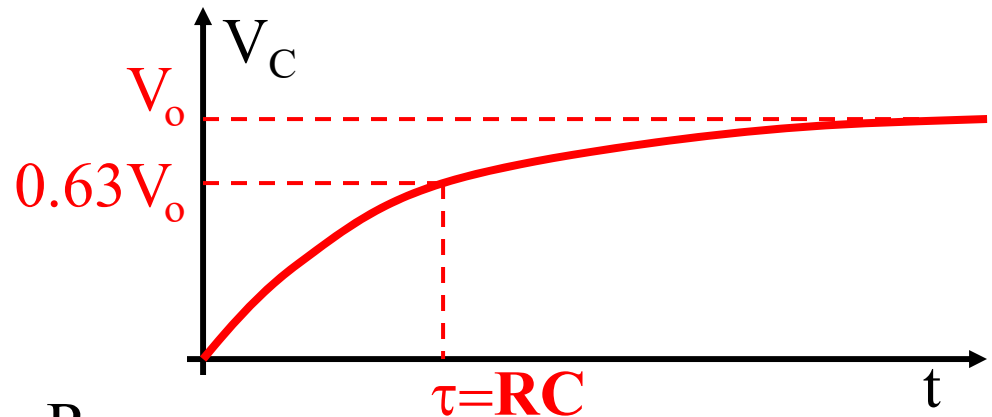
qui Q_o e' la eventuale carica iniziale. Nel nostro caso

$Q_o = Q(t = 0) = 0$ e quindi

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{CV_o - Q}{CV_o} = e^{-t/RC} \Rightarrow Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau})$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

dove $\tau = RC$ e' la
costante di tempo del processo



Carica di un condensatore

qui Q_o e' la eventuale carica iniziale. Nel nostro caso

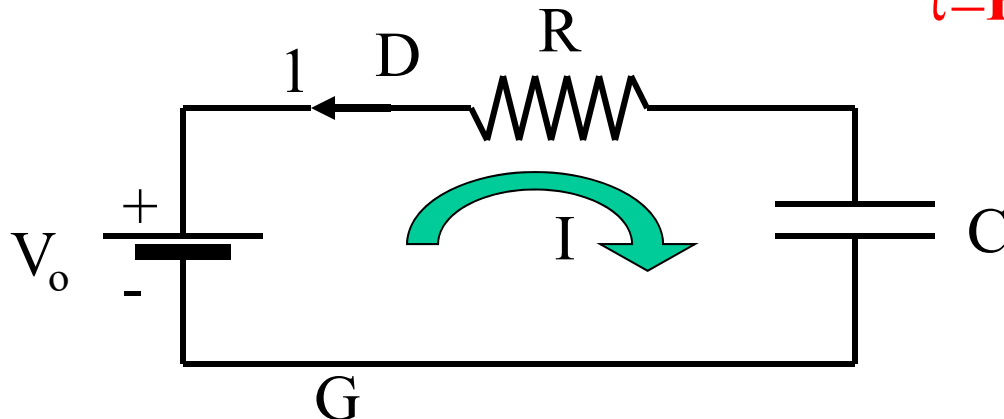
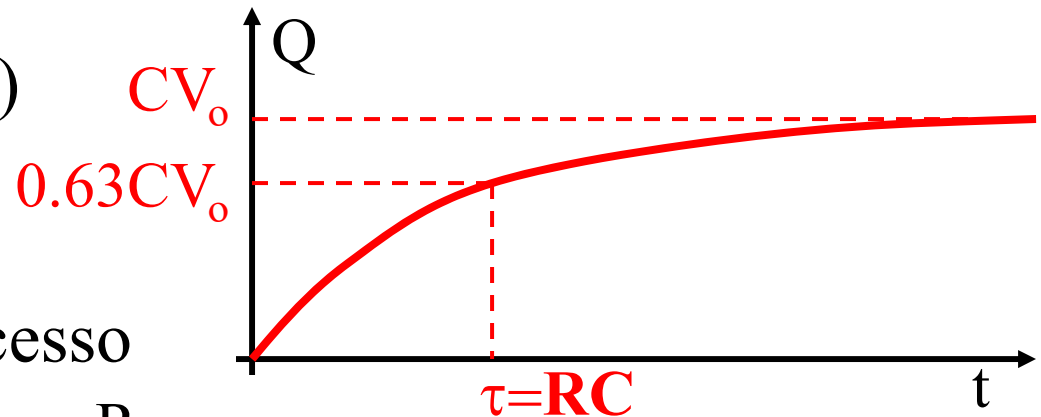
$Q_o = Q(t = 0) = 0$ e quindi

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau})$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

dove $\tau = RC$ e' la

costante di tempo del processo



Scarica di un condensatore

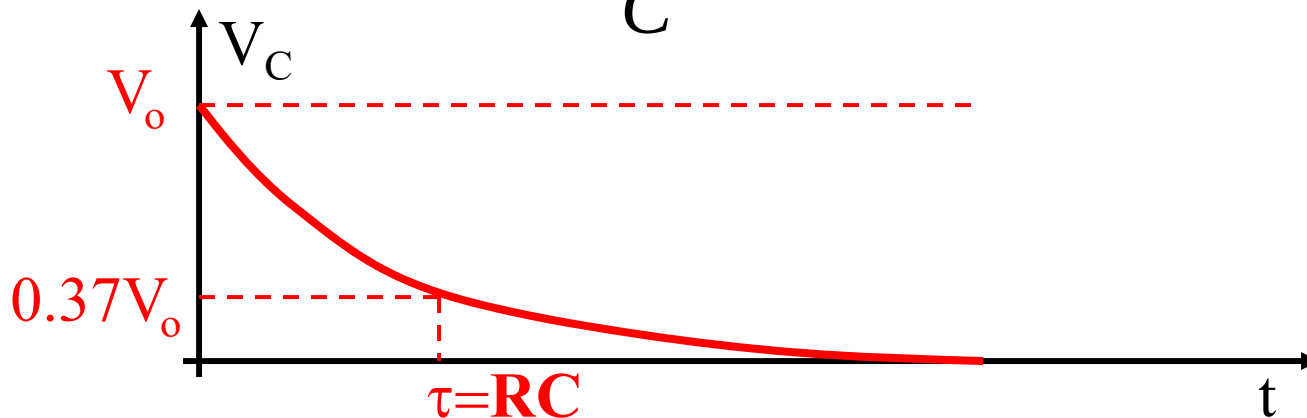
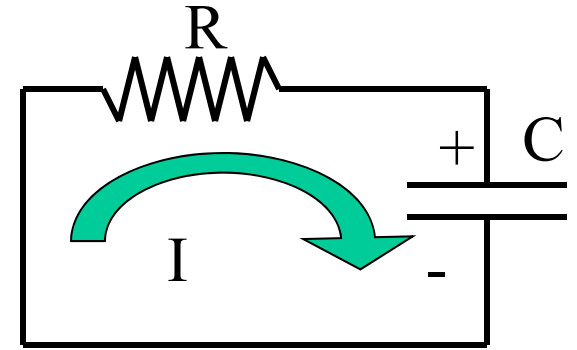
con la solita convenzione per il verso della corrente otteniamo :

$$-IR - V_C = 0$$

$$-\frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

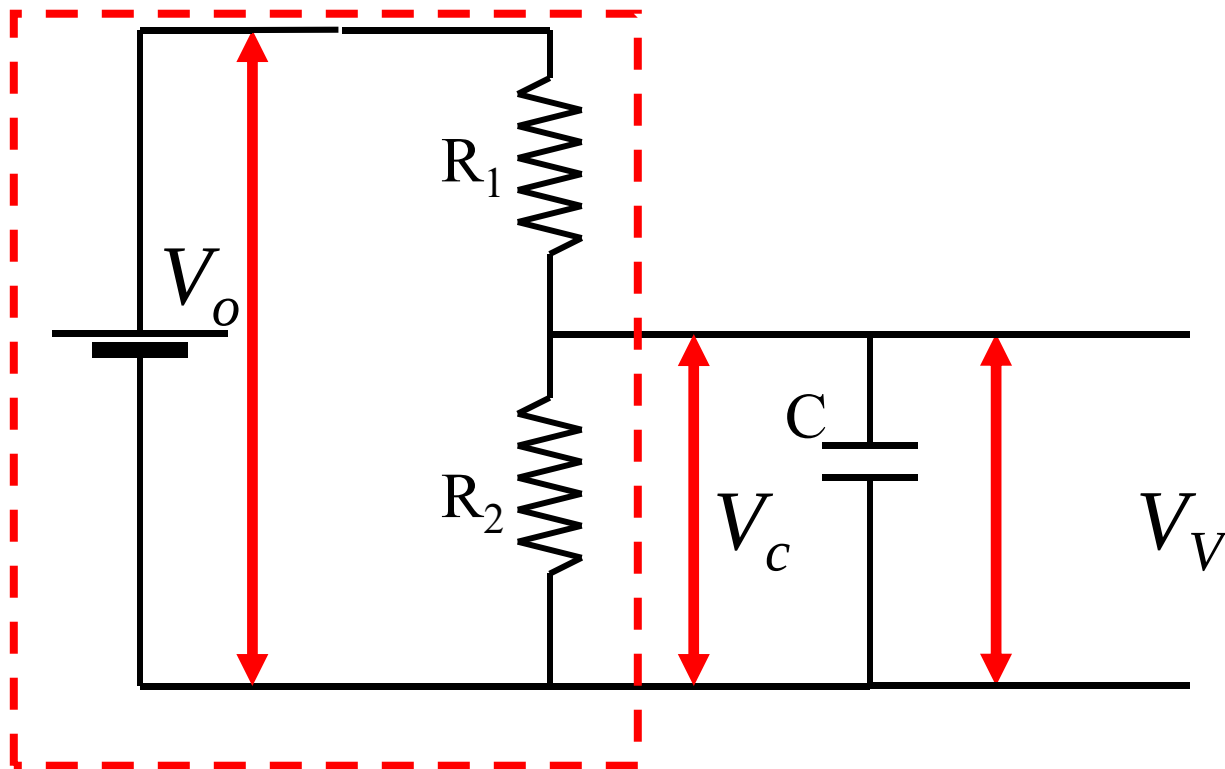
e quindi $Q(t) = CV_o e^{-t/\tau}$

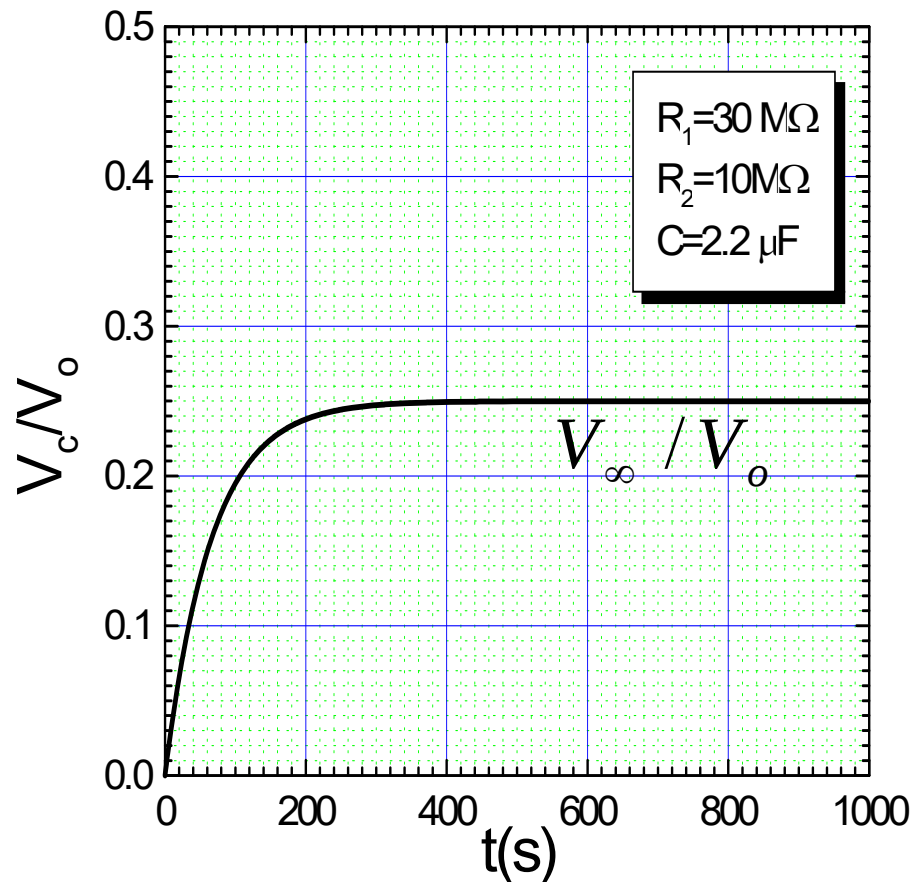
ed anche $V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o e^{-t/\tau}$



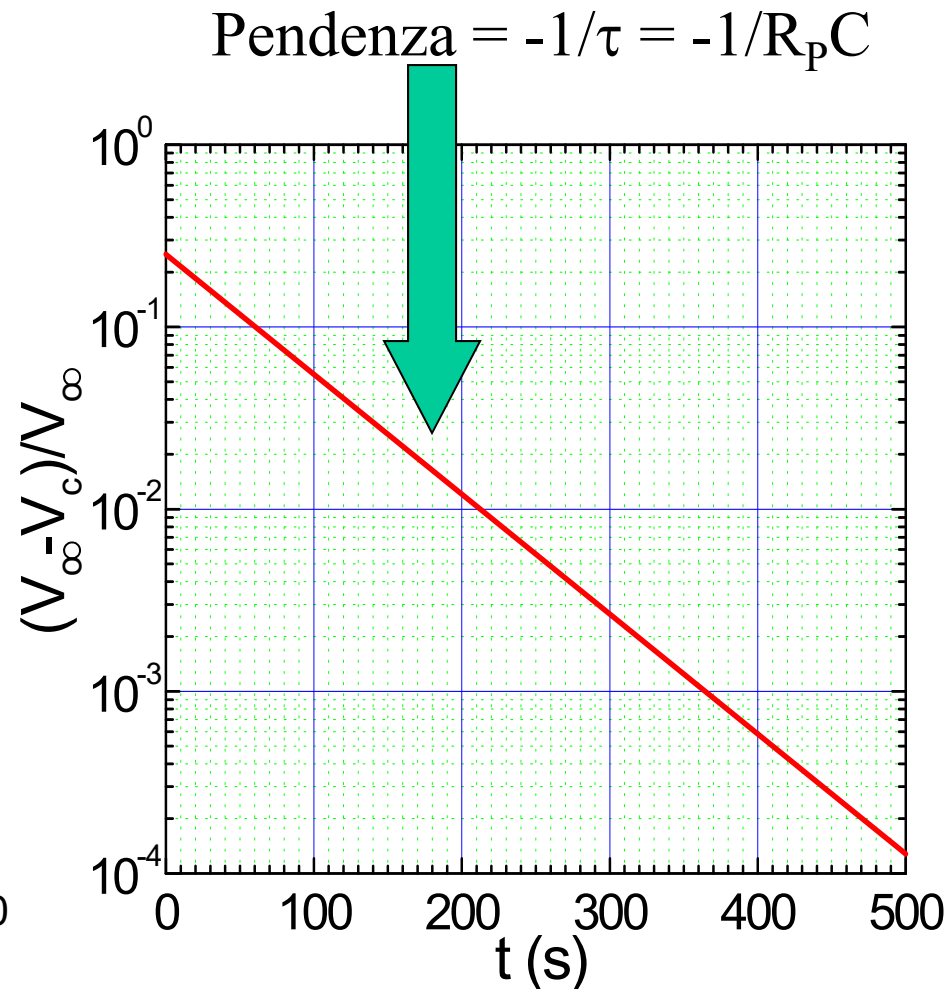
seconda parte esercitazione 1 : carica condensatore (circuito RC con lunga costante di tempo)

- Montare il circuito sulla basetta, misurare V_V in funzione del tempo.
- Siccome con i valori suggeriti ($33\text{M}\Omega$ e $2.2\mu\text{F}$) il processo è lento, si possono misurare le tensioni con il voltmetro digitale a intervalli di tempo regolari scanditi da un cronometro. Potete anche filmare con il telefonino le letture di cronometro e voltmetro.
- Ricordare che R_2 è la resistenza interna del voltmetro, e che V_o è la tensione del generatore da misurare con il multimetro.





Da questo grafico si ricava il valore asintotico $\frac{V_\infty}{V_o} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ e quindi R_2 .

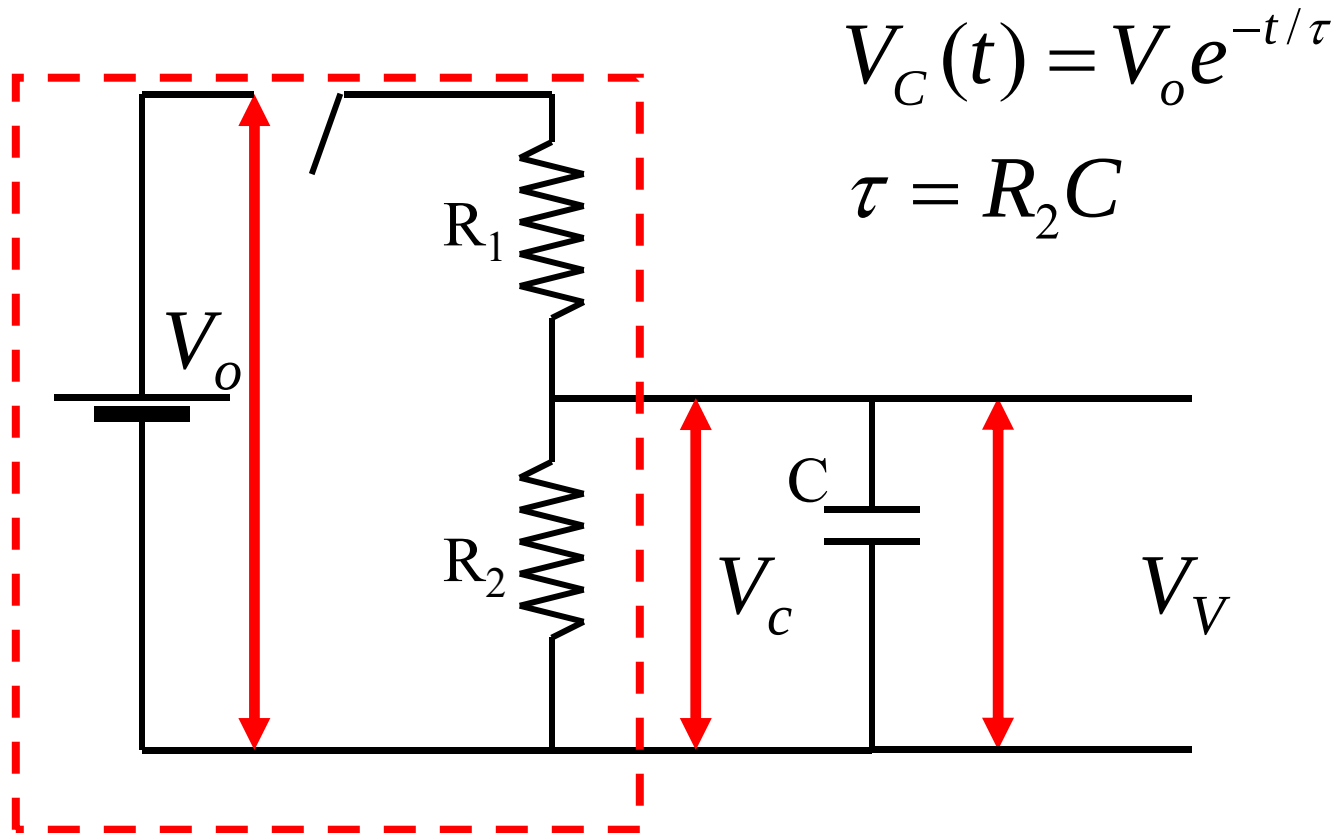


Allora si può graficare in scala semilog $(V_\infty - V_c)/V_\infty$. Dalla pendenza si ricava τ e quindi di nuovo R_2 .

seconda parte esercitazione 1 : scarica condensatore (circuito RC con lunga costante di tempo)

Aprire il circuito come mostrato sotto, misurare V_V in funzione del tempo.

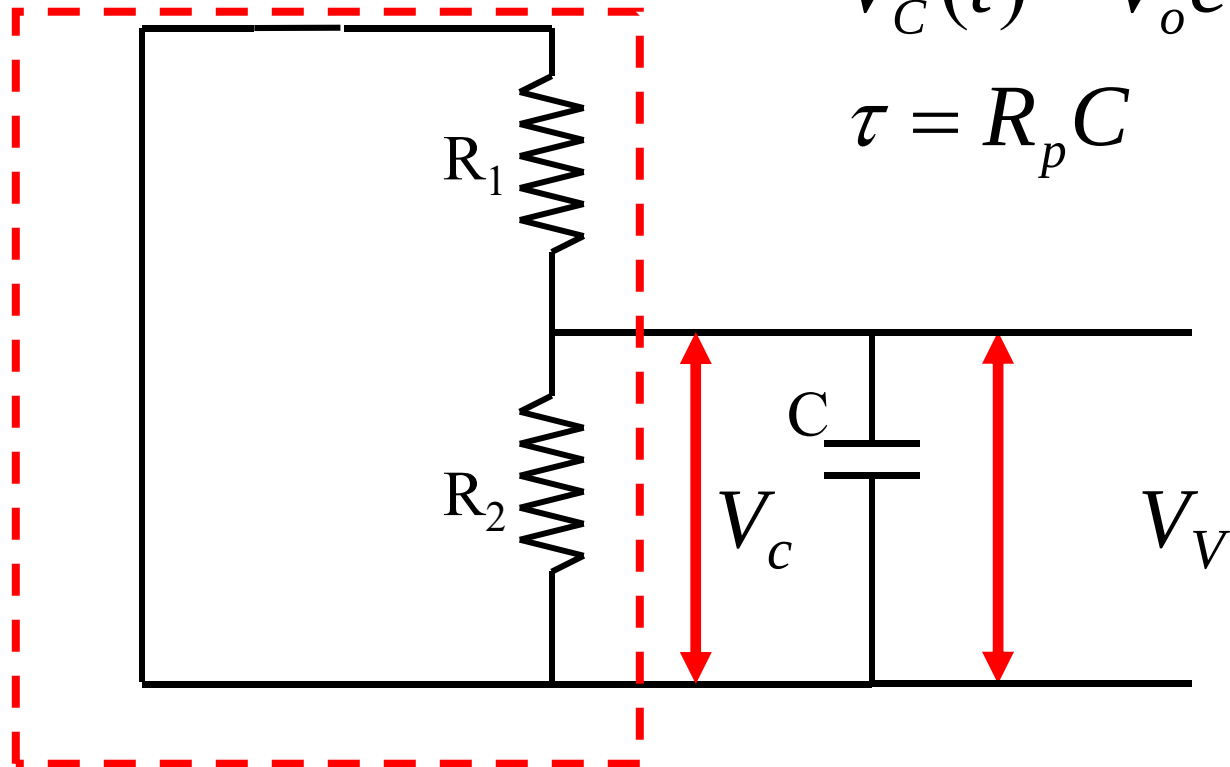
- Filmate con il telefonino le letture di cronometro e voltmetro.
- Ricordare che R_2 è la resistenza interna del voltmetro, e che V_o è la tensione del generatore da misurare con il multimetro.



seconda parte esercitazione 1 : scarica condensatore (circuito RC con lunga costante di tempo)

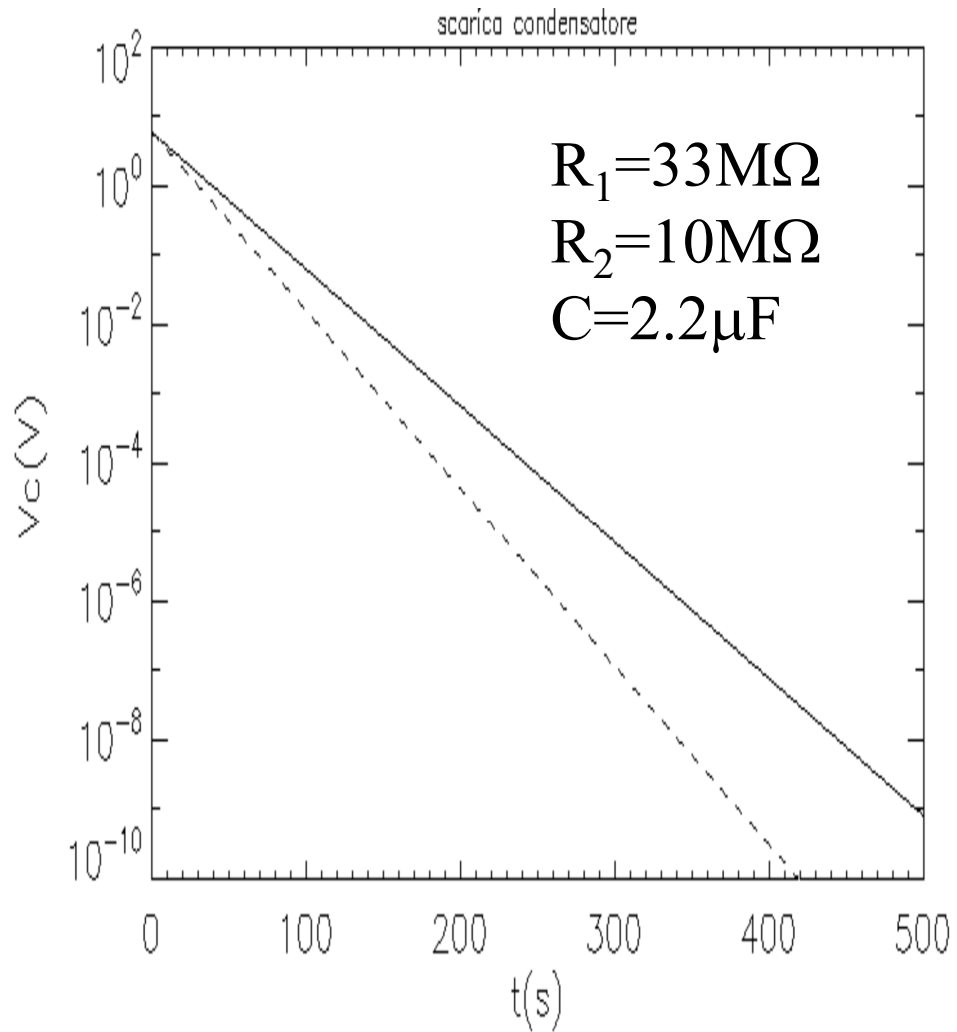
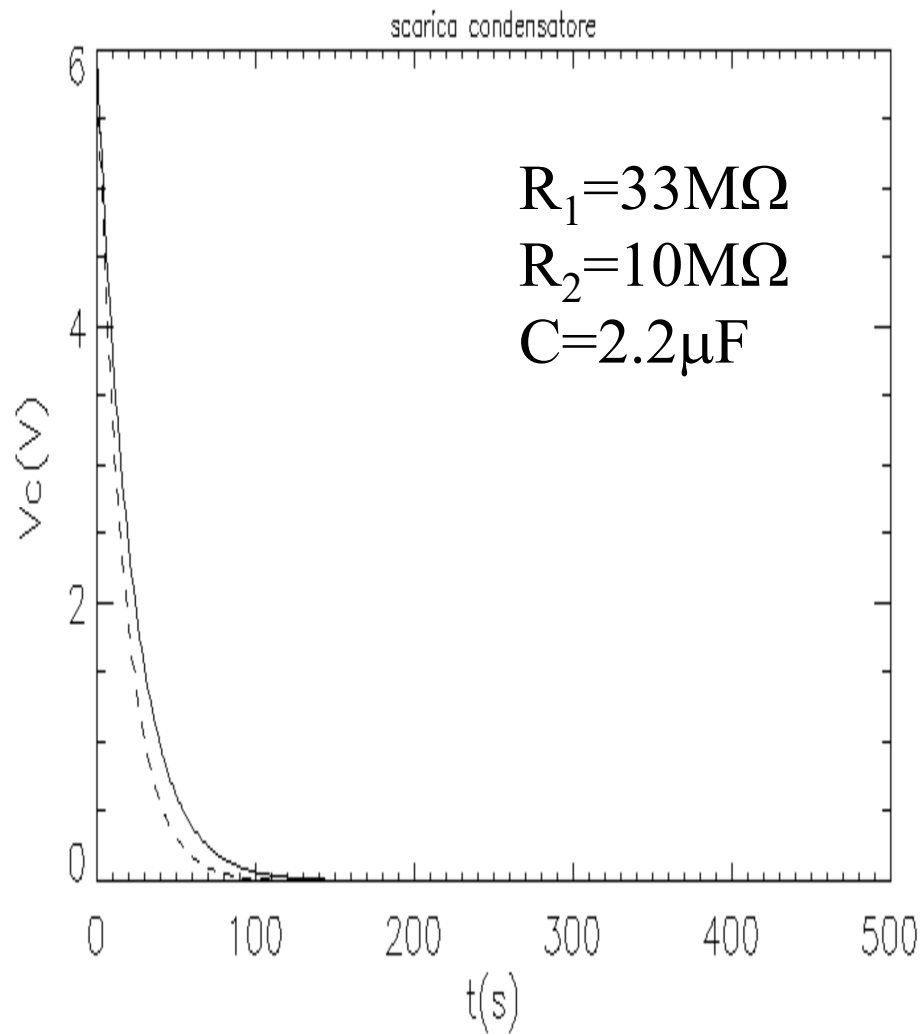
Lasciando il circuito montato come mostrato sotto, spengere il generatore e misurare V_V in funzione del tempo.

- Filmate con il telefonino le letture di cronometro e voltmetro.
- Ricordare che R_2 è la resistenza interna del voltmetro, e che V_o è la tensione del generatore da misurare con il multimetro.



$$V_C(t) = V_o e^{-t/\tau}$$

$$\tau = R_p C$$



Nei due casi stimare τ ed R_2

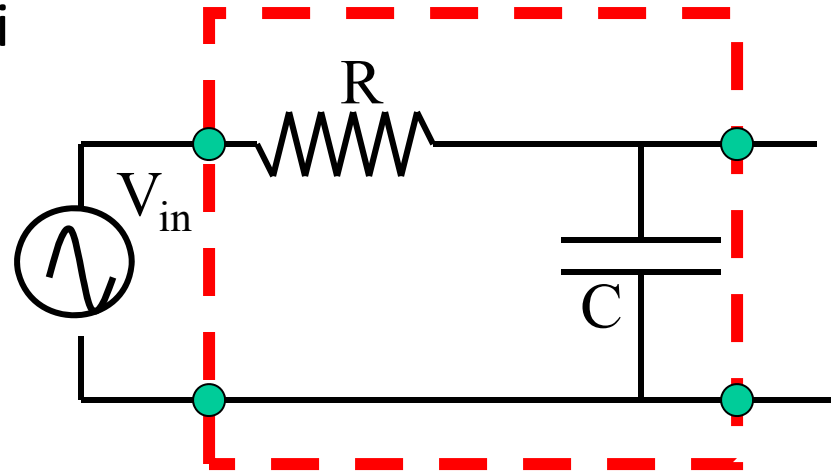
Impedenza Complessa

- Riprendiamo il circuito RC, nel caso di generatore sinusoidale:

$$V_{in}(t) - RI - V_C = 0$$

$$\vec{V}_o = Ri_o e^{j\phi} + \frac{1}{j\omega C} i_o e^{j\phi}$$

$$= \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) i_o e^{j\phi}$$



- Quindi la variabile complessa che rappresenta la corrente è proporzionale alla variabile complessa che rappresenta la tensione; la costante di proporzionalità è un numero complesso, detto “impedenza del circuito”.

$$Z = \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)$$

- In questo caso, l'impedenza del circuito è la somma delle impedenze di R e di C, perchè sono in serie.

Impedenza Complessa

- Legge di Ohm generalizzata:

$$\vec{Z}_R = R \quad \vec{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\vec{V} = \vec{Z} \vec{I}$$

- Se vogliamo la tensione ai capi del condensatore, ci ricorderemo ancora una volta del partitore e lo scriveremo per le impedenze:

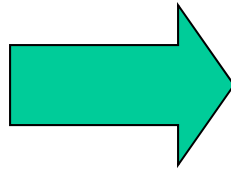
$$\vec{V}_C = \frac{\vec{Z}_C}{\vec{Z}_C + \vec{Z}_R} \vec{V}_{in} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} \vec{V}_{in} = \frac{1}{1 + Rj\omega C} \vec{V}_{in}$$

- Se vogliamo la tensione ai capi della resistenza, avremo :

$$\vec{V}_R = \frac{\vec{Z}_R}{\vec{Z}_C + \vec{Z}_R} \vec{V}_{in} = \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R} \vec{V}_{in} = \frac{Rj\omega C}{1 + Rj\omega C} \vec{V}_{in}$$

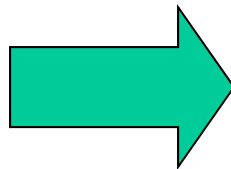
I circuiti RC e CR come filtri

- Quindi quando si prende l'uscita ai capi del condensatore, il circuito RC si comporta come filtro passa basso:



$$\vec{V}_C = \frac{1}{1 + j\omega RC} \vec{V}_{in}$$
$$V_{oC} = \frac{V_{oin}}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$
$$\varphi = \arctan(-\omega\tau)$$

- Invece quando si prende l'uscita ai capi della resistenza, il circuito CR si comporta come filtro passa alto:



$$\vec{V}_R = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \vec{V}_{in}$$
$$V_{oR} = \frac{\tau\omega V_{oin}}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}}$$
$$\varphi = \arctan(1 / \omega\tau)$$