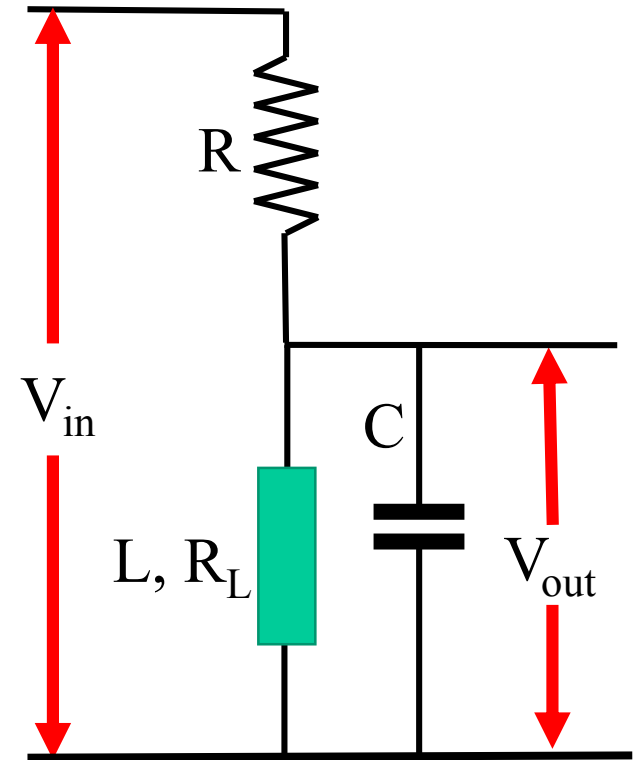


Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo e Circuiti. S. Masi

Prova Pratica del 17/06/2015 mattina (A)

Dato il circuito risonante mostrato a lato, dove il rettangolo rappresenta un induttore reale (L, R_L) :

1. Calcolare gli andamenti asymptotici della risposta in frequenza $V_{out}/V_{in}(f)$, in modulo e fase, per frequenze tendenti a 0 e all'infinito.
2. Misurare e graficare la risposta in frequenza, in modulo, $|V_{out}/V_{in}|(f)$, e in sfasamento tra V_{out} e V_{in} , $\Delta\phi(f)$, e da questa:
 - A. Dimostrare che gli andamenti asymptotici sono effettivamente quelli previsti
 - B. dimostrare che c'è una risonanza alla frequenza $f_o = (2\pi\sqrt{LC})^{-1}$ infittendo le misure nell'intorno di tale frequenza.
 - C. Misurare $|V_{out}/V_{in}|(f_o)$
 - D. Facoltativamente confrontare $|V_{out}/V_{in}|(f_o)$ con il valore previsto teoricamente.



Soluzione

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_{//}}{R + Z_{//}} = \frac{1}{1 + R/Z_{//}} \quad ; \quad Z_{//} = \frac{R_L + j\omega L}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega CR_L} \rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_L + j\omega L}{R_L + R(1 - \omega^2 LC) + j\omega(L + CRR_L)}$$

Quindi per frequenza tendente a 0 si ha: $\frac{V_{out}}{V_{in}} \rightarrow \frac{R_L}{R_L + R}$,
 reale, quindi sfasamento tendente a 0;

Per frequenza tendente a infinito si ha: $\frac{V_{out}}{V_{in}} \rightarrow \frac{j\omega L}{R(-\omega^2 LC)} \rightarrow 0$

Qui il rapporto tra parte immaginaria e parte reale vale $-\infty$.

Quindi lo sfasamento tende a $-\pi/2$.

La funzione di trasferimento può essere riscritta per comodità:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2}$$

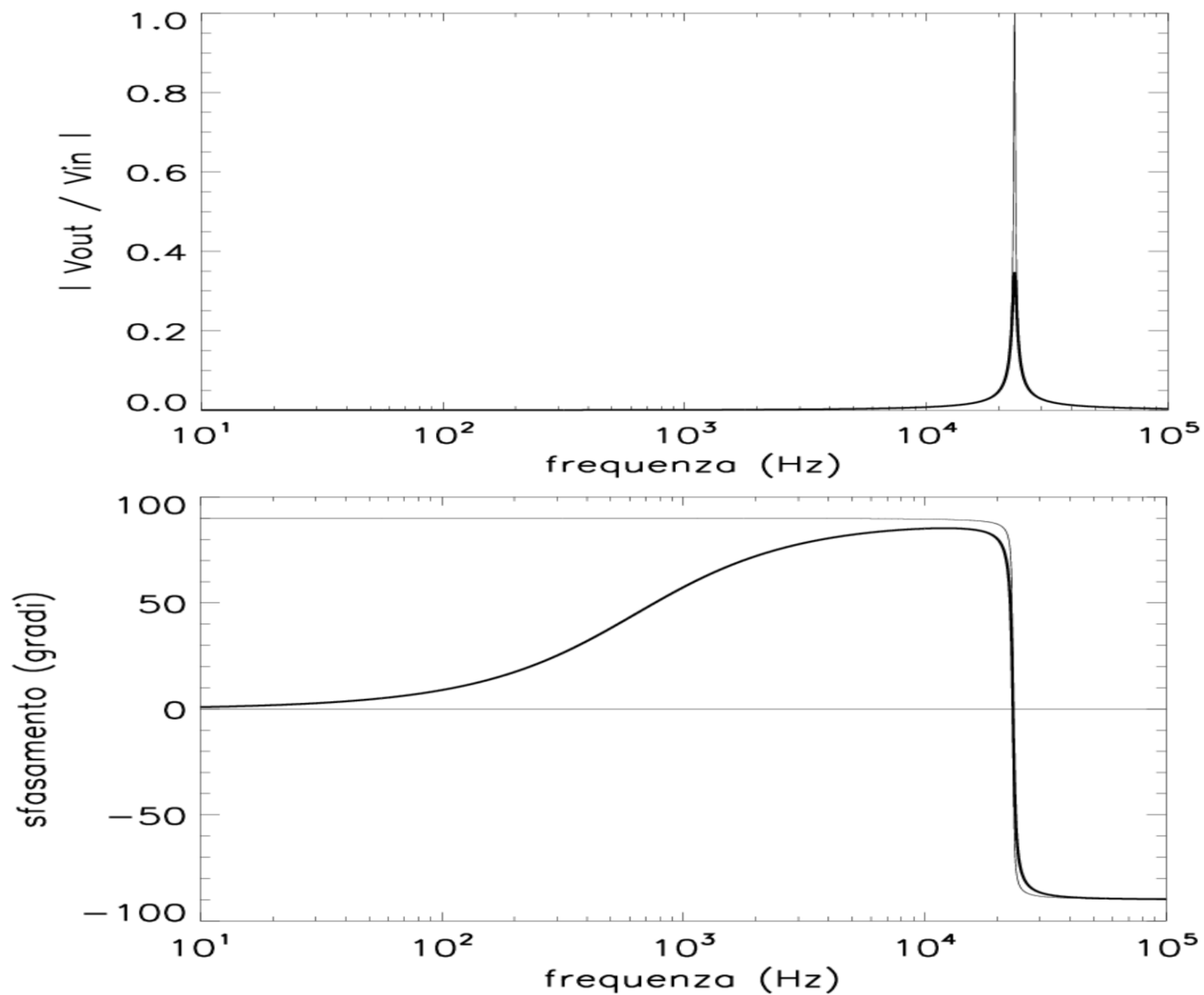
Alla frequenza di risonanza, $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

quindi $a = R_L$; $b = \sqrt{L/C}$; $c = R_L$; $d = (L + CRR_L)/\sqrt{LC}$

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{f_o} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}} = \sqrt{\frac{LCR_L^2 + L^2}{LCR_L^2 + (L + CRR_L)^2}}$$

con $R=10k\Omega$, $C=47nF$, $L=1mH$, $R_L=4\Omega$, risulta $f_o = 23200 \text{ Hz}$; $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{f_o} = 0.347$

Curva spessa : $R=10\text{k}\Omega$, $C=47\text{nF}$, $L=1\text{mH}$, $R_L=4\Omega$; curva sottile $R_L=0\Omega$

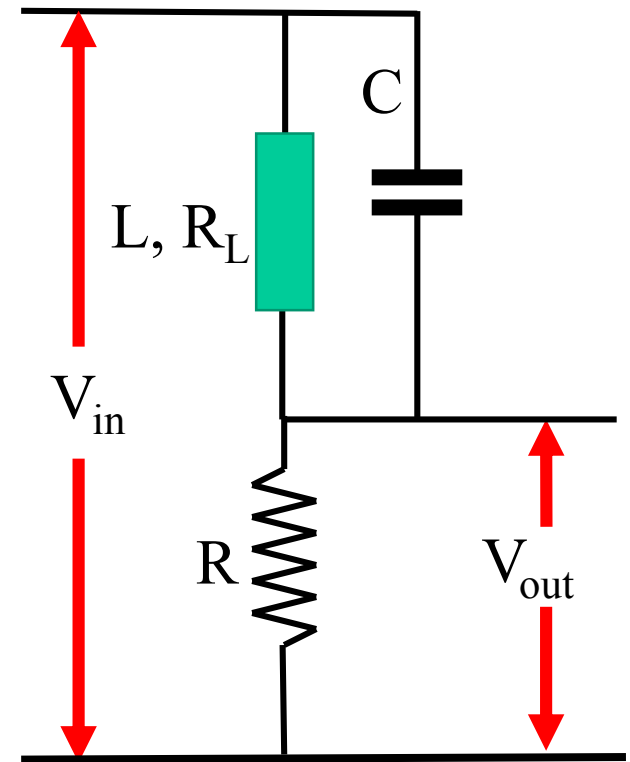


Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo e Circuiti. S. Masi

Prova Pratica del 17/06/2015 pomeriggio (B)

Dato il circuito risonante mostrato a lato, dove il rettangolo rappresenta un induttore reale (L, R_L) :

1. Calcolare gli andamenti asymptotici della risposta in frequenza $V_{out}/V_{in}(f)$, in modulo e fase, per frequenze tendenti a 0 e all'infinito.
2. Misurare e graficare la risposta in frequenza, in modulo, $|V_{out}/V_{in}|(f)$, e in sfasamento tra V_{out} e V_{in} , $\Delta\phi(f)$, e da questa:
 - A. Dimostrare che gli andamenti asymptotici sono effettivamente quelli previsti
 - B. dimostrare che c'è una risonanza alla frequenza $f_o = (2\pi\sqrt{LC})^{-1}$ infittendo le misure nell'intorno di tale frequenza.
 - C. Misurare $|V_{out}/V_{in}|(f_o)$
 - D. Facoltativamente confrontare $|V_{out}/V_{in}|(f_o)$ con il valore previsto teoricamente.



Soluzione

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{R + Z_{||}} = \frac{1}{1 + Z_{||} / R} \quad ; \quad Z_{||} = \frac{R_L + j\omega L}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega C R_L} \rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega C R_L R}{R_L + R(1 - \omega^2 LC) + j\omega(L + C R R_L)}$$

Quindi per frequenza tendente a 0 si ha: $\frac{V_{out}}{V_{in}} \rightarrow \frac{R}{R_L + R}$

e $tg\varphi \rightarrow \frac{0-0}{(R_L + R)^2} \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi \rightarrow 0$

Per frequenza tendente a infinito si ha: $\frac{V_{out}}{V_{in}} \rightarrow \frac{-\omega^2 RLC}{-\omega^2 RLC} \rightarrow 1$

e $tg\varphi \rightarrow \frac{1}{RLC\omega} \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi \rightarrow 0$

La funzione di trasferimento può essere riscritta per comodità:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} \rightarrow \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}} \quad ; \quad tg\varphi = \frac{bc - ad}{ac + bd}$$

Alla frequenza di risonanza, $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

quindi $a = 0$; $b = R R_L \sqrt{C/L}$; $c = R_L$; $d = (L + C R R_L) / \sqrt{LC}$

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{f_o} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}} = \frac{R R_L C}{\sqrt{L C R^2 + (L + R R_L C)^2}}$$

con $R=10k\Omega$, $C=47nF$, $L=1mH$, $R_L=4\Omega$, risulta $f_o = 23200 \text{ Hz}$; $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{f_o} = 0.653$

Curva spessa : $R=10\text{k}\Omega$, $C=47\text{nF}$, $L=1\text{mH}$, $R_L=4\Omega$; curva sottile $R_L=0\Omega$

