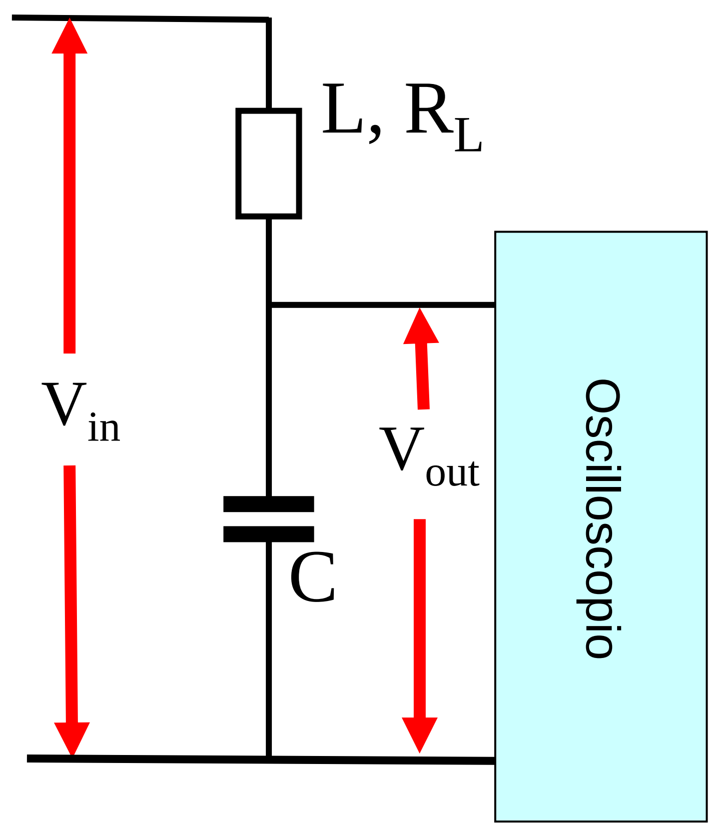
Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Esonero del 13/06/2012

Si consideri il circuito di figura, formato da un induttore reale con L=1 mH e resistenza interna R_L=10Ω , e da una capacità C=1nF.

1. Calcolare la risposta in frequenza $T(f)=V_{out}/V_{in}\ (f)$, senza considerare il collegamento all' oscilloscopio, e graficarne modulo e fase.
2. Calcolare la frequenza alla quale si azzera la parte reale di $T(f)$
3. Si calcoli approssimativamente per quali frequenze il collegamento all' oscilloscopio, che è equivalente ad una resistenza da 1 MΩ ed una capacità da 5 pF entrambe in parallelo a C, modifica la risposta in frequenza $T(f)$ più dell' 1%.
4. Calcolare la frequenza alla quale si azzera la parte reale di $T(f)$ considerando anche il collegamento all' oscilloscopio.



Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

Esonero del 13/06/2012

1. Trascurando l' oscilloscopio:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C}{R_L + j\omega L + Z_C} = \frac{1}{\frac{R_L + j\omega L}{Z_C} + 1} = \frac{1}{\left(R_L + j\omega L\right) j\omega C + 1} \Rightarrow$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\left[1 - \omega^2 LC\right] + j\omega CR_L} = \frac{\left[1 - \omega^2 LC\right] - j\omega CR_L}{\left[1 - \omega^2 LC\right]^2 + \left[\omega CR_L\right]^2}$$

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \omega^2 LC\right]^2 + \omega^2 C^2 R_L^2}} \qquad ; \qquad tg\,\varphi = -\frac{\omega CR_L}{1 - \omega^2 LC}$$

2. annullando la parte reale : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 159.15\ kHz$

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica

Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo

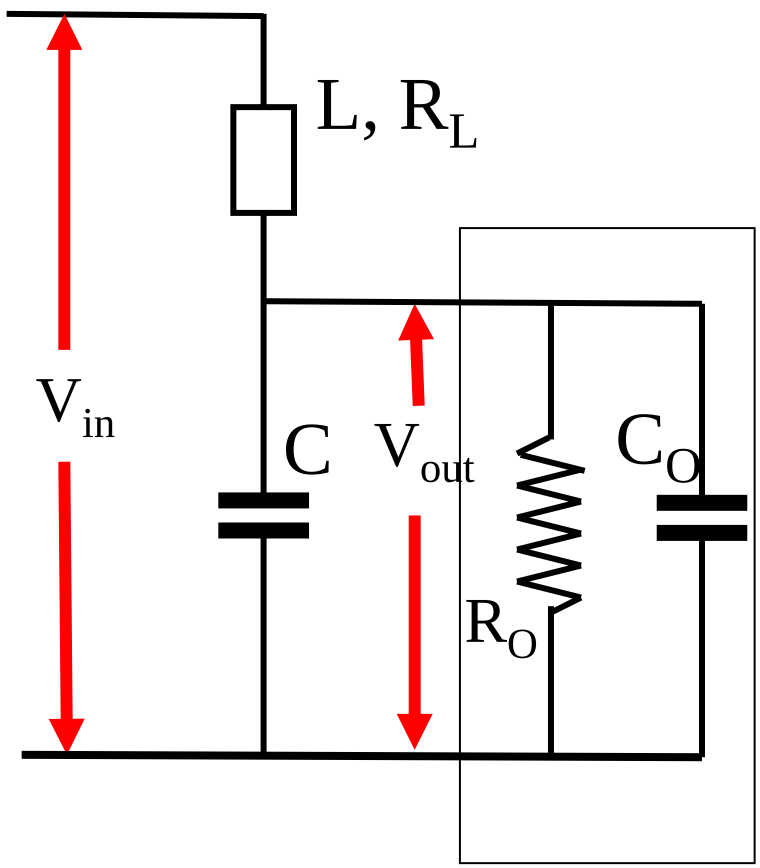
Esonero del 13/06/2012

- 3. L' oscilloscopio ed il cavo sono equivalenti al parallelo di una resistenza R_o e una capacità C_o, ambedue in parallelo alla C. Sia Z l' impedenza dei tre componenti in parallelo.
- Quindi:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z}{R_L + j\omega L + Z} = \frac{1}{\frac{R_L + j\omega L}{Z} + 1} =$$

$$= \frac{1}{(R_L + j\omega L)\left[\frac{1}{R_O} + j\omega(C + C_o)\right] + 1} =$$

$$= \frac{1}{\left[1 + \frac{R_L}{R_O} - \omega^2 L(C + C_O)\right] + j\omega\left[\frac{L}{R_O} + R_L(C + C_o)\right]}$$

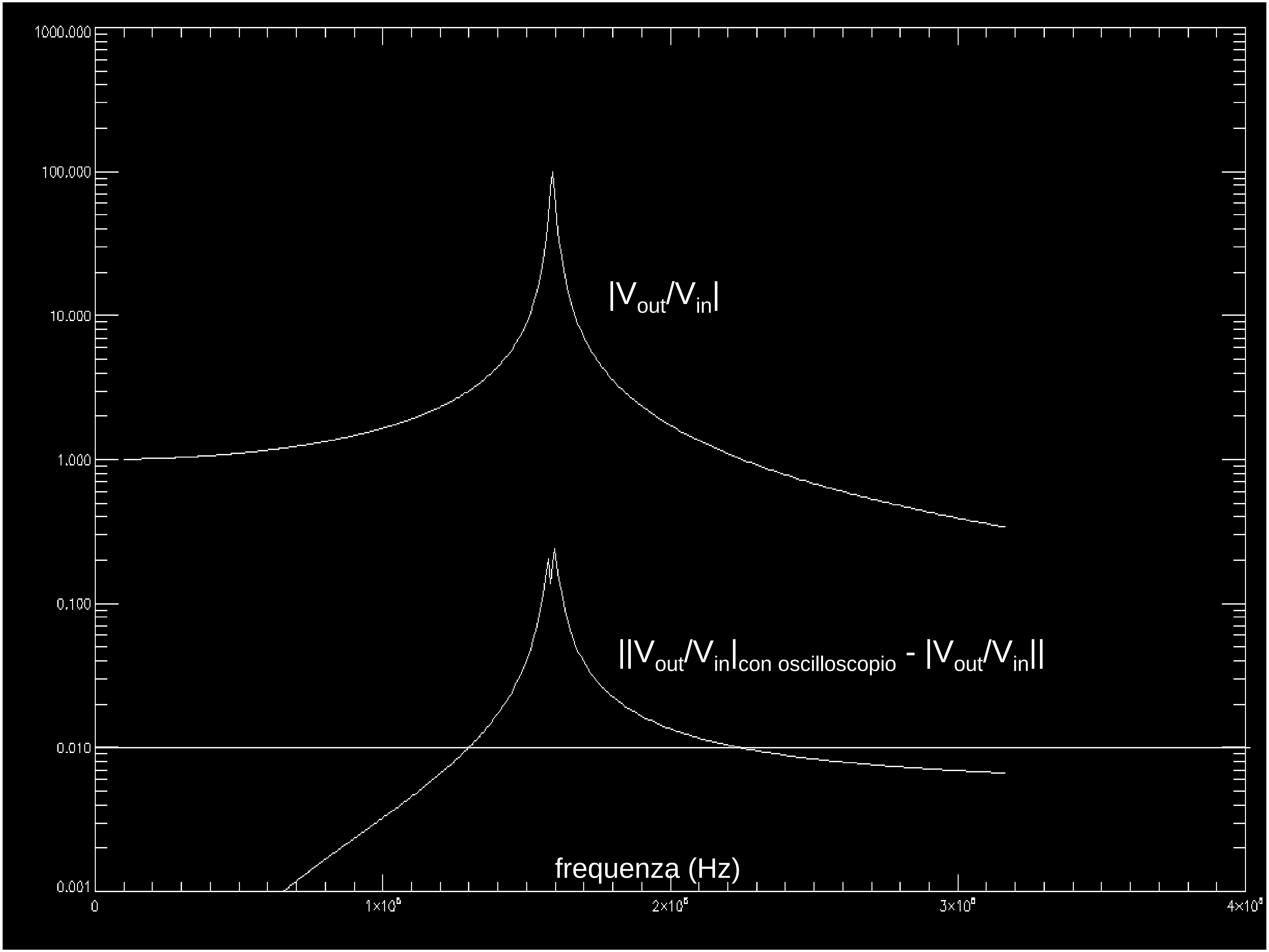


- Da cui:

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{\left[1+\frac{R_L}{R_O}-\omega^2 L(C+C_O)\right]^2+\omega^2\left[\frac{L}{R_O}+R_L\left(C+C_o\right)\right]^2}}$$

$$tg\,\varphi = -\frac{\omega\left[\frac{L}{R_O}+R_L\left(C+C_o\right)\right]}{1+\frac{R_L}{R_O}-\omega^2 L(C+C_O)}$$

Le correzioni rispetto al caso 1. sono in generale molto piccole perché C_o /C =5x10^{-3} e R_L/R_o= 10^{-5} . Quindi le variazioni che producono C_o e R_o non possono essere superiori a 10^{-2}, tranne che alla risonanza. Qui, siccome il fattore di merito è molto alto, il piccolo spostamento della frequenza di risonanza introduce una variazione percentuale della funzione di trasferimento > 1%. Il che si può verificare calcolandola alla frequenza f_o nei due casi.



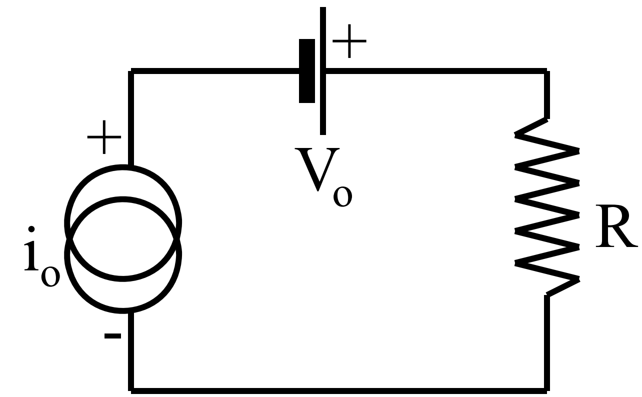
1000.000
100.000
10.000
1.000
0.100
0.010
0.001
0
1×10⁵
2×10⁵
3×10⁵
4×10⁵
|V_out/V_in|
||V_out/V_in|_con oscilloscopio - |V_out/V_in||
frequenza (Hz)

4. annullando la parte reale :

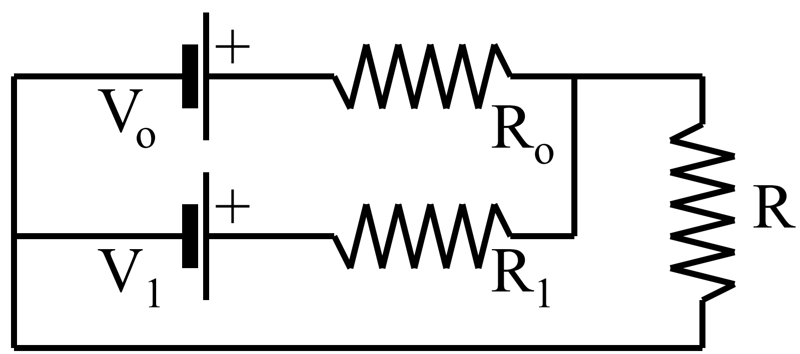
$$f_0^{'} = \frac{\sqrt{1+\frac{R_L}{R_0}}}{2\pi\sqrt{L(C+C_0)}} = 158.76\ kHz$$

Esonero 1a - Corso Laboratorio di Elettromagnetismo – prof. Silvia Masi – 15/05/2013

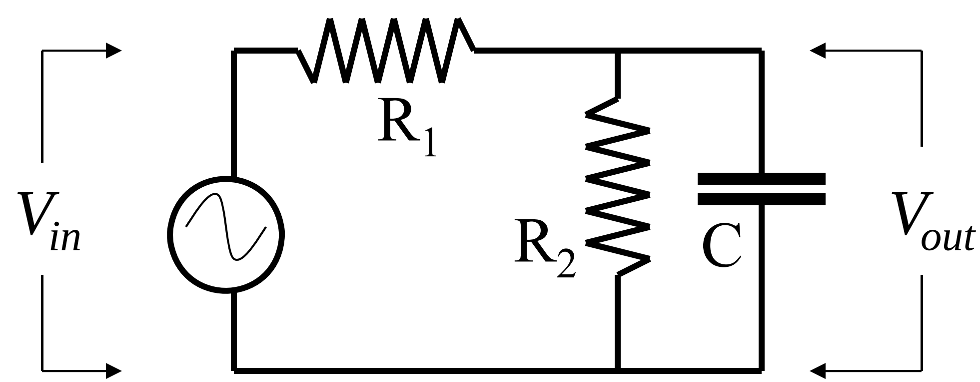
1. E' dato il circuito mostrato a lato, dove V_o è un generatore ideale di tensione e i_o è un generatore ideale di corrente. Calcolare la differenza di potenziale ai capi del resistore R .



2. E' dato il circuito mostrato a lato, dove V_o=12V, V_1=24V, R_o=0.5Ω, R_1=1Ω, R=100Ω. Calcolare la corrente nei resistori R, R_o e R_1.



3. Calcolare la funzione di trasferimento $[V_{out}/V_{in}](\omega)$ (in modulo e fase) e la frequenza di taglio per il circuito mostrato in figura, con R_1=10kΩ, R_2=10kΩ, C=1μF



Soluzione esonero 1a

- Es.1: si applica il principio di sovrapposizione. Quando è presente il solo generatore di corrente, e il generatore di tensione è sostituito dalla sua resistenza interna nulla, scorre nel circuito una corrente $i_a=i_o$. Quando è presente il solo generatore di tensione, e il generatore di corrente è sostituito dalla sua resistenza interna infinita, scorre una corrente nulla perché il circuito è aperto, quindi $i_b=0$. Sovrapponendo le due correnti, otteniamo $i=i_a+i_b=i_o$ e quindi $V_R=Ri_o$.

- Es. 2: si applica il principio di sovrapposizione. Quando c'è solo il generatore V_o, e il generatore V_1 è sostituito dalla sua resistenza interna nulla, fa scorrere corrente nella sua resistenza interna in serie al parallelo tra R_o e R_1, quindi $i_{ao}=V_o/(R_o+R//R_1)$. D'altra parte la caduta di tensione su R e R_1 in questo caso è uguale (perché sono in parallelo) e quindi $i_{a1}R_1=i_aR$, e dalla legge dei nodi $i_{ao}=i_{a1}+i_a$. Abbiamo quindi 3 equazioni nelle 3 correnti incognite, che possono così essere determinate. a cui Analogamente, quando c'è solo V_1, si ottiene $i_{bo}= - V_1/(R_1+R//R_o)$ – notare il segno – dovuto al fatto che la corrente prodotta da V_1 scorre in R_o in verso opposto a quella calcolata nel caso a. Ragionando come prima si ottengono le altre due equazioni $i_{bo}=i_{1b}+i_b$ e $i_{ob}R_o=-i_bR$ e quindi le tre correnti. Le correnti complessive si trovano sommando quelle del caso a e quelle del caso b. Si ottiene:

$$i_{R_o}=\frac{V_o(R_1+R)-V_1R}{R_1R+R_1R_o+RR_o} \qquad i_{R_1}=\frac{V_oR-V_1(R+R_o)}{R_1R+R_1R_o+RR_o} \qquad i_R=\frac{V_oR_1+V_1R_o}{R_1R+R_1R_o+RR_o}$$

Soluzione esonero 1a

- Es.3: La funzione di trasferimento è determinata dalla partizione tra R_1 e il parallelo tra R_2 e l' impedenza del condensatore. Si ottiene quindi

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2 // (1/j\omega C)}{R_1 + R_2 // (1/j\omega C)} = \frac{1}{1 + R_1 / [R_2 // (1/j\omega C)]}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\left(\frac{1}{1 + j\omega C \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}\right)$$

- Il primo termine è la partizione di tensione tra R1 e R2 (e la funzione di trasferimento si riduce a questo solo termine vale per frequenze tendenti a zero, quando il condensatore ha impedenza molto maggiore di R1 e R2).
- Il secondo termine descrive la fuzione di trasferimento di un circuito RC passa basso, con costante di tempo pari al prodotto tra la capacità e il parallelo delle due resistenze. La frequenza di taglio vale quindi

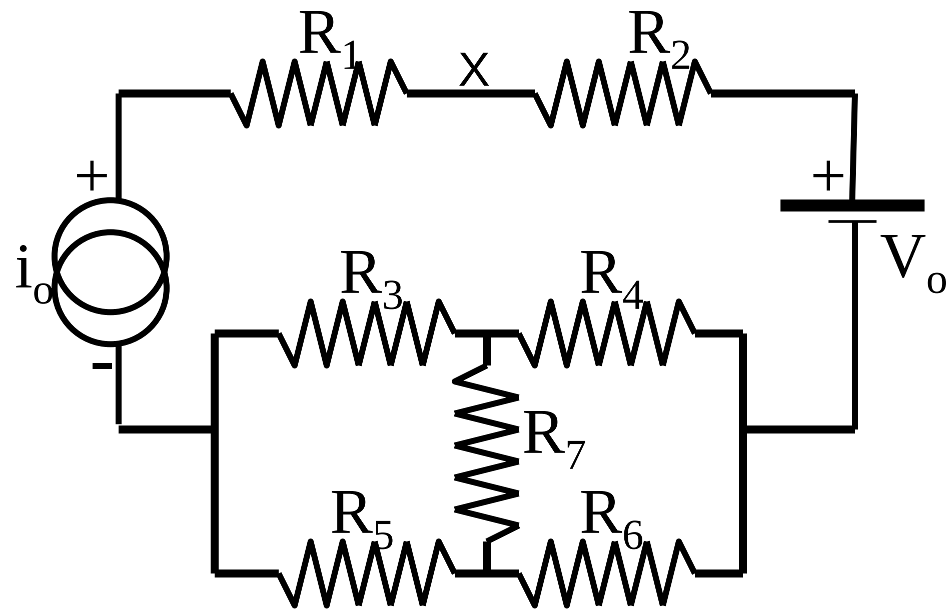
$$f = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{R_1 + R_2}{2\pi R_1 R_2 C} = 31.8\,Hz$$

- Calcolando il modulo e il rapporto tra parte reale e immaginaria si ottiene

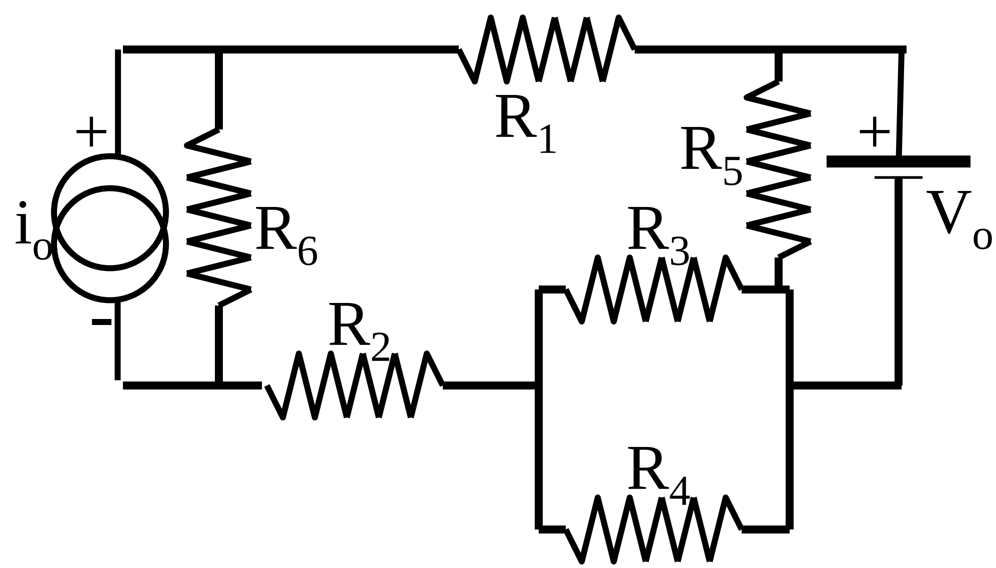
$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \left(C R_1 R_2 / (R_1 + R_2)\right)^2}} \qquad tg\,\varphi = -\omega\tau$$

Esonero 1A - Corso Laboratorio di Elettromagnetismo – prof. Silvia Masi – 23/04/2014

1. E’ dato il circuito mostrato a lato, dove i_o è un generatore ideale di corrente da 5A e V_o è un generatore ideale di tensione da 1000V. Calcolare la corrente che scorre nel conduttore X, sapendo che $R_1=R_2=5\Omega$, mentre le altre resistenze sono da 10Ω .

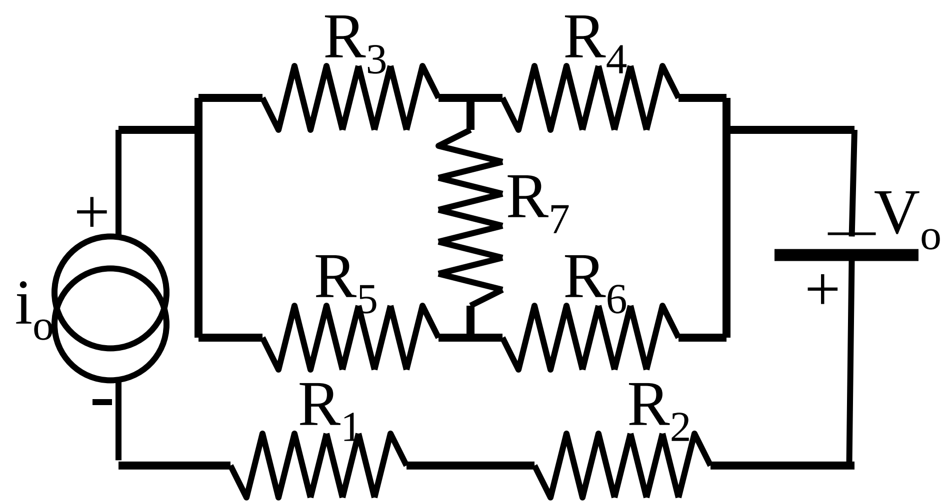


2. E’ dato il circuito mostrato a lato, dove i_o è un generatore ideale di corrente da 1 mA e V_o è un generatore ideale di tensione da 10V. Siano $R_1=5k\Omega$, $R_2=R_3=R_4=10k\Omega$, $R_5=20k\Omega$, ed $R_6=20k\Omega$. Si calcolino le differenze di potenziale ai capi di R_1 , R_3 e R_5 , e la corrente che scorre in R_2 .

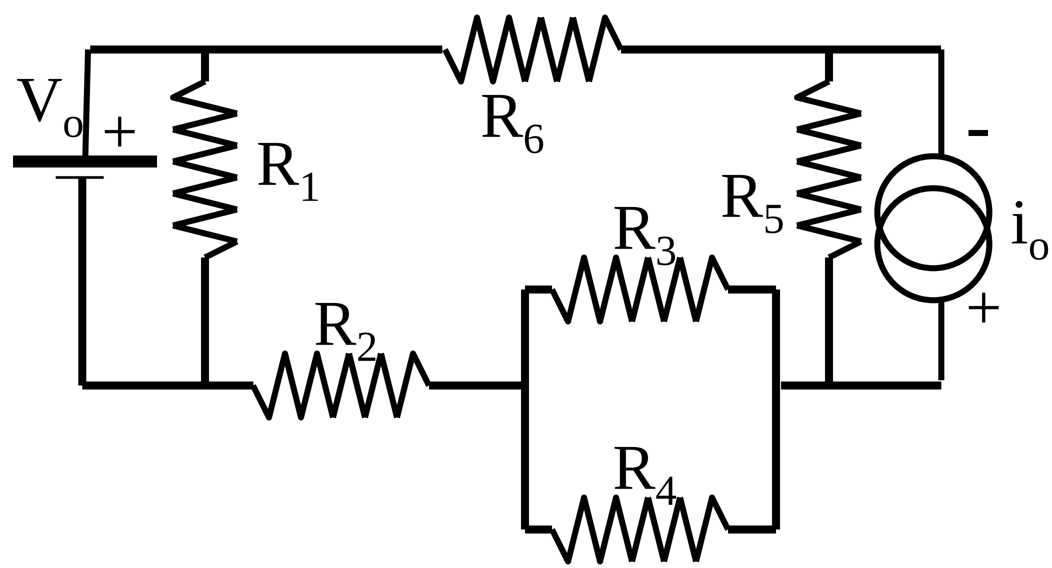


Esonero 1B - Corso Laboratorio di Elettromagnetismo – prof. Silvia Masi – 23/04/2014

1. E' dato il circuito mostrato a lato, dove i_o è un generatore ideale di corrente da 1A e V_o è un generatore ideale di tensione da 1000V. Calcolare la corrente che scorre in R_2, sapendo che $R_1=R_2=5\Omega$, mentre le altre resistenze sono da 10Ω .



2. E' dato il circuito mostrato a lato, dove i_o è un generatore ideale di corrente da 1 mA e V_o è un generatore ideale di tensione da 5V. Siano $R_1=20k\Omega$, $R_2=R_3=R_4=10k\Omega$, $R_5=20k\Omega$ ed $R_6=5k\Omega$. Si calcolino le differenze di potenziale ai capi di R_1 , R_3 e R_6 , e la corrente che scorre in R_2.



Soluzione esonero 1A

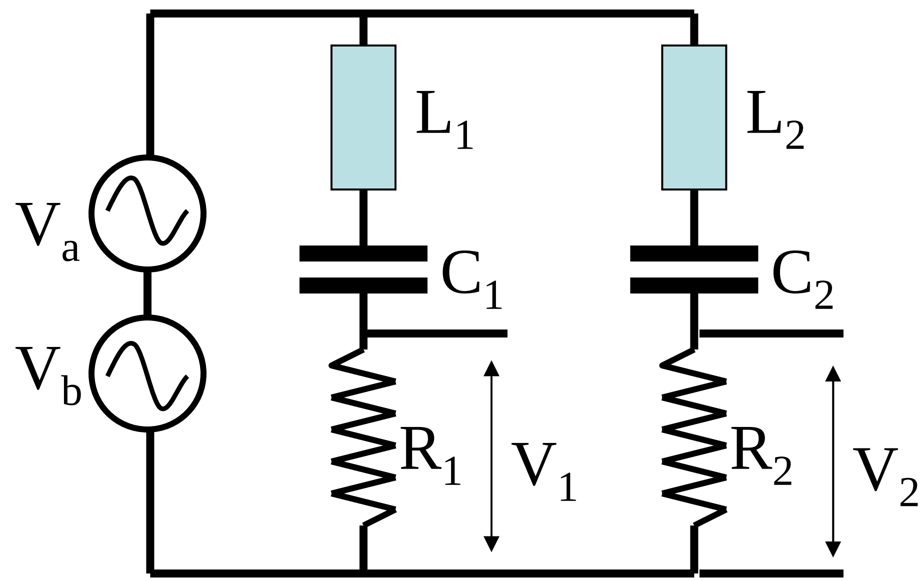
- Es.1)
  - Si usa il principio di sovrapposizione.
  - Prima si considera i_o, con V_o in corto. La corrente generata da i_o scorre nella maglia formata da R_1 ed R_2 in serie con in serie il ponte formato dalle resistenze R_3..R_7. Quindi nel conduttore X scorre una corrente pari a i_o.
  - Si considera poi il generatore di tensione V_o con i_o aperto. In questo caso non scorre corrente nel circuito.
  - Quindi in totale nel conduttore X scorre una corrente di 5A.
- Es.2)
  - Si usa il principio di sovrapposizione.
  - Prima si considera l' effetto di i_o, con V_o in corto. La corrente generata da i_o scorre nel partitore di corrente formato da R_6=20kΩ e dalla serie di R_1 , R_3//R_4 , e R_2 , il cui valore equivalente è di 20kΩ. Quindi in R_2 scorre una corrente pari a $i_o/2$ = 0.5 mA.
  - Si considera poi l' effetto del generatore di tensione V_o con i_o aperto. In questo caso la corrente in R_2 è quella che scorre nella serie $R_s= R_1+R_6+R_2 +R_3R_4/(R_3+R_4)$=40kΩ, quindi abbiamo $i_2=V_o/R_s$=0.25mA.
  - Le due correnti in R_2 sono discordi. Il generatore di corrente fa scorrere corrente nella maglia di R_2 in senso orario, mentre il generatore di tensione la fa scorrere in senso antiorario. Quindi abbiamo una corrente netta in R_2 pari a 0.25mA, in senso antiorario.
  - La differenza di potenziale ai capi di R_5 è V_o=10V perché il generatore di tensione è ideale. La differenza di potenziale ai capi di R_1 è pari alla corrente che circola nella sua maglia, 0.25mA, moltiplicata per R_1, quindi 1.25V; la ddp ai capi di R_3 è pari alla metà della corrente che scorre nella sua maglia (0.25 mA che si divide in parti uguali in R_3 e R_4) moltiplicata per R_3, e quindi 1.25V.

Soluzione esonero 1B

- Es.1)
  - Si usa il principio di sovrapposizione.
  - Prima si considera i_o, con V_o in corto. La corrente generata da i_o scorre nella maglia formata da R_1 ed R_2 in serie con in serie il ponte formato dalle resistenze R_3..R_7. Quindi nel conduttore X scorre una corrente pari a i_o.
  - Si considera poi il generatore di tensione V_o con i_o aperto. In questo caso non scorre corrente nel circuito.
  - Quindi in totale nel conduttore X scorre una corrente di 1A.
- Es.2)
  - Si usa il principio di sovrapposizione.
  - Prima si considera i_o, con V_o in corto. La corrente generata da i_o scorre nel partitore di corrente formato da R_5=20kΩ e dalla serie di R_3//R_4, R_2, e R_6, il cui valore equivalente è di 20kΩ. Quindi in R_2 scorre una corrente pari a $i_o/2$ = 0.5 mA.
  - Si considera poi l' effetto generatore di tensione V_o con i_o aperto. In questo caso la corrente in R_2 è quella che scorre nella serie $R_s= R_6+R_5+R_3R_4/(R_3+R_4)+R_2=40k\Omega$, quindi abbiamo $i_2=V_o/R_s=0.125mA$.
  - Le due correnti in R_2 sono concordi. Il generatore di corrente fa scorrere corrente nella maglia di R_2 in senso orario, come il generatore di tensione. Quindi abbiamo una corrente netta in R_2 pari a 0.625mA, in senso orario.
  - La differenza di potenziale ai capi di R_1 è V_o=5V perché il generatore di tensione è ideale. La differenza di potenziale ai capi di R_6 è pari alla corrente che circola nella maglia, 0.625mA, moltiplicata per R_6, quindi 3.125V; la ddp ai capi di R_3 è pari alla metà della corrente che scorre nella maglia (che si divide in parti uguali in R_3 e R_4) moltiplicata per R_3, e quindi 3.125V.

Esonero 2A - Corso Laboratorio di Elettromagnetismo – prof. Silvia Masi – 28/05/2014

- Il circuito mostrato a lato è alimentato da due generatori ideali di tensione alternata, V_a con ampiezza V_{ao}=10V e frequenza f_a=16000 Hz, e V_b, con ampiezza V_{bo}=10V e frequenza f_b=160000Hz. Le due tensioni valgono 0 per t=0. L_1 ed L_2 sono induttori reali, con induttanza 1mH e resistenza interna 10Ω; inoltre C_1=0.1μF, C_2=1nF; R_1=R_2=10Ω. Determinare:



1. L' espressione analitica delle due tensioni $V_a(t)$ e $V_b(t)$
2. I valori delle frequenze di risonanza e dei fattori di merito dei due RLC
3. L' espressione analitica delle due tensioni $V_1(t)$ e $V_2(t)$, determinando nei due casi il rapporto tra le ampiezze delle due componenti a frequenza f_a e f_b. Perché i due rapporti sono così diversi ?
4. Come si potrebbe cambiare il filtro $R_2L_2C_2$ per ottenere una minore ampiezza della componente a frequenza f_a della tensione ai capi di R_2 , senza modificare l' ampiezza della componente a frequenza f_b ?

Soluzione esonero 2A

- $$V_a(t) = V_{ao} e^{j2\pi f_a t} \qquad V_b(t) = V_{bo} e^{j2\pi f_b t}$$
- $$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = 15900\,Hz \qquad f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} = 159000\,Hz$$

$$Q_1 = \frac{1}{(R_1 + R_{L1})}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = 5.00 \qquad Q_2 = \frac{1}{(R_2 + R_{L2})}\sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = 50$$

- Si usa il principio di sovrapposizione. La tensione ai capi di R_1 dovuta al generatore a è data da

$$\frac{V_{1a}}{V_a} = \frac{R_1}{R_1 + R_{L1} + j\left(2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}\right)} = \frac{R_1\left[R_1 + R_{L1} - j\left(2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}\right)\right]}{\left(R_1 + R_{L1}\right)^2 + \left(2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}\right)^2}$$

$$\left|\frac{V_{1a}}{V_a}\right| = \frac{R_1}{\sqrt{\left(R_1 + R_{L1}\right)^2 + \left(2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}\right)^2}} \qquad tg\phi_{1a} = -\frac{2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}}{R_1 + R_{L1}}$$

analogamente per il generatore b. Quindi

Soluzione esonero 2A

$$V_1(t) = V_{ao} e^{j2\pi f_a t} e^{j\varphi_{1a}} \frac{R_1}{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}\right)^2}} + V_{bo} e^{j2\pi f_b t} e^{j\varphi_{1b}} \frac{R_1}{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_b L_1 - \frac{1}{2\pi f_b C_1}\right)^2}}$$

Anlogamente

$$V_2(t) = V_{ao} e^{j2\pi f_a t} e^{j\varphi_{2a}} \frac{R_2}{\sqrt{(R_2 + R_{L2})^2 + \left(2\pi f_a L_2 - \frac{1}{2\pi f_a C_2}\right)^2}} + V_{bo} e^{j2\pi f_b t} e^{j\varphi_{2b}} \frac{R_2}{\sqrt{(R_2 + R_{L2})^2 + \left(2\pi f_b L_2 - \frac{1}{2\pi f_b C_2}\right)^2}}$$

Quindi il rapporto tra le ampiezze delle componenti a frequenza f_a e a f_b è

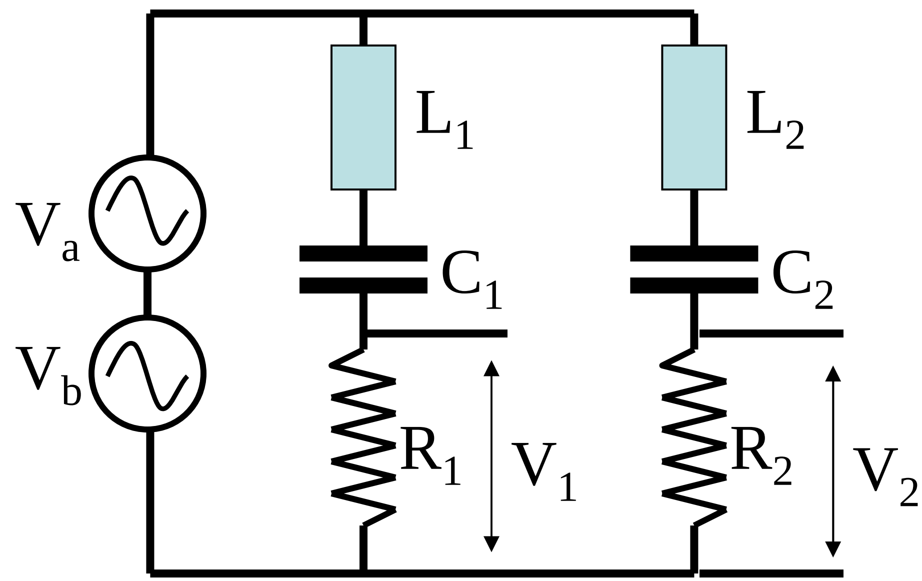
$$G_1 = \frac{A(f_a)}{A(f_b)} = \frac{V_{ao}}{V_{bo}} \frac{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_b L_1 - \frac{1}{2\pi f_b C_1}\right)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}\right)^2}} \qquad G_2 = \frac{A(f_a)}{A(f_b)} = \frac{V_{ao}}{V_{bo}} \frac{\sqrt{(R_2 + R_{L2})^2 + \left(2\pi f_b L_2 - \frac{1}{2\pi f_b C_2}\right)^2}}{\sqrt{(R_2 + R_{L2})^2 + \left(2\pi f_a L_2 - \frac{1}{2\pi f_a C_2}\right)^2}}$$

Numericamente: $G_1 = 49.7$ $G_2 = 0.0022$ La differenza dei due rapporti deriva dal fatto che f_a è vicina alla frequenza di risonanza del filtro 1 e lontana dalla frequenza di risonanza del filtro 2; viceversa per f_b.

4. andrebbe aumentato il fattore di merito del filtro 2, quindi riducendo R_{L2} a parità degli altri componenti.

Esonero 2B - Corso Laboratorio di Elettromagnetismo – prof. Silvia Masi – 28/05/2014

- Il circuito mostrato a lato è alimentato da due generatori ideali di tensione alternata, V_a con ampiezza V_{ao}=10V e frequenza f_a=22000 Hz, e V_b, con ampiezza V_{bo}=10V e frequenza f_b=220000Hz. Le due tensioni valgono 0 per t=0. L_1 ed L_2 sono induttori reali, con induttanza 0.5mH e resistenza interna 5Ω; inoltre C_1=0.1μF, C_2=1nF; R_1=R_2=5Ω. Determinare:



1. L' espressione analitica delle due tensioni $V_a(t)$ e $V_b(t)$
2. I valori delle frequenze di risonanza e dei fattori di merito dei due RLC
3. L' espressione analitica delle due tensioni $V_1(t)$ e $V_2(t)$, determinando nei due casi il rapporto tra le ampiezze delle due componenti a frequenza f_a e f_b. Perché i due rapporti sono così diversi ?
4. Come si potrebbe cambiare il filtro $R_2L_2C_2$ per ottenere una minore ampiezza della componente a frequenza f_a della tensione ai capi di R_2 , senza modificare l' ampiezza della componente a frequenza f_b ?

Soluzione esonero 2B

- $$V_a(t) = V_{ao} e^{j2\pi f_a t} \qquad V_b(t) = V_{bo} e^{j2\pi f_b t}$$
- $$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = 22500 Hz \qquad f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} = 225000 Hz$$

  $$Q_1 = \frac{1}{(R_1 + R_{L1})}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = 7.1 \qquad Q_2 = \frac{1}{(R_2 + R_{L2})}\sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = 71$$
- Si usa il principio di sovrapposizione. La tensione ai capi di R_1 dovuta al generatore a è data da

$$\frac{V_{1a}}{V_a} = \frac{R_1}{R_1 + R_{L1} + j\left(2\pi f_a L_1 - \dfrac{1}{2\pi f_a C_1}\right)} = \frac{R_1\left[R_1 + R_{L1} - j\left(2\pi f_a L_1 - \dfrac{1}{2\pi f_a C_1}\right)\right]}{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_a L_1 - \dfrac{1}{2\pi f_a C_1}\right)^2}$$

$$\left|\frac{V_{1a}}{V_a}\right| = \frac{R_1}{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_a L_1 - \dfrac{1}{2\pi f_a C_1}\right)^2}} \qquad tg\phi_{1a} = -\frac{2\pi f_a L_1 - \dfrac{1}{2\pi f_a C_1}}{R_1 + R_{L1}}$$

analogamente per il generatore b. Quindi

Soluzione esonero 2B

$$V_1(t) = V_{ao} e^{j2\pi f_a t} e^{j\varphi_{1a}} \frac{R_1}{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}\right)^2}} + V_{bo} e^{j2\pi f_b t} e^{j\varphi_{1b}} \frac{R_1}{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_b L_1 - \frac{1}{2\pi f_b C_1}\right)^2}}$$

Anlogamente

$$V_2(t) = V_{ao} e^{j2\pi f_a t} e^{j\varphi_{2a}} \frac{R_2}{\sqrt{(R_2 + R_{L2})^2 + \left(2\pi f_a L_2 - \frac{1}{2\pi f_a C_2}\right)^2}} + V_{bo} e^{j2\pi f_b t} e^{j\varphi_{2b}} \frac{R_2}{\sqrt{(R_2 + R_{L2})^2 + \left(2\pi f_b L_2 - \frac{1}{2\pi f_b C_2}\right)^2}}$$

Quindi il rapporto tra le ampiezze delle componenti a frequenza f_a e a f_b è

$$G_1 = \frac{A(f_a)}{A(f_b)} = \frac{V_{ao}}{V_{bo}} \frac{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_b L_1 - \frac{1}{2\pi f_b C_1}\right)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_{L1})^2 + \left(2\pi f_a L_1 - \frac{1}{2\pi f_a C_1}\right)^2}} \qquad G_2 = \frac{A(f_a)}{A(f_b)} = \frac{V_{ao}}{V_{bo}} \frac{\sqrt{(R_2 + R_{L2})^2 + \left(2\pi f_b L_2 - \frac{1}{2\pi f_b C_2}\right)^2}}{\sqrt{(R_2 + R_{L2})^2 + \left(2\pi f_a L_2 - \frac{1}{2\pi f_a C_2}\right)^2}}$$

Numericamente: $G_1 = 65.1$ $G_2 = 0.0047$ La differenza dei due rapporti deriva dal fatto che f_a è vicina alla frequenza di risonanza del filtro 1 e lontana dalla frequenza di risonanza del filtro 2; viceversa per f_b.

4. andrebbe aumentato il fattore di merito del filtro 2, quindi riducendo R_{L2} a parità degli altri componenti.