

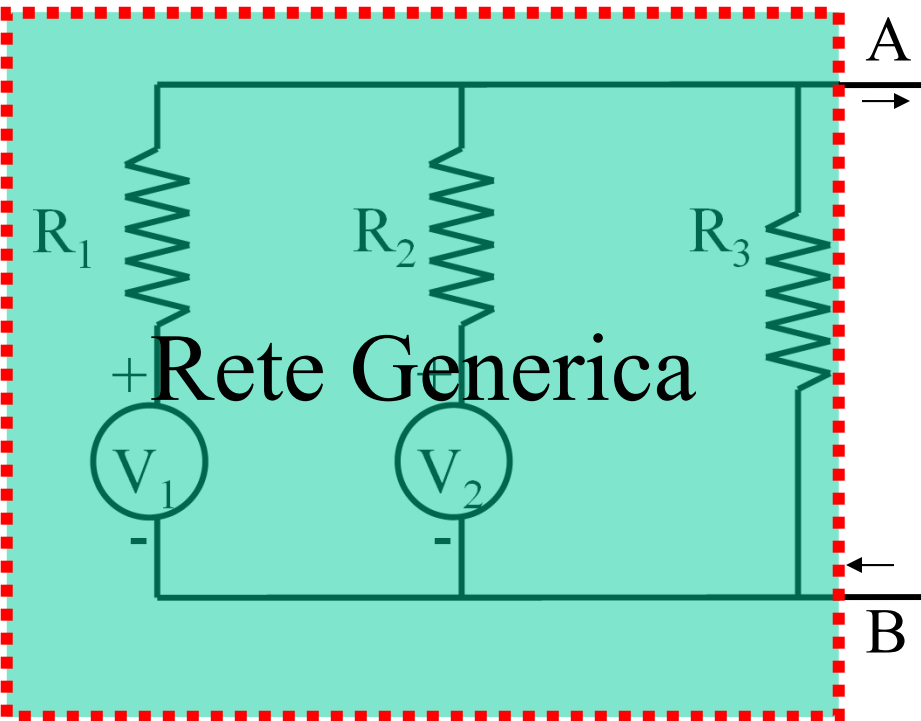
# Teorema di Thevenin

- Consideriamo la  $\Delta V$  come un generatore di forza elettromotrice. La corrente  $I$  che esce da A e entra in B può essere calcolata come differenza tra la corrente dovuta ai generatori interni della rete (che esce da A ed è proporzionale alla somma delle  $V_i$  interne con opportuni coefficienti) e quella dovuta al generatore esterno  $\Delta V$  (che entra in A) : otterremo quindi un'equazione del tipo:

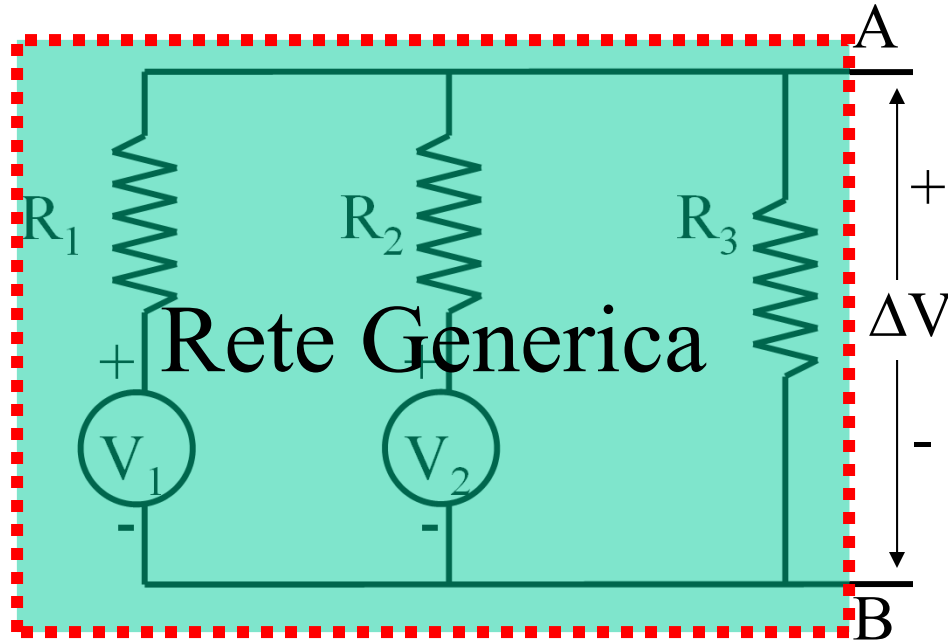
$$I = \sum G_i V_i - G \Delta V$$

- Dove i  $G$  sono coefficienti con dimensioni di  $R^{-1}$ . Quindi

$$\Delta V = \sum \frac{G_i}{G} V_i - \frac{I}{G}$$



# Teorema di Thevenin



$$\Delta V = \sum \frac{G_i}{G} V_i - \frac{I}{G}$$

possiamo definire

$$V_o = \sum \frac{G_i}{G} V_i \quad \text{e} \quad R_o = \frac{1}{G}$$

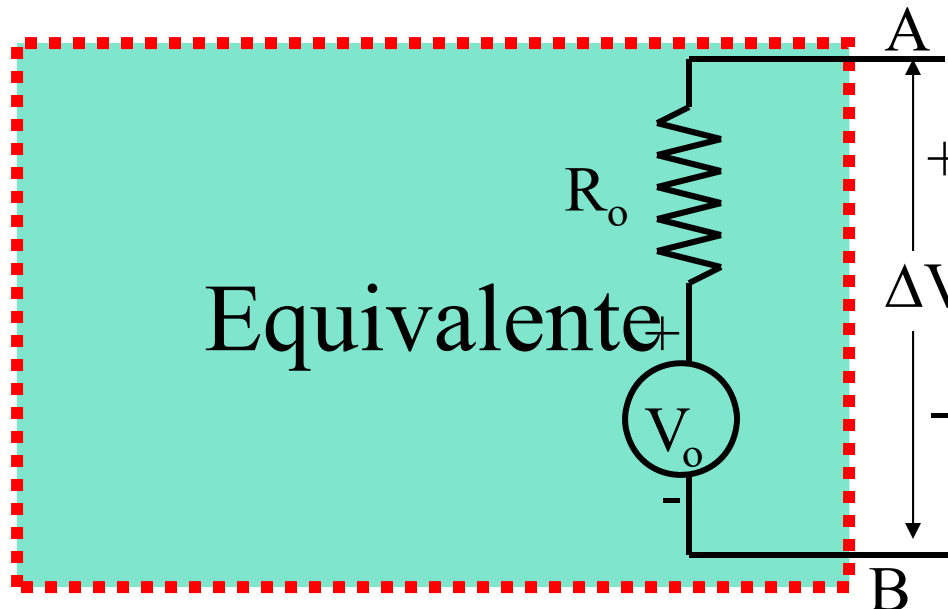
ottenendo

$$\Delta V = V_o - R_o I$$

che e' proprio l'espression e della  $\Delta V$  dovuta

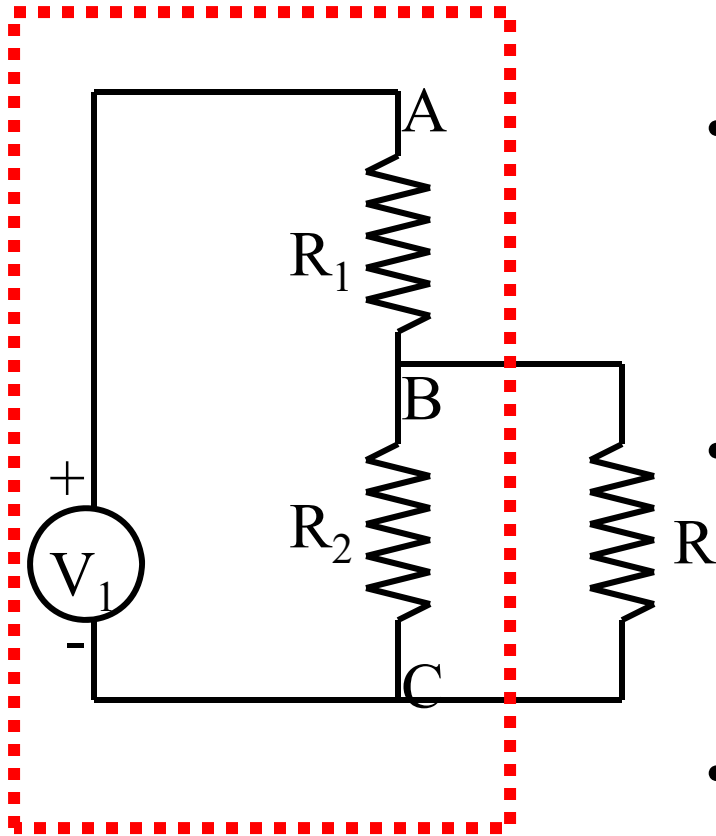
ad un generatore  $V_o$  in serie

ad una resistenza  $R_o$



# Applicazione del Teorema di Thevenin (1)

- Riprendiamo il partitore di tensione e supponiamo di applicargli un carico  $R$ .



- Si vogliono trovare la corrente che scorre in  $R$  e la tensione ai suoi capi.
- Si trovano immediatamente con il teorema di Thevenin:

$$I_R = \frac{V_o}{R + R_o}$$

- Dove :  $V_o$  e' la tensione che si misura tra B e C in assenza di  $R$ , ed e' quindi

$$V_o = \frac{V_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

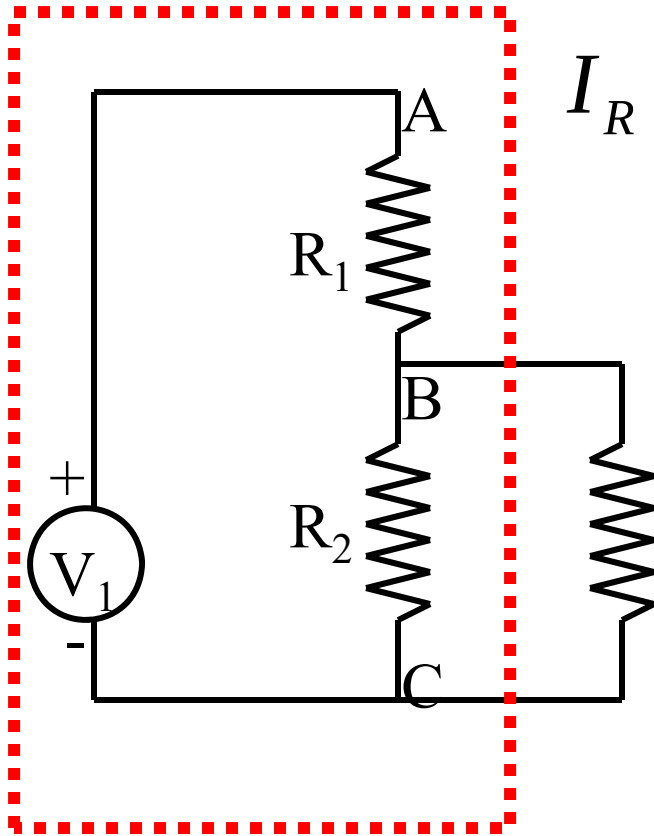
- e  $R_o$  e' il parallelo tra  $R_1$  ed  $R_2$ :

$$R_o = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

# Applicazione del Teorema di Thevenin (1)

- Si ottiene quindi subito

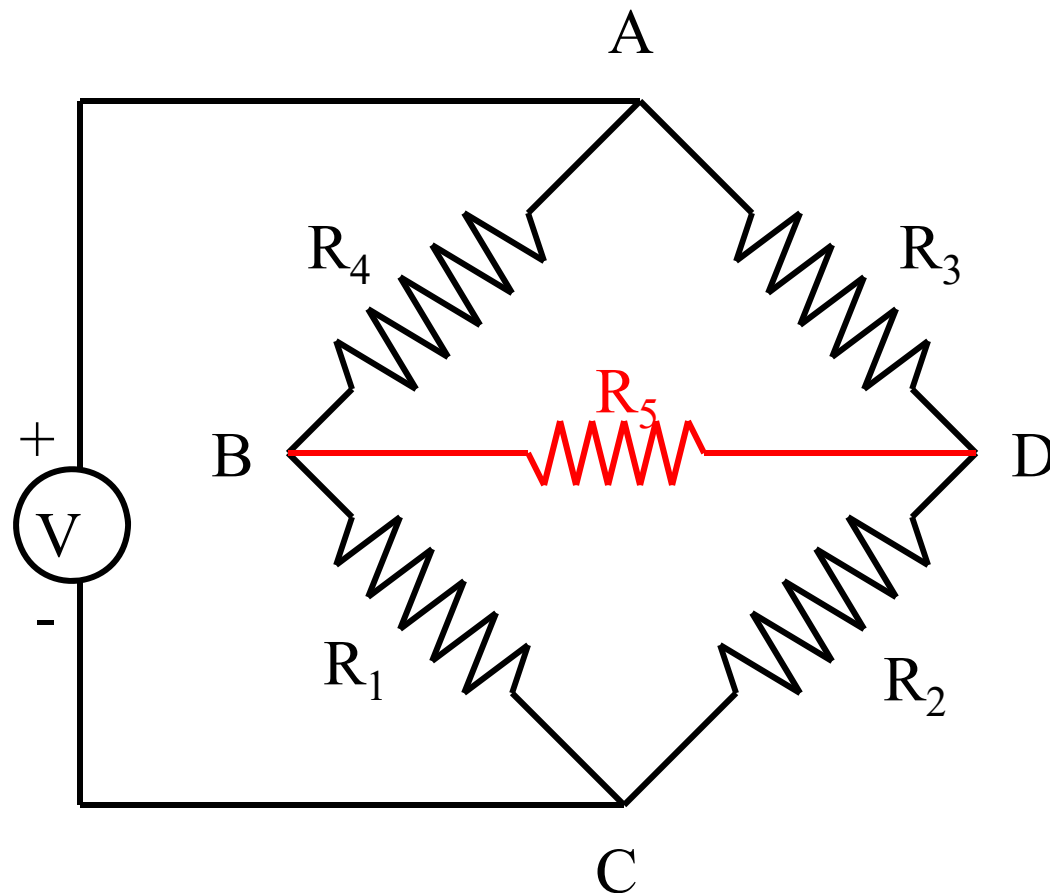
$$I_R = \frac{\frac{V_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{V_1 R_2}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2}$$



- Trovare la stessa formula con le leggi di Kirkhoff e' molto piu' complicato.

# Applicazione del Teorema di Thevenin (2)

- Riprendiamo il Ponte di Wheatstone, e supponiamo di voler determinare la corrente che scorre nella  $R_5$  (ponte sbilanciato).



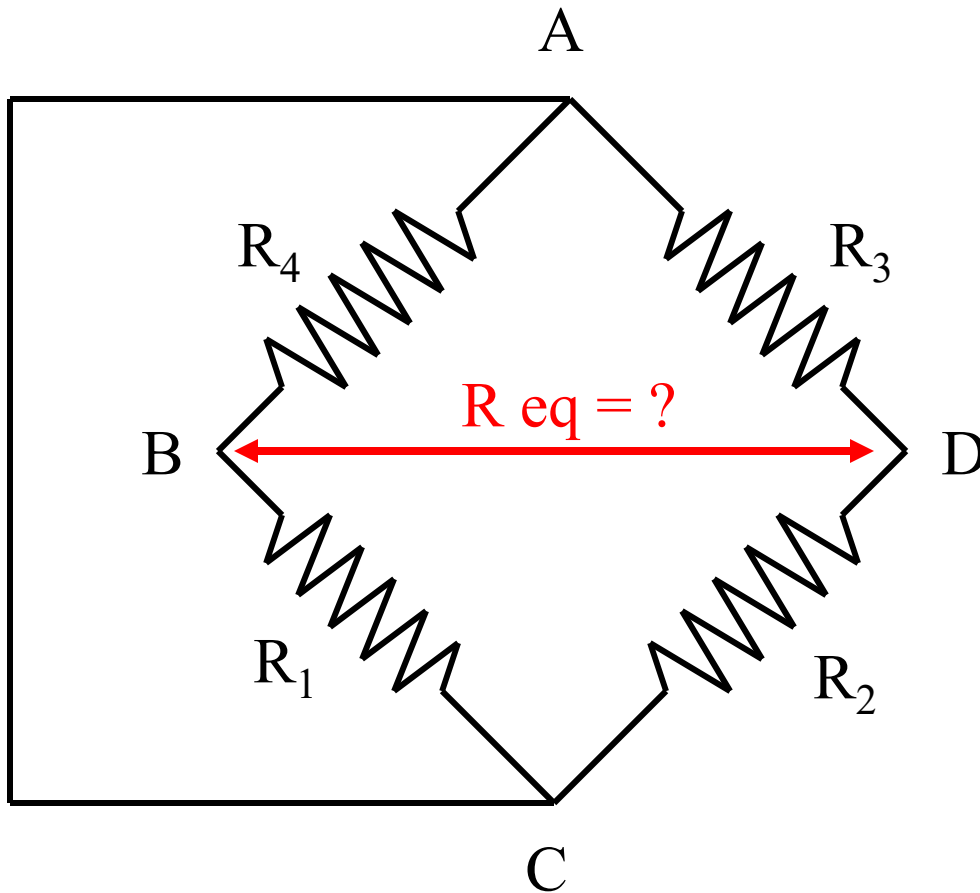
- Si trova immediatamente con il teorema di Thevenin:

$$I_R = \frac{V_o}{R_5 + R_o}$$

- Dove :  $V_o$  e' la tensione che si misura tra B e D in assenza di  $R_5$ , ed e' quindi la differenza tra le tensioni dei due partitori  $R_4R_1$  e  $R_3R_2$ :

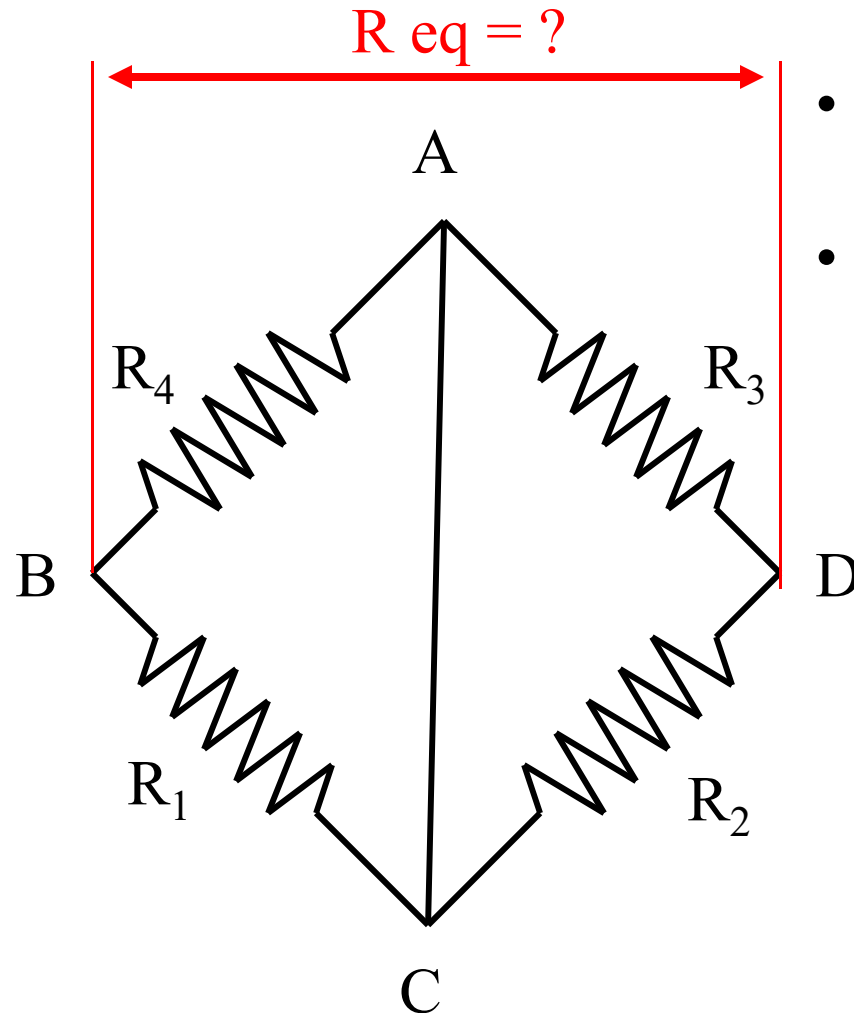
$$V_o = V \frac{R_1}{R_4 + R_1} - V \frac{R_2}{R_3 + R_2}$$

# Applicazione del Teorema di Thevenin (2)



- $R_o$  e' la resistenza vista tra B e D quando V e' in corto.

# Applicazione del Teorema di Thevenin (2)

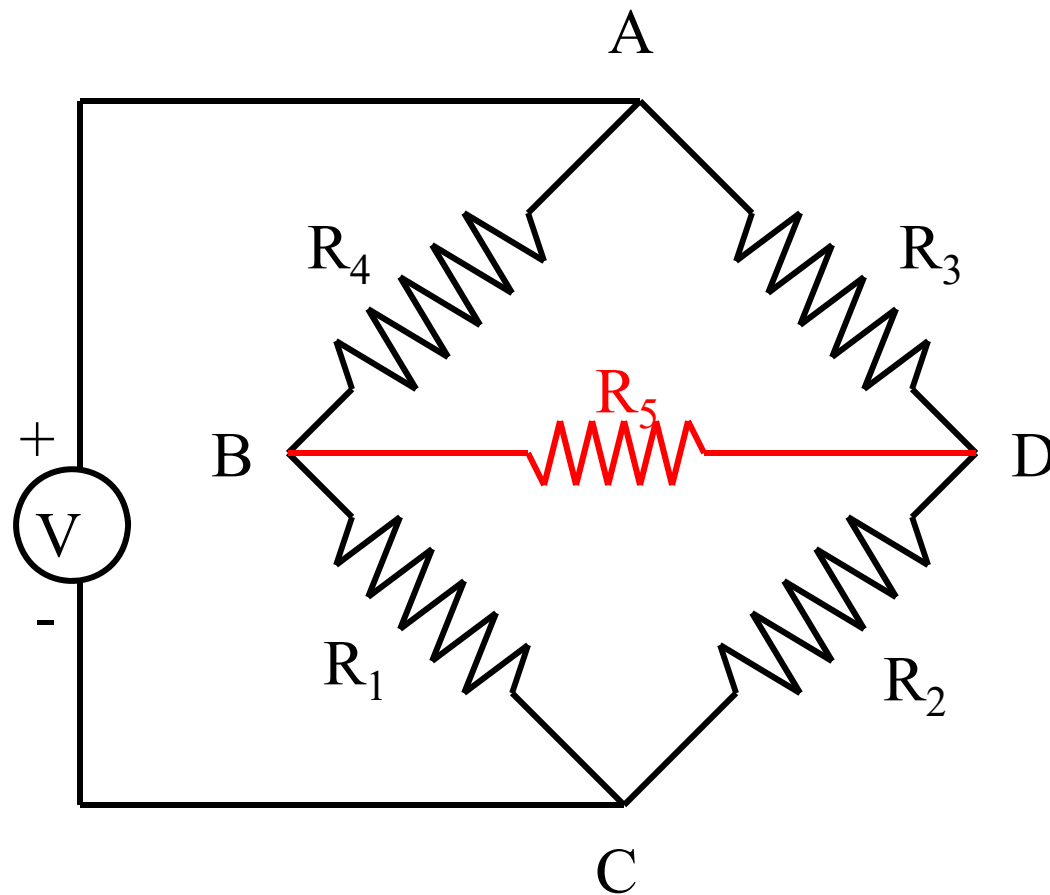


- $R_o$  e' la resistenza vista tra B e D quando V e' in corto.
- E quindi e' la serie dei paralleli  $R_4 // R_1 + R_3 // R_2$ :

$$R_o = \frac{R_4 R_1}{R_4 + R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

# Applicazione del Teorema di Thevenin (2)

- Quindi:



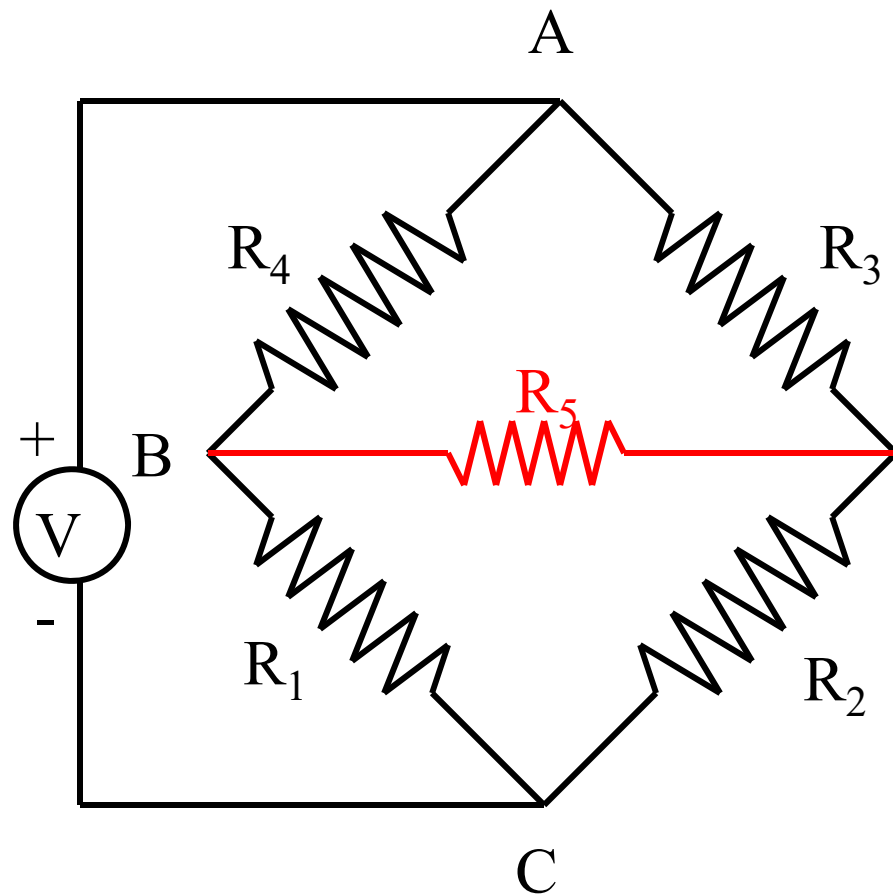
$$I_R = \frac{V_o}{R_5 + R_o}$$

$$R_o = \frac{R_4 R_1}{R_4 + R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$V_o = V \frac{R_1}{R_4 + R_1} - V \frac{R_2}{R_3 + R_2}$$

# Applicazione del Teorema di Thevenin (2)

- Se  $R_5$  e' molto alta,  $V_{BD}=V_o$ , che e' diversa da zero solo se



$$0 \neq V_o = V \frac{R_1}{R_4 + R_1} - V \frac{R_2}{R_3 + R_2}$$

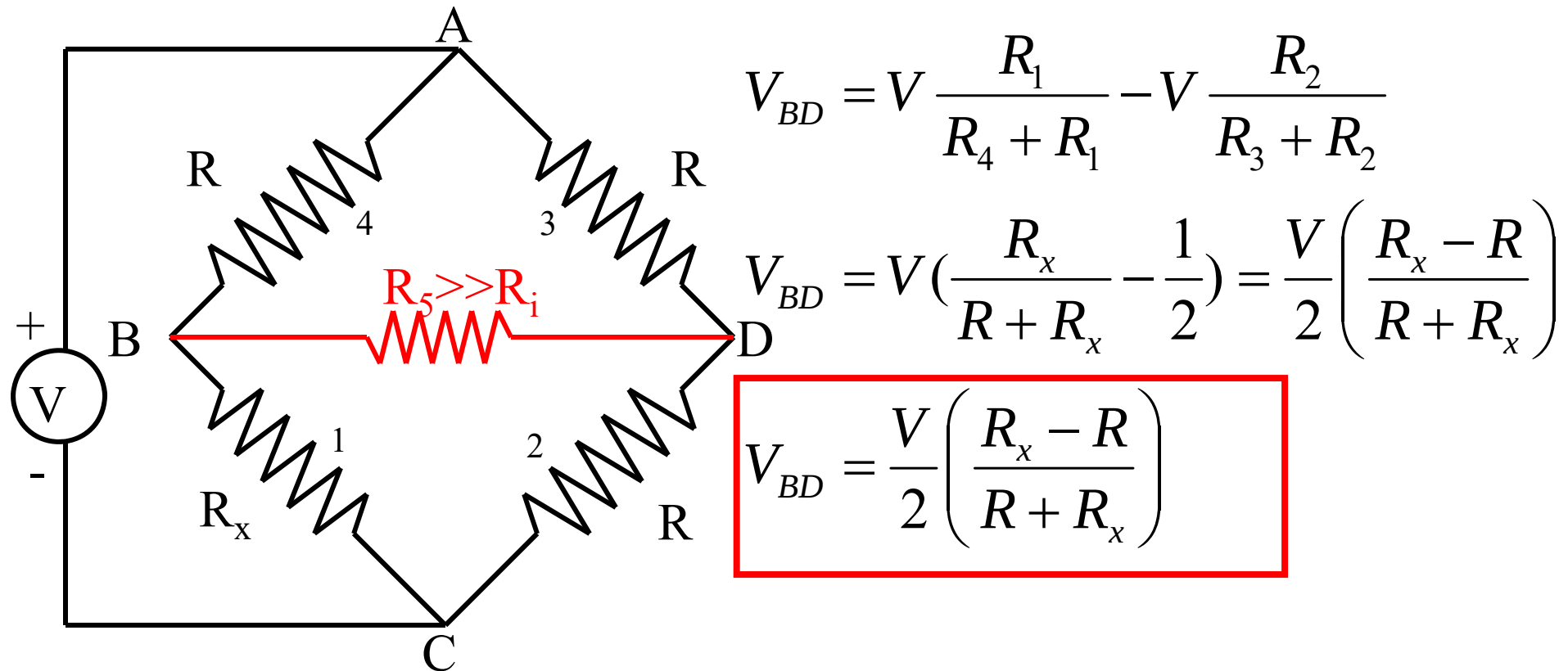
$$\frac{R_1}{R_4 + R_1} \neq \frac{R_2}{R_3 + R_2}$$

$$R_1(R_3 + R_2) \neq R_2(R_4 + R_1)$$

$$R_1 R_3 \neq R_2 R_4$$

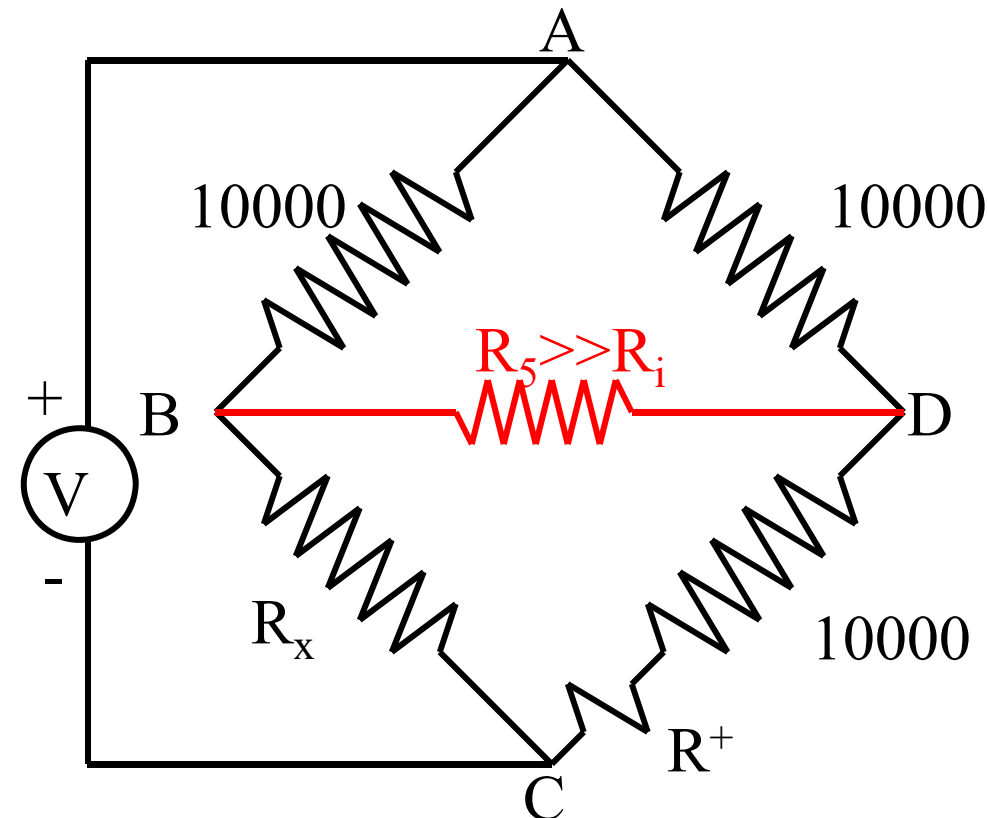
# Importanza del ponte di Wheatstone:

- E' l' implementazione di un metodo DIFFERENZIALE e quindi permette misure estremamente sensibili.



# Importanza del ponte di Wheatstone:

- Ad es. supponiamo di voler sapere se una resistenza e' di  $10000\Omega$  oppure di  $10001\Omega$ .
- Misurando solo la resistenza, dovremmo avere uno strumento capace di apprezzare bene almeno una parte su 100000: per avere una misura al 10%.



- Invece, possiamo inserire la resistenza da misurare come  $R_x$  in un ponte fatto con altre tre resistenze di riferimento come in figura, e variare  $R^+$  fino ad ottenere il bilanciamento del ponte.

$$V_{BD} \cong \frac{V}{4R} [R_x - R]$$

In questo modo basta misurare  $V$ ,  $V_{BD}$ , al 5% per ottenere  $R_x - R$  al 10%

Inoltre  $R_x - R \ll R_x$  quindi quel 10% dà un contributo trascurabile all'errore su  $R_x$ .

## Misure Assolute

massa

dinamometro



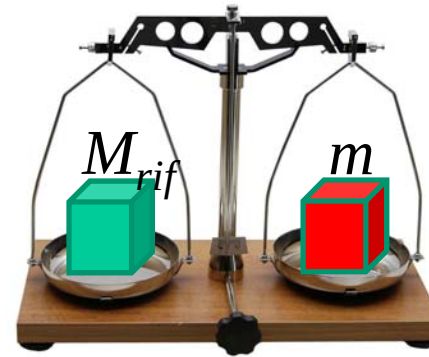
$$m = kL$$

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta L}{L}$$

Accuratezza e precisione difficilmente migliori dell' 1%

## Misure Differenziali (o di zero)

bilancia

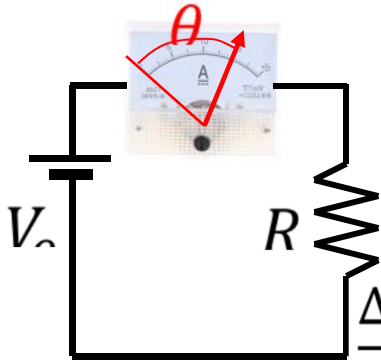


bilancia  
in equilibrio:  
 $m = M_{rif}$   
 $\Delta m = \Delta M$

Accuratezza e precisione migliori dello 0.1% :  
dipendono da accuratezza delle masse di riferimento (ottimizzate dal produttore), e attrito del giogo, normalmente trascurabile.

resistenza

ohmetro

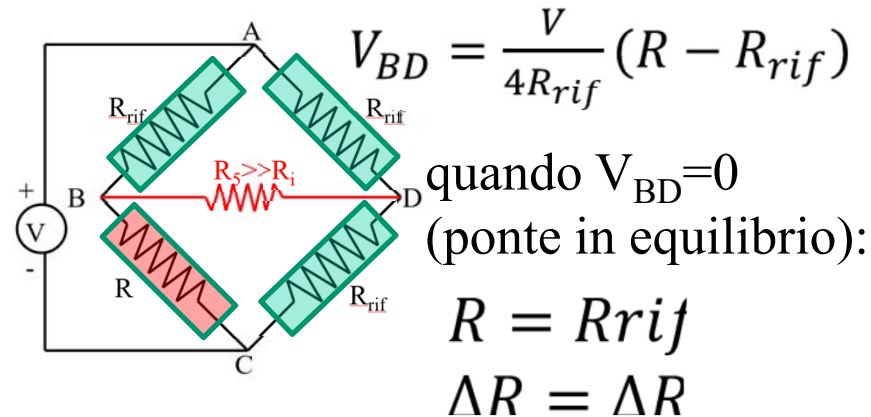


$$R = \frac{V_o}{i} = \frac{V_o}{k\theta}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta \theta}{\theta} + \frac{\Delta V_o}{V_o}$$

Accuratezza e precisione difficilmente migliori dell' 1%

Ponte di Wheatstone



Accuratezza e precisione migliori dello 0.1% :  
dipendono da accuratezza delle resistenze di riferimento (ottimizzate dal produttore), ed errore nella lettura dello zero, normalmente trascurabile.

- Il motivo per cui la lettura dello zero contribuisce in modo trascurabile è il seguente. Abbiamo:

$$V_{BD} = \frac{V}{4R_{rif}} (R - R_{rif}) \rightarrow \frac{(R - R_{rif})}{4R_{rif}} V_{BD} \quad \text{e quindi :}$$

$$\frac{\Delta(R - R_{rif})}{(R - R_{rif})} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta V_{BD}}{V_{BD}} + \frac{\Delta R}{R}$$

$$\Delta(R - R_{rif}) = \left[ \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta V_{BD}}{V_{BD}} + \frac{\Delta R_{rif}}{R_{rif}} \right] (R - R_{rif})$$

Anche misurando al 5% V e  $V_{BD}$ , con  $R_{rif}$  molto precisa,

$$\Delta R = \Delta R_{rif} + \left[ \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta V_{BD}}{V_{BD}} + \frac{\Delta R_{rif}}{R_{rif}} \right] (R - R_{rif})$$

$1\Omega$   
dominante

$10\%$

trascurabile

$1\Omega$

Supponiamo ad esempio

$R=10001\Omega$

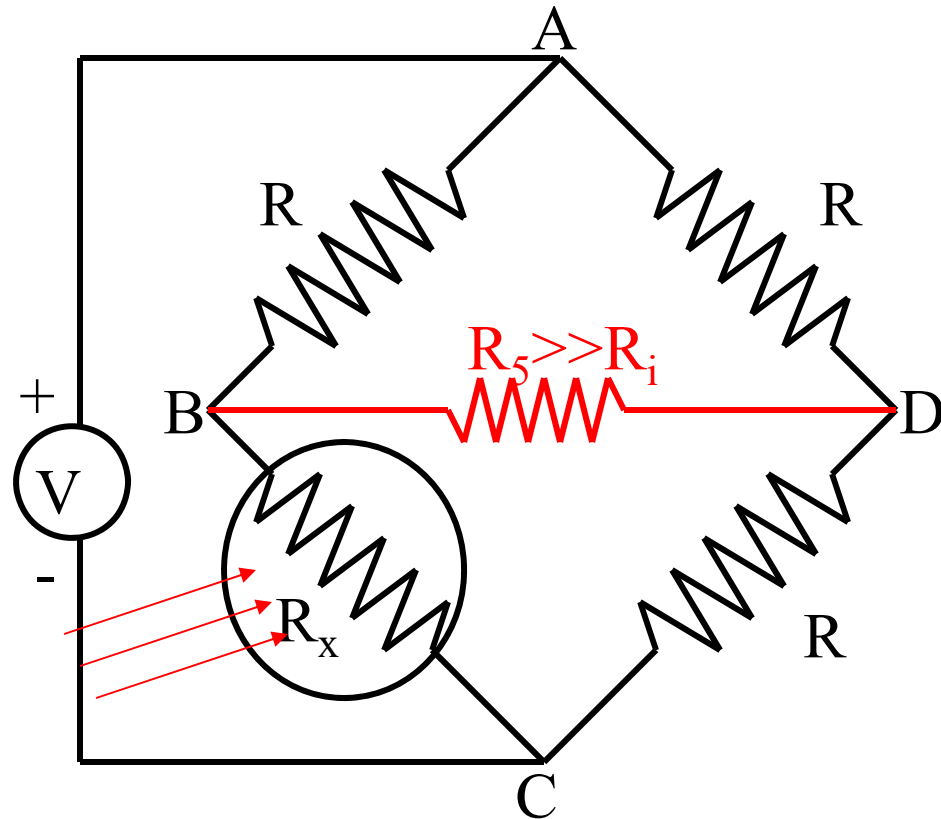
$R_{rif}=10000\Omega$  all' 1 per 10000

$$\Delta R = 1.1\Omega$$

su  $10000\Omega$  totalmente dominata dall'imprecisione di  $R_{rif}$

# Importanza del ponte di Wheatstone:

- Spesso  $R_x$  e' un trasduttore
- In assenza di segnale in ingresso il ponte e' bilanciato, (cioe'  $R_x=R$ ) e quindi  $V_{BD}=0$
- Appena arriva un segnale,  $R_x$  cambia, e si misura subito un  $V_{BD}$ , tanto maggiore quanto piu' grande e' il segnale.

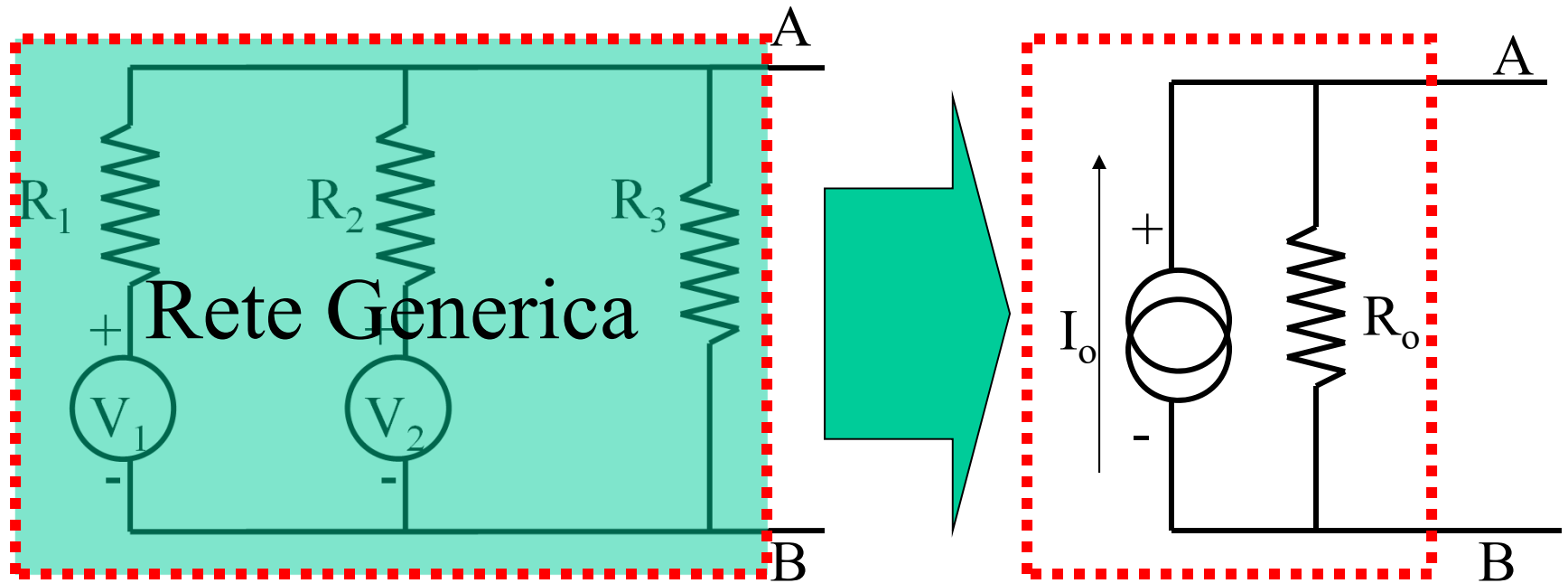


$$V_{BD} = \frac{V}{4R} (R_x - R)$$

# Teorema di Norton

- Qualsiasi circuito elettrico lineare attivo connesso a due punti A e B può essere schematizzato con un circuito costituito da un generatore ideale di corrente  $I_0$  ed una resistenza  $R_0$  in parallelo ad esso.
- $I_0$  è la corrente di corto circuito tra A e B, ed  $R_0$  è quella che si misura quando tutti i generatori di corrente sono aperti e quelli di tensione sono cortocircuitati.

# Teorema di Norton



# Teorema di Norton

- E' coerente con il teorema di Thevenin:

$$I_{R_o} R_o = I_R R \Rightarrow I_{R_o} = I_R R / R_o$$

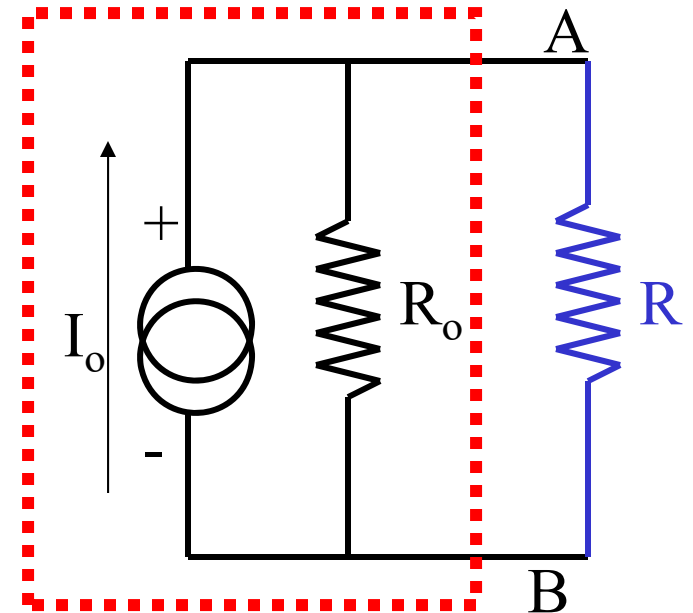
ma  $I_o = I_{R_o} + I_R$

e quindi  $I_o = I_R (1 + R / R_o)$

per cui la  $V_o$  di Thevenin e'

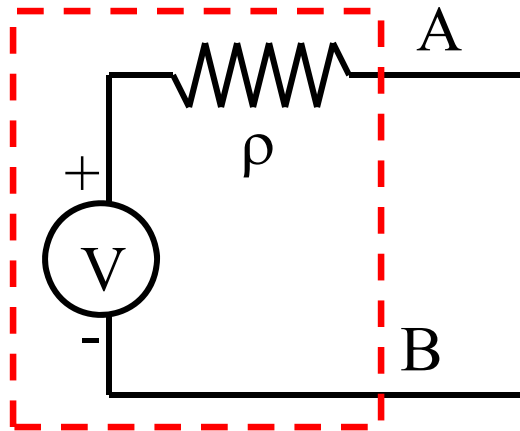
$$V_o = I_o R_o = I_R (R_o + R)$$

$$I_R = \frac{V_o}{R_o + R}$$

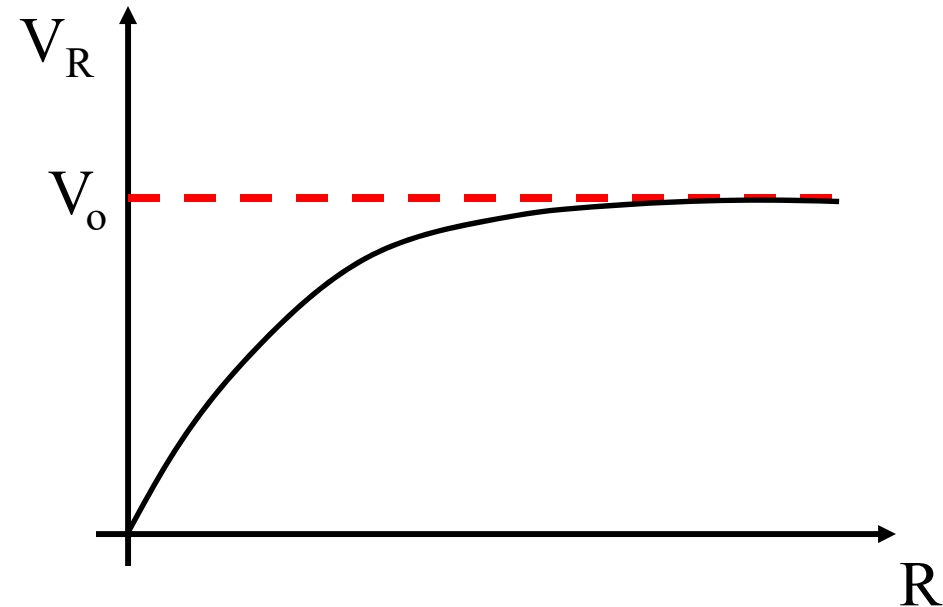


# Generatori reali

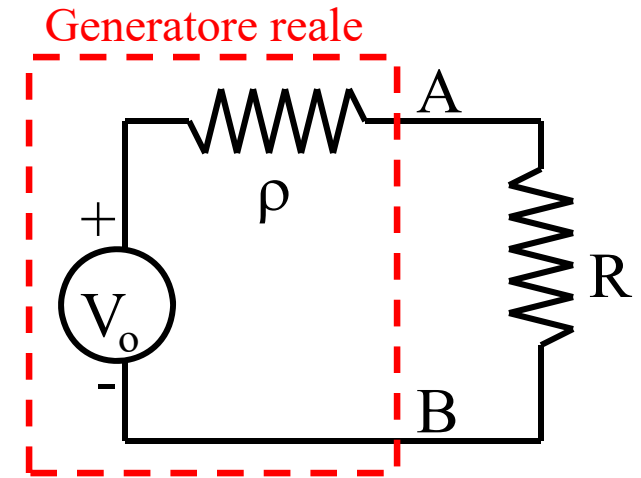
- Un generatore reale di tensione puo' essere schematizzato come la serie di un generatore ideale di tensione e un resistore di resistenza  $\rho$  detta resistenza interna.



- Se si applica un carico  $R$ , la ddp ai morsetti del generatore non e' piu' indipendente dalla corrente  $I_R$  estratta dal generatore.



# Generatori reali



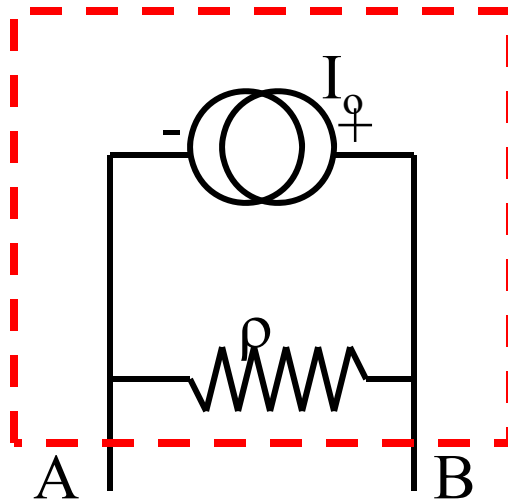
$$I_R = \frac{V_o}{R + \rho}$$

$$V_R = RI_R = R \frac{V_o}{R + \rho} = \frac{V_o}{1 + \frac{\rho}{R}}$$

- Una batteria da 9V ha una resistenza interna dell' ordine di  $1 \Omega$ . Per carichi  $\gg \rho$ , si ha  $V_R \approx V_o (1 - \rho / R)$

# Generatori reali

- Un generatore reale di corrente puo' essere schematizzato come il parallelo di un generatore ideale di corrente e di una resistenza  $\rho$  che e' detta resistenza interna del generatore.



# Generatori reali

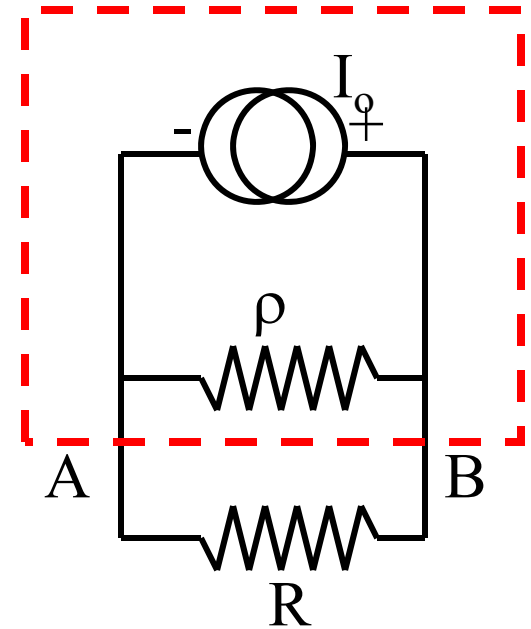
- Quindi un generatore reale di corrente si comporta quasi idealmente se la resistenza di carico è molto minore della sua resistenza interna.

$$I_o = I_\rho + I_R$$

$$I_\rho \rho = I_R R$$

$$\Rightarrow I_R = I_o \frac{\rho}{\rho + R} = I_o \frac{1}{1 + R / \rho}$$

Per carichi  $R \ll \rho$ , si ha  $I_R \approx I_o (1 - R / \rho)$



# Trasferimento di potenza da un generatore a un carico

- E' il caso piu' banale di uso di un circuito elettrico per trasferire energia.
- Se il generatore e' una batteria, l' energia chimica viene trasformata in energia elettrica al suo interno.
- La corrente elettrica trasporta quest' energia nel carico
- Si cerca il massimo trasferimento di potenza.
- Se il carico è una resistenza, questa energia viene trasformata in energia termica per effetto Joule (riscaldatore, es. stufa elettrica).

## Parentesi : Effetto Joule

- Supponiamo di applicare ad un circuito con resistenza  $R$  una ddp  $V$ : si instaurerà una corrente  $I$ , data dal moto delle cariche nel circuito.
- Sia  $dQ$  la carica che si sposta nell'unità di tempo  $dt$  tra i due punti ai quali viene applicata la ddp.
- Il lavoro  $L$  compiuto dalla forza elettrica è  $dL = dQ \cdot V$
- Ma  $I = \frac{dQ}{dt}$  quindi  $dL = I \cdot V \cdot dt$
- Quindi la potenza dissipata nel conduttore, che è per definizione  $dL/dt$ , vale  $W = dL/dt = IV$
- Unità di misura Watt = VA=J/s

# Trasferimento di potenza da un generatore a un carico

La potenza dissipata nel carico e'

$$W = V_R I_R$$

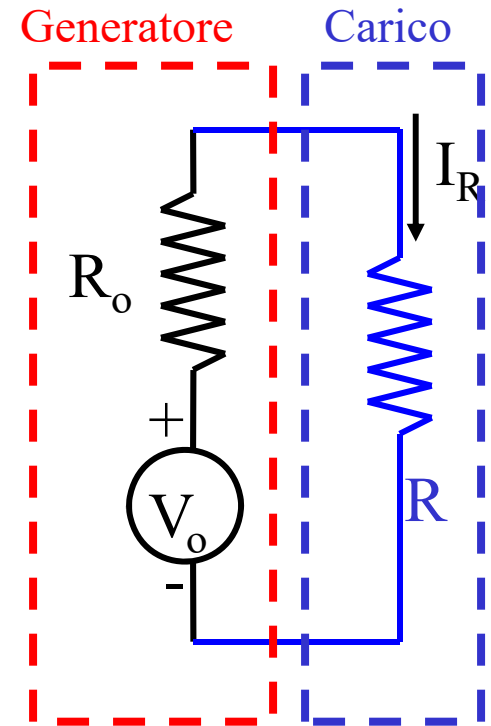
Il circuito e' un normale partitore, quindi

$$V_R = V_o \frac{R}{R + R_o} \quad ; \quad I_R = \frac{V_o}{R + R_o}$$

$$\Rightarrow W = \frac{V_o^2 R}{(R + R_o)^2}$$

se si deriva rispetto a  $R$  si ottiene

$$\frac{dW}{dR} = V_o^2 \frac{[(R + R_o)^2 - 2R(R + R_o)]}{(R + R_o)^4} = V_o^2 \frac{[R_o - R]}{(R + R_o)^3}$$



# Trasferimento di potenza da un generatore a un carico

- La derivata si annulla per  $R = R_o$
- E la potenza trasferita vale  $W_{\max} = \frac{V_o^2}{4R_o}$
- In questo caso si dice che il carico è adattato.
- Massimo trasferimento di potenza non significa massima efficienza del sistema. In caso di massima potenza trasferita, infatti, metà della potenza totale dissipata nel sistema è dissipata dove si vuole che sia dissipata (nel carico) ma l'altra metà è dissipata nel generatore, dove non si vorrebbe. L'efficienza è del 50%.

# Definizione di efficienza del trasferimento di potenza

- Si può definire efficienza del trasferimento di potenza la quantità

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{W_{carico}}{W_{totale}} = \frac{W_{carico}}{W_{gen} + W_{carico}} = \\ &= \frac{Ri^2}{R_o i^2 + Ri^2} = \frac{R}{R_o + R}\end{aligned}$$

- Questa è massima quando  $R \gg R_o$

# Alcune considerazioni sui conduttori reali che connettono i componenti dei circuiti

- Finora abbiamo considerato le connessioni tra generatori di tensione (o di corrente) e i resistori come ideali: non essendoci caduta di tensione, possono avere una lunghezza qualsiasi.
- Questa è una approssimazione. Dato da ricordare: la resistività del rame (che normalmente si usa come materiale per i conduttori di connessione nei circuiti ) è
- $$\rho_{\text{Cu}} = 2 \times 10^{-8} \, \Omega \, \text{m}$$
- Va inserita nella seconda legge di Ohm ( $R = \rho l / S$ ), per calcolare la resistenza di un conduttore di rame.
- Quando la corrente è alta, la resistenza dei conduttori di rame non può essere trascurata.

# Alcune considerazioni sui conduttori reali che connettono i componenti dei circuiti

- Prendiamo ad es. un conduttore di rame lungo 10 cm e di sezione 1 mm, la sua resistenza sarà di circa

$$R = \frac{\rho_{Cu}}{S} l = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 0.1}{3.14 \times 10^{-6} / 4} \Omega = 2.5 \cdot 10^{-3} \Omega$$

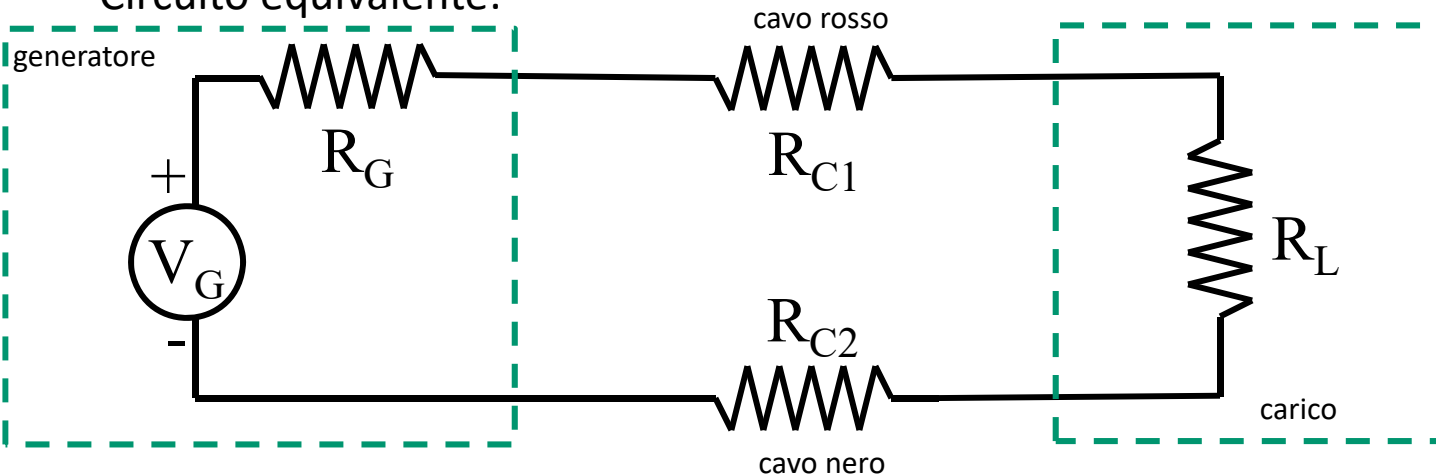
- trascurabile rispetto alle resistenze con le quali abbiamo a che fare quasi sempre ..... ma NON SEMPRE !

# Esempio: Alimentazione CPU moderne



$P_{typ} = 135W$ ,  $V_{typ} = 1.22V$   
Quindi :  $I_{typ} = 111A$  !!!

Circuito equivalente:

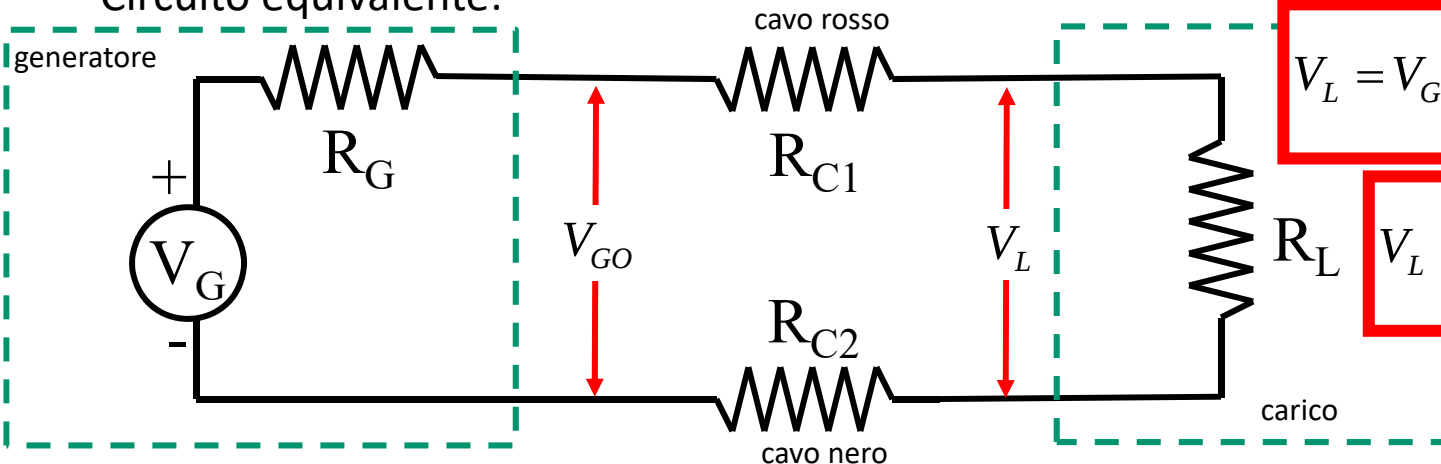


# Esempio: Alimentazione CPU moderne



$P_{\text{typ}} = 135\text{W}$ ,  $V_{\text{typ}} = 1.22\text{V}$   
Quindi :  $I_{\text{typ}} = 111\text{A}$  !!!

Circuito equivalente:

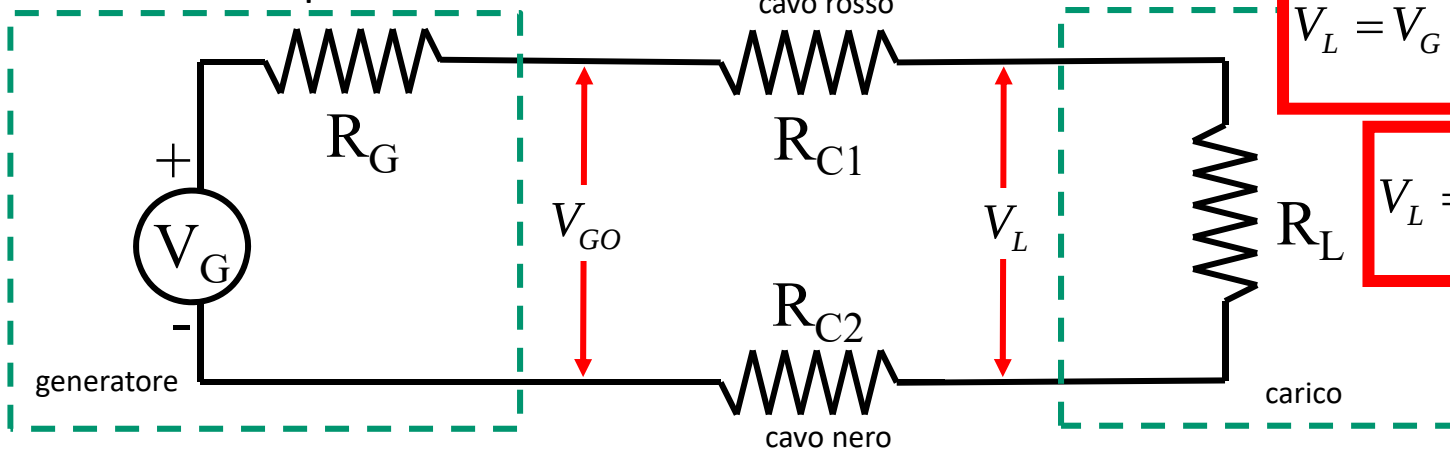


$$V_L = V_G \frac{R_L}{R_G + R_{C1} + R_{C2} + R_L}$$

$$V_L = V_{GO} \frac{R_L}{R_{C1} + R_{C2} + R_L}$$

$$V_L < V_G, V_{GO}$$

Circuito equivalente:



$$V_L = V_G \frac{R_L}{R_G + R_{C1} + R_{C2} + R_L}$$

$$V_L = V_{GO} \frac{R_L}{R_{C1} + R_{C2} + R_L}$$

$$V_L < V_G, V_{GO}$$

- Conseguenze :
  - A causa della resistenza interna del generatore e della resistenza dei cavi, la tensione del generatore (interna,  $V_G$ , oppure esterna,  $V_{GO}$ ) deve essere maggiore della tensione che si vuole applicare al carico  $V_L$
  - Parte della potenza del sistema verrà dissipata nel generatore, parte nei cavi, parte nel carico. Il sistema sarà efficiente se la potenza dissipata nel carico sarà molto maggiore di quella dissipata nel generatore e nei cavi
  - Se non si usano fili di sezione adeguata, nei fili viene dissipata troppa potenza, e si scaldano troppo.
- Quantitativamente :

# Resistenza dei cavi

- Supponiamo di usare due conduttori lunghi 20 cm, con diametro del conduttore di rame di 1 mm:

$$\rho_{Cu} = 1.68 \times 10^{-8} \Omega m$$

$$R_{C1} = R_{C2} = \rho_{Cu} \frac{4L}{\pi D^2} = 4.1 m\Omega$$

- Con una corrente di 111 A la caduta di tensione sui due conduttori è di

$$\Delta V = (R_{C1} + R_{C2}) i = 0.905 V$$

- Quindi se si ha bisogno di una tensione sul carico di 1.22 V il generatore deve produrre alla sua uscita

$$V_{GO} = 1.22 V + 0.905 V = 2.125 V$$

- Quasi il doppio di quella richiesta dal carico.

# Resistenza dei cavi

- Supponiamo di usare due conduttori lunghi 20 cm, con diametro del conduttore di rame di 1 mm:

$$\rho_{Cu} = 1.68 \times 10^{-8} \Omega m$$

$$R_{C1} = R_{C2} = \rho_{Cu} \frac{4L}{\pi D^2} = 4.1 m\Omega$$

- Con una corrente di 111 A la caduta di tensione sui due conduttori è di

$$\Delta V = (R_{C1} + R_{C2}) i = 0.905 V$$

- Quindi se si ha bisogno di una tensione sul carico di 1.22 V il generatore deve produrre alla sua uscita

$$V_{GO} = 1.22 V + 0.905 V = 2.125 V$$

- Questo approccio è problematico, per diversi motivi.

# Resistenza dei cavi

- 1) In ciascuno dei conduttori si dissiperebbe una potenza di

$$W = \frac{(\Delta V)^2}{R_{C1,2}} = 50 \text{ W}$$

cioè in totale nei 2 conduttori **si dissipa altrettanta potenza che nel processore** ! Tutta sprecata, e poi gli isolanti dei cavi probabilmente si surriscalderebbero.

- 2) Se il generatore produce  $V_{GO}=2.125\text{V}$  quando c'è il carico tipico di  $135\text{W}$ , nei momenti in cui il processore consuma meno potenza (utilizzo meno intenso) e quindi assorbe meno corrente, la tensione ai capi del processore aumenta, e può distruggerlo.
- Supponiamo per semplicità che il generatore sia ideale, cioè  $R_G=0$ ,  $V_{GO}=V_G=2.125\text{V}$ . In tal caso

- Quando  $i$  si riduce da  $111\text{A}$  a  $20\text{A}$ , ad esempio, la tensione sul carico aumenta da  $1.22\text{V}$  a  $1.96\text{V}$ , e diventa **maggiore della massima tensione sopportabile dal processore**.

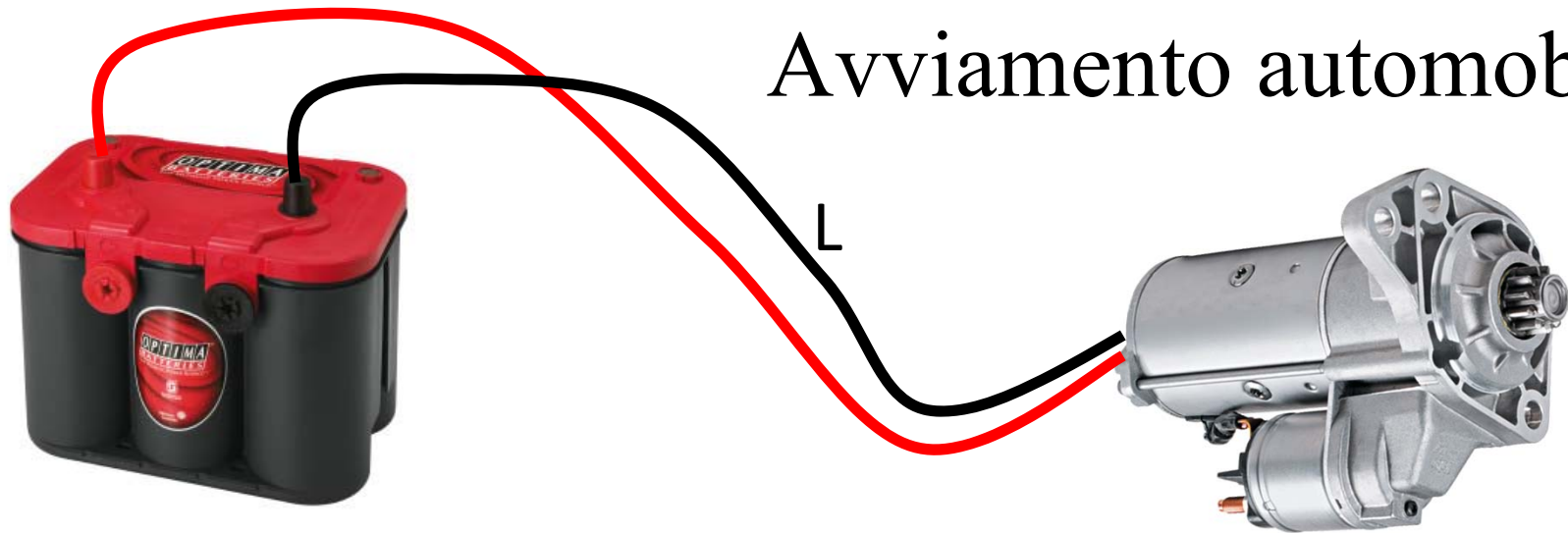
# Resistenza dei cavi

- Una soluzione è aumentare il diametro dei conduttori:

| Diametro conduttori (mm) | Resistenza due conduttori (mΩ) | Caduta (V) per potenza tipica (corrente 111A) | Potenza Dissipata nei cond. (W) | Tensione su carico al minimo (V) (corrente 20A) |
|--------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1                        | 8.15                           | 0.904                                         | 100                             | 1.96                                            |
| 3                        | 0.90                           | 0.101                                         | 11.1                            | 1.30                                            |
| 5                        | 0.16                           | 0.036                                         | 4.02                            | 1.25                                            |

- Oppure, se 1 conduttori di grande diametro sono troppo pesanti o costosi, si deve generare la bassa tensione più vicino al processore (con un regolatore convertitore di tensione direttamente sulla scheda madre del PC)

# Avviamento automobile



- Correnti richieste: da 100 a 500 A per pochi secondi (dipende dal motore, dal rapporto di compressione, dalla temperatura dell'olio...).
- Gen: 13.5V, 1 mΩ ; Mot: 20 mΩ ; Conduttori:  $1.68 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$
- I conduttori devono essere di grande sezione:

Avviamento da batteria interna

Avviamento da batteria esterna (cavi e pinze)

| Diam cavi (mm) | L Cavi (m) | $\Delta V$ Cavi (V) | Pot. Cavi (kW) | Pot. Mot. (kW) |
|----------------|------------|---------------------|----------------|----------------|
| 2              | 1          | 4.56                | 1.94           | 3.63           |
| 3              | 1          | 2.49                | 1.31           | 5.50           |
| 5              | 1          | 1.02                | 0.60           | 7.07           |

| Diam cavi (mm) | L Cavi (m) | $\Delta V$ Cavi (V) | Pot. Cavi (kW) | Pot. Mot. (kW) |
|----------------|------------|---------------------|----------------|----------------|
| 2              | 3          | 8.16                | 2.08           | 1.29           |
| 3              | 3          | 5.46                | 2.09           | 2.93           |
| 5              | 3          | 2.65                | 1.37           | 5.34           |

# Misure in corrente continua

- Esistono due tipi di strumenti di misura: analogici e digitali.
- Gli strumenti analogici hanno un indicatore che si muove su una scala: la posizione dell'indicatore (la “lancetta”) rispetto alla scala permette di stimare il valore dell'osservabile.
- Gli strumenti digitali visualizzano il risultato della misura già in forma numerica.



# Strumenti analogici

- Moto dell' "equipaggio mobile"
- Può considerarsi un corpo rigido girevole intorno ad un asse fisso verticale. Per cui

$$\mathfrak{I} \ddot{\theta} = M$$

dove  $\mathfrak{I}$  è il momento d'inerzia,

$\ddot{\theta}$  è l'accelerazione angolare

$M$  è il momento risultante delle forze esterne

- $M$  ha tre componenti:
  - Coppia deviatrice dovuta all' osservabile:  $f(I)$
  - Coppia elastica della molla di richiamo (serve a definire una posizione di zero):  $-C\theta$
  - Coppia delle forze di smorzamento  $-\beta\dot{\theta}$
- quindi 
$$\mathfrak{I} \ddot{\theta} + \beta \dot{\theta} + C \theta = f(I)$$

# Moto dell' equipaggio mobile

$$\mathfrak{I}\ddot{\theta} + \beta\dot{\theta} + C\theta = f(I)$$

- In condizioni di equilibrio

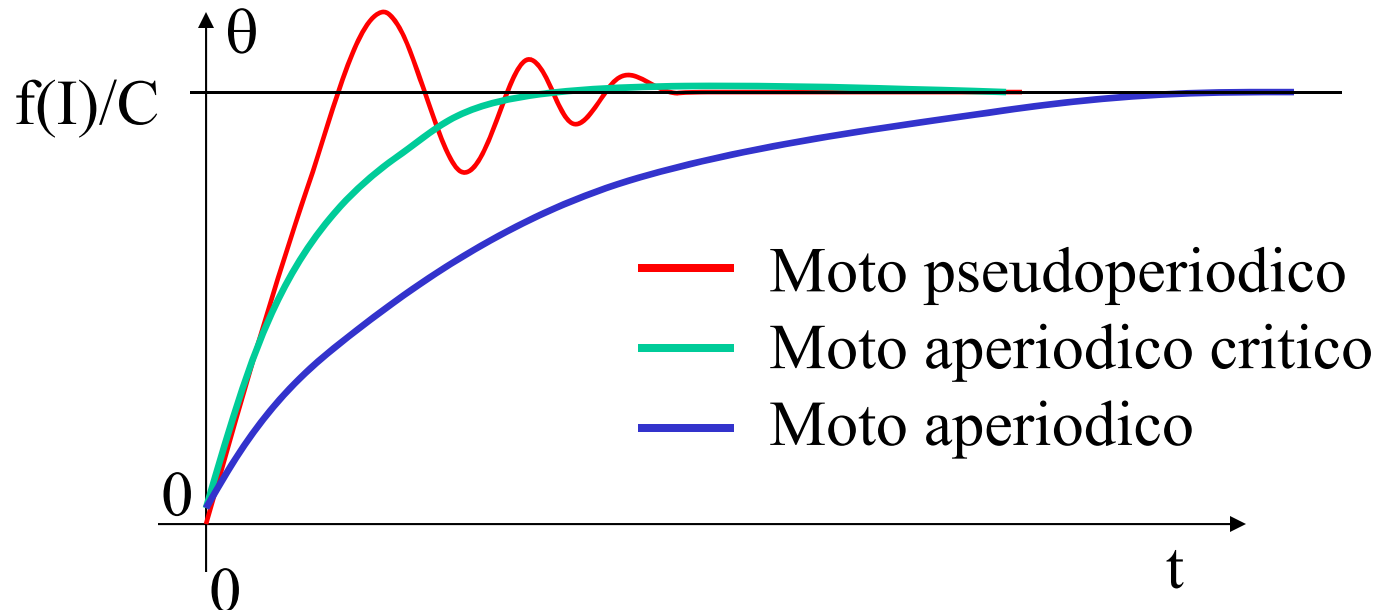
$$C\theta = f(I) \quad \Rightarrow \quad \theta = f(I)/C$$

- Cioe' l' angolo di rotazione dell' equipaggio mobile e' proporzionale alla coppia prodotta dall' osservabile.
- Normalmente l' indice e' montato sull' equipaggio mobile, e si muove su una scala, lineare se  $f(I)$  e' lineare in  $I$ , quadratica o logaritmica se  $f(I)$  e' quadratica o logaritmica. Sulla scala sono riportati i valori di  $I$  corrispondenti agli angoli secondo la calibrazione dello strumento.

# Moto dell' equipaggio mobile

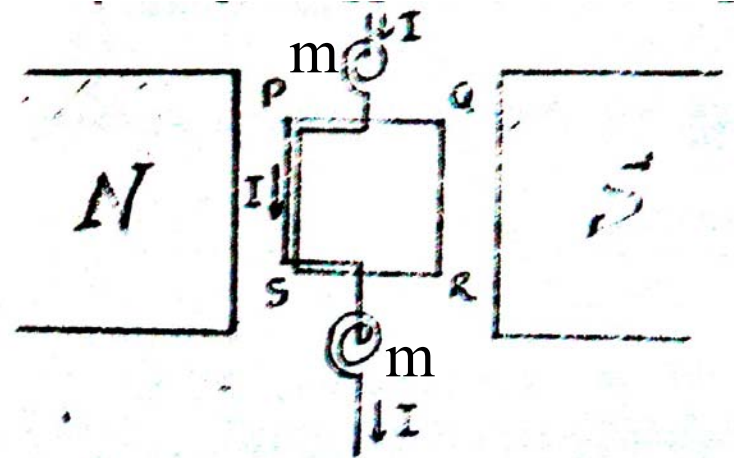
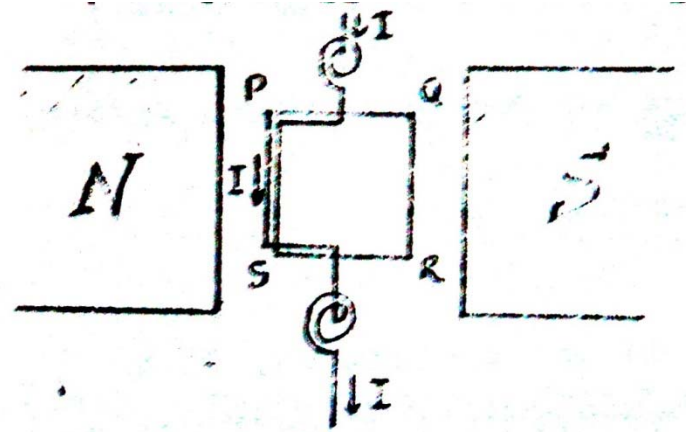
$$\mathfrak{I}\ddot{\theta} + \beta\dot{\theta} + C\theta = f(I)$$

- Il raggiungimento della posizione di equilibrio (cioe' la dinamica che dalla posizione di riposo ( $I=0$ ) porta alla posizione di regime con  $I>0$ ) dipende dalle costanti dell' equazione differenziale.



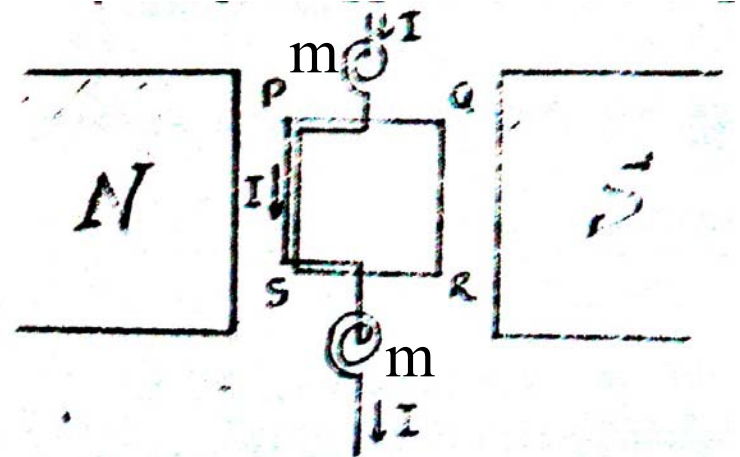
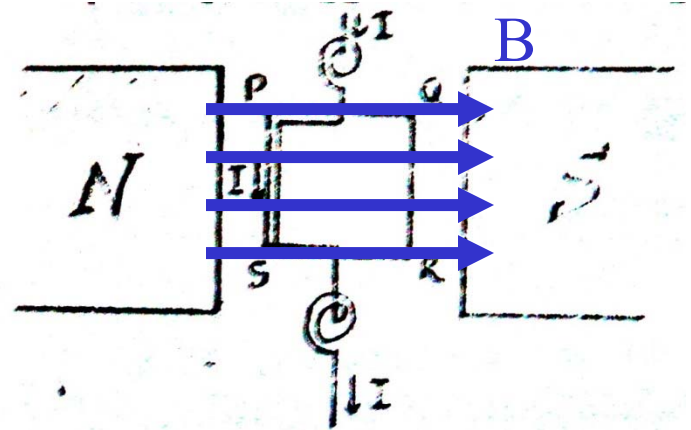
# Amperometro a bobina mobile

- E' una bobina piatta rettangolare che puo' ruotare intorno ad un asse verticale, immersa in un campo magnetico uniforme e costante.
- In assenza di corrente la posizione di riposo e' determinata dalla posizione di riposo delle due molle  $m$



# Amperometro a bobina mobile

- E' una bobina piatta rettangolare che puo' ruotare intorno ad un asse verticale, immersa in un campo magnetico uniforme e costante.
- In assenza di corrente la posizione di riposo e' determinata dalla posizione di riposo delle due molle  $m$



# Amperometro a bobina mobile

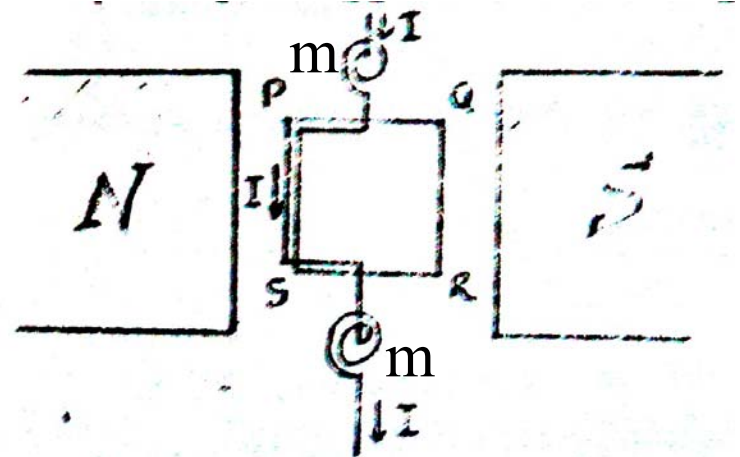
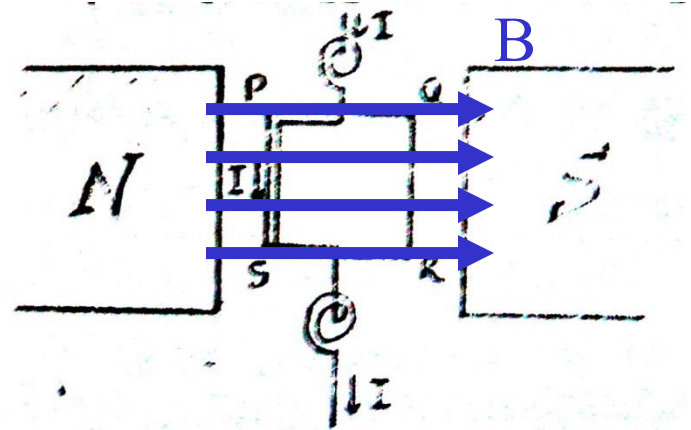
- Supponendo uniforme il campo  $B$  nel traferro del magnete, le forze agenti sui quattro lati della bobina sono:

$$F_{PS} = I \vec{r}_{PS} \times \vec{B} = -I \vec{r}_{RQ} \times \vec{B} = -F_{RQ}$$

$$F_{SR} = I \vec{r}_{SR} \times \vec{B} = -I \vec{r}_{QP} \times \vec{B} = -F_{QP}$$

- Le forze che agiscono su lati opposti sono quindi uguali ed opposte. Sui lati orizzontali si compensano, perché la bobina è rigida, mentre sui lati verticali formano una coppia, proporzionale ad  $I$ , che tende a far ruotare la bobina, con momento

$$f(I) = 2 \frac{d}{2} F \cos \theta = daBI \cos \theta$$



# Amperometro a bobina mobile

$$\theta_o = \frac{daB \cos \theta}{C} I$$

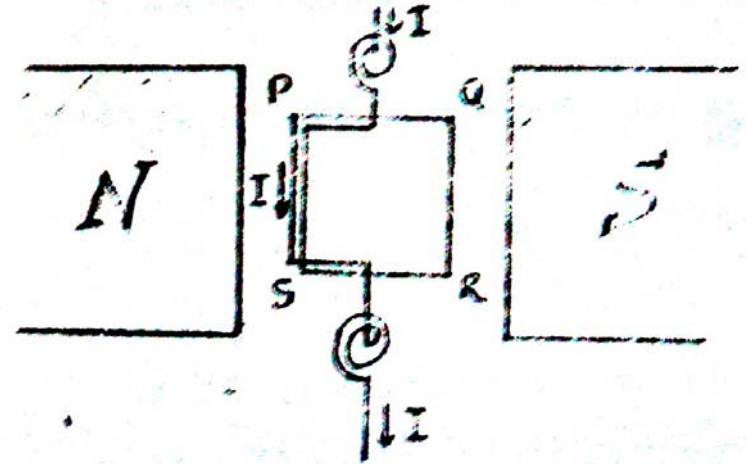
- Per evitare la dipendenza da  $\cos \theta$  (non lineare) si puo' fare in modo che il campo magnetico sia sempre ortogonale alla spira, anche mentre questa ruota, inserendo un nucleo ferromagnetico che fa convergere le linee di forza di  $B$  verso l'asse di rotazione.
- Se invece di una spira se ne avvolgono  $n$ , si moltiplica per  $n$  la coppia. Quindi:

$$\theta_o = \frac{ndaB}{C} I = \frac{\Phi^*}{C} I$$

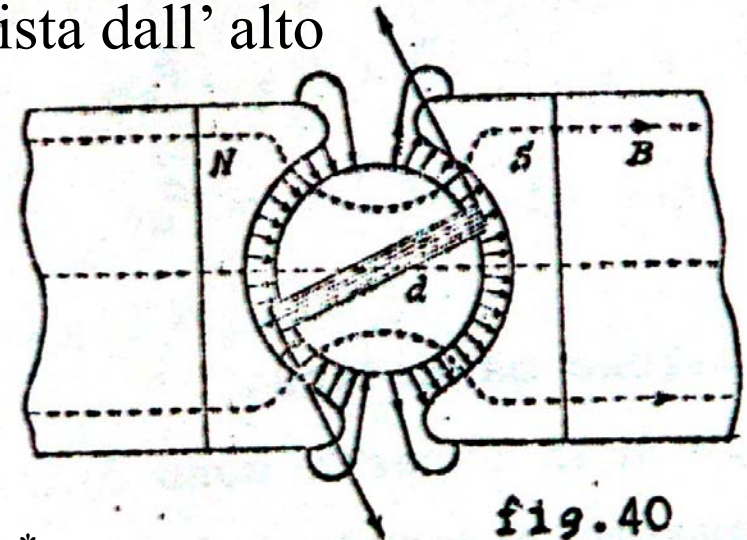
- Si definisce la sensibilita' dell' amperometro

$$\sigma = \frac{\Phi^*}{C} = \frac{nadB}{C}$$

Vista di lato



Vista dall'alto



# Sensibilità dello strumento

- La  $\sigma = \frac{\Phi^*}{C} = \frac{nadB}{C}$

appena vista rappresenta la capacità dello strumento ad apprezzare variazioni della grandezza da misurare (in questo caso I), tramite variazioni di una grandezza direttamente osservabile (in questo caso l'angolo dell'ago,  $\theta$ ).

# Risoluzione:

- La minor variazione della grandezza da misurare che lo strumento può rilevare con sicurezza per una data portata.
- Strumento analogico: la mezza divisione
- Strumento digitale: valore della cifra minima visualizzabile per una data portata
- (Portata: campo di valori ammessi per la grandezza da misurare, il massimo valore ammesso per lo strumento, anche detto fondo scala)

# Accuratezza e precisione :

- *Accuratezza* : grado di accordo tra valore misurato della grandezza da misurare e suo valore vero
- *Precisione* : capacità di uno strumento di dare risultati simili tra loro ripetendo le misure
- Per capire la differenza, basta pensare che in uno strumento molto preciso, ma poco accurato, ripetendo le misure in condizioni costanti si ottengono risultati molto simili tra loro, ma tutti questi risultati sono in significativo disaccordo con il valore vero.

# Classe

- La *classe* di uno strumento è legata al valore massimo della sua accuratezza (massima differenza tra valore misurato e valore atteso per la grandezza da misurare)
- La classe rappresenta l'ampiezza della fascia di incertezza, espressa in % del fondo scala.
- Vale per ogni punto interno alla scala
- Esempio: se uno strumento è di classe 0.2 vuol dire che la sua accuratezza individua un intervallo dello 0.2% attorno al valore atteso.

# ICE 680R (strumento analogico)

- In lab. troverete i manuali degli strumenti, e una fotocopia che riassume le caratteristiche di interesse per riportare correttamente gli errori sulle misure.
- Per l' ICE 680R, strumento di classe 1 in c.c. e 2 in a.c., vuol dire che la misura ha una incertezza pari a  $\pm 1\%$  del fondo scala nel primo caso e a  $\pm 2\%$  del fondo scala nel secondo caso.
- Altro parametro importante e' la Resistenza interna, che si ricava a partire dalla minima corrente rivelabile, data da  $20000 \Omega/V_{fs}$  per lo strumento a nostra disposizione

# Strumento digitale (anticipazione)

- Per lo strumento digitale, oltre al manuale che troverete in laboratorio, sullo stesso foglio che distribuiremo, troverete una tabella con i principali dati tecnici utili ad assegnare un'errore sulla vostra misura.
- Le colonne saranno del tipo:
- Funzione, Gamma, Risoluzione, Precisione

# Strumento digitale (anticipazione)

- Dove per funzione si intende il tipo di misura da effettuare: misura di tensione, di resistenza, di corrente, per gamma si intende il fondo scala nelle rispettive unità per ogni tipo di misura, la risoluzione e' la cifra meno significativa sul display per quella scala, la precisione è data come  $\pm(X.Y\%+Z)$  :

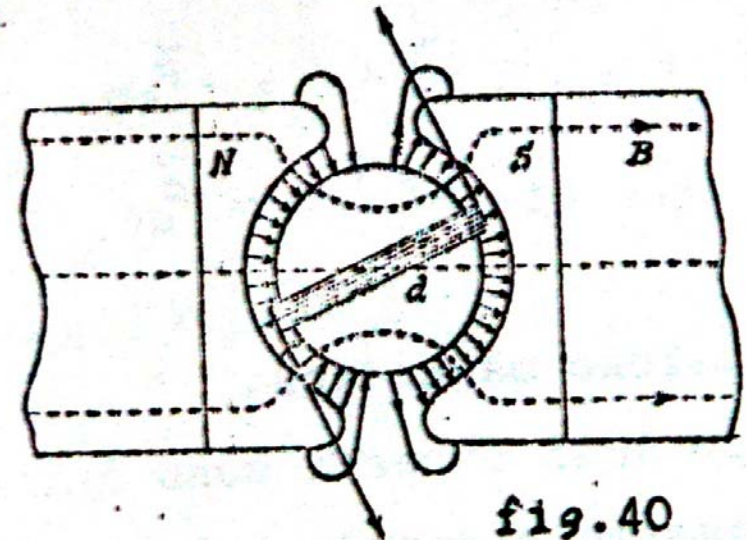
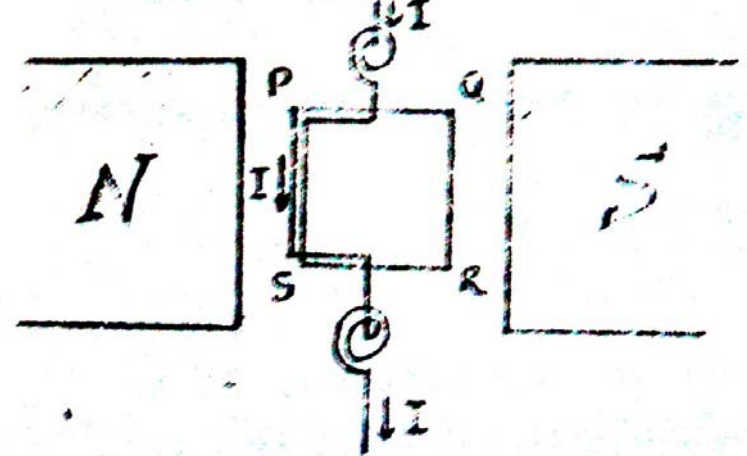
- Ad esempio, per la scala dei 32.00 V, se leggo 12.02 V, la risoluzione e' 0.01V e lo strumento ha una precisione di  $\pm(0.3\%+1)$ , vuol dire che l'errore da associare alla mia lettura e' pari a  
 $\pm(12.02 \times 0.003 + 0.01)V = 0.05V$

# Amperometro a bobina mobile

$$\sigma = \frac{\Phi^*}{C} = \frac{nadB}{C}$$

- Per aumentare la sensibilit  si puo'
  - Aumentare il numero di spire (ma aumenta la resistenza interna)
  - Aumentare le dimensioni (ad) della spira (ma poi ha molta inerzia)
  - Aumentare B (ma il magnete diventa piu' grande)
  - Diminuire la costante di richiamo C, ad esempio appendendo la bobina ad un sottile filo di quarzo (galvanometro, raggiunge  $10^{-12}$  A, ma lo strumento diventa molto fragile e poco trasportabile).
  - Usare uno specchietto e un laser invece dell' ago, per vedere deflessioni piccolissime

Vista di lato



Vista dall'alto

# Variazioni della portata dell' amperometro

- E' possibile misurare correnti maggiori di quella di fondo scala inserendo un resistore in parallelo all' amperometro: resistenza di shunt (derivatore di corrente).

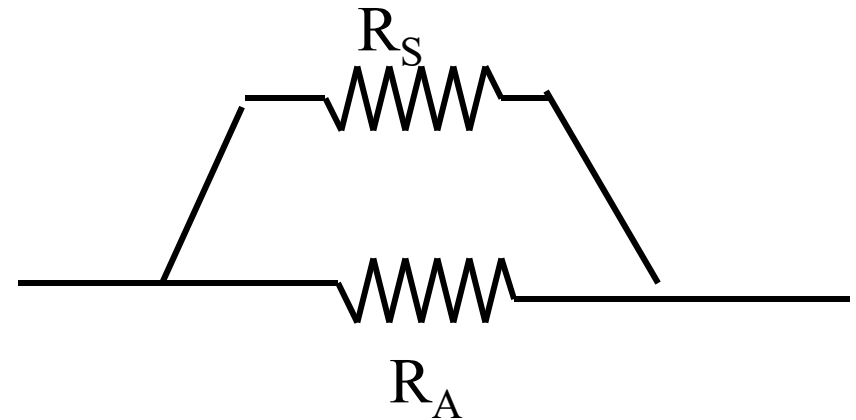
$$I = I_S + I_A$$

$$I_A R_A = I_S R_S \mapsto I_A = I - \frac{I_A R_A}{R_S}$$

$$\Rightarrow I_A \left( \frac{1 + R_A}{R_S} \right) = I$$

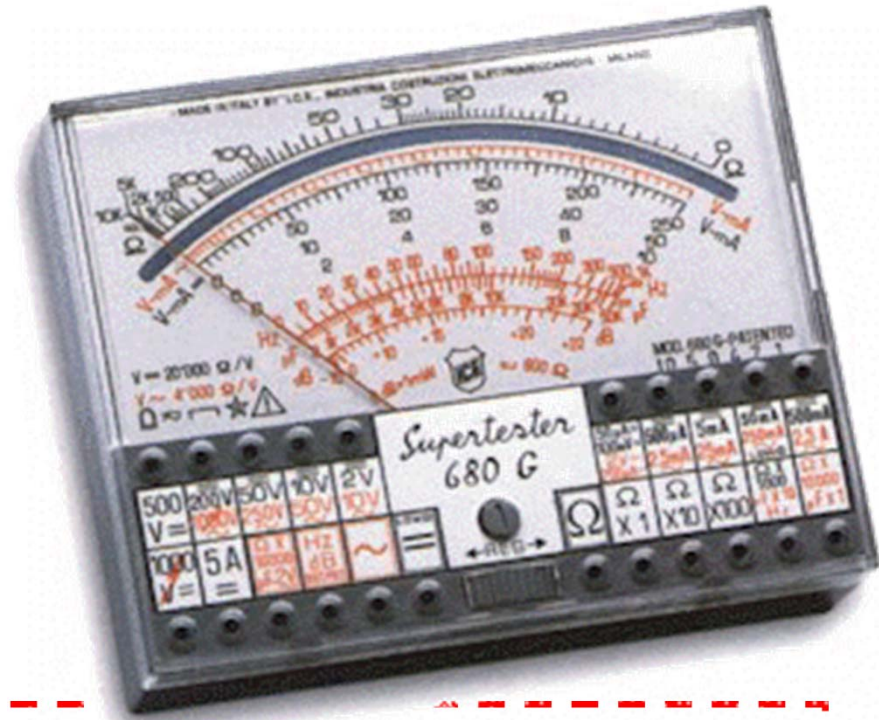
$$\Rightarrow I_A = \frac{R_S}{R_A + R_S} I$$

$$I_A = \frac{I}{n} \quad \text{se} \quad R_S = \frac{1}{n-1} R_A$$

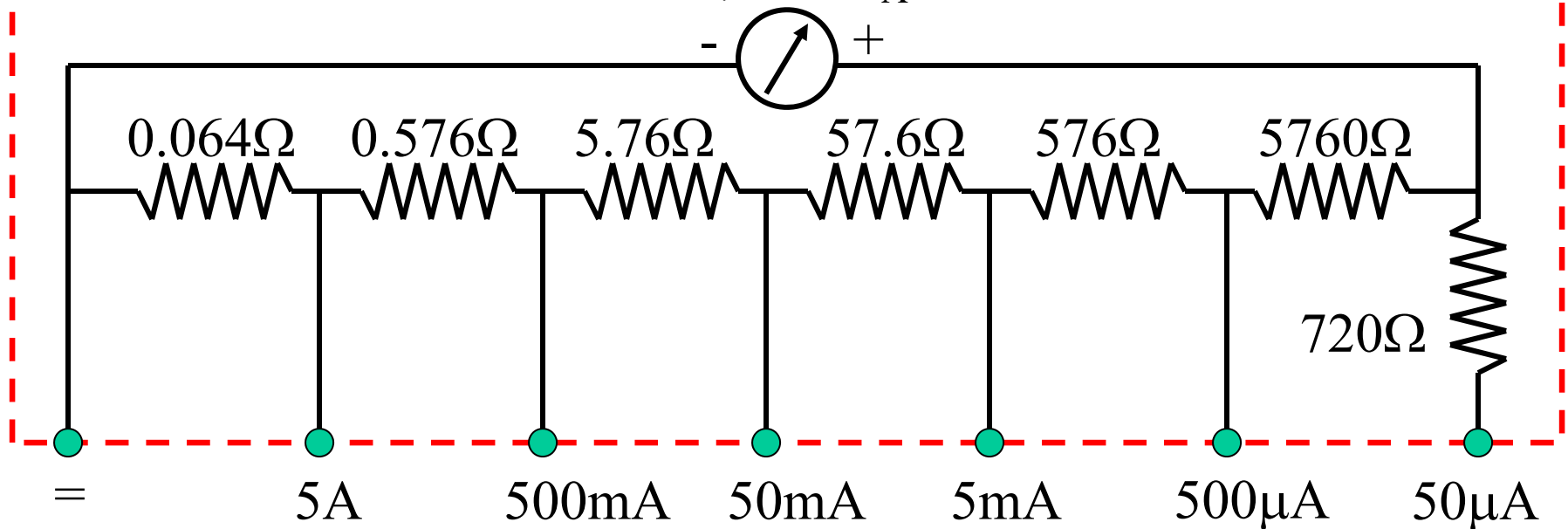


# Esercizio

- Perche' gli shunt del multimetro sono questi ?
- Il parallelo è tarato in modo che con I di f.s. nel  $\mu$ amperometro I sia Sempre al max.  $40\mu\text{A}$



$$\text{F.S.} = 40\mu\text{A}, R_A = 1600\Omega$$

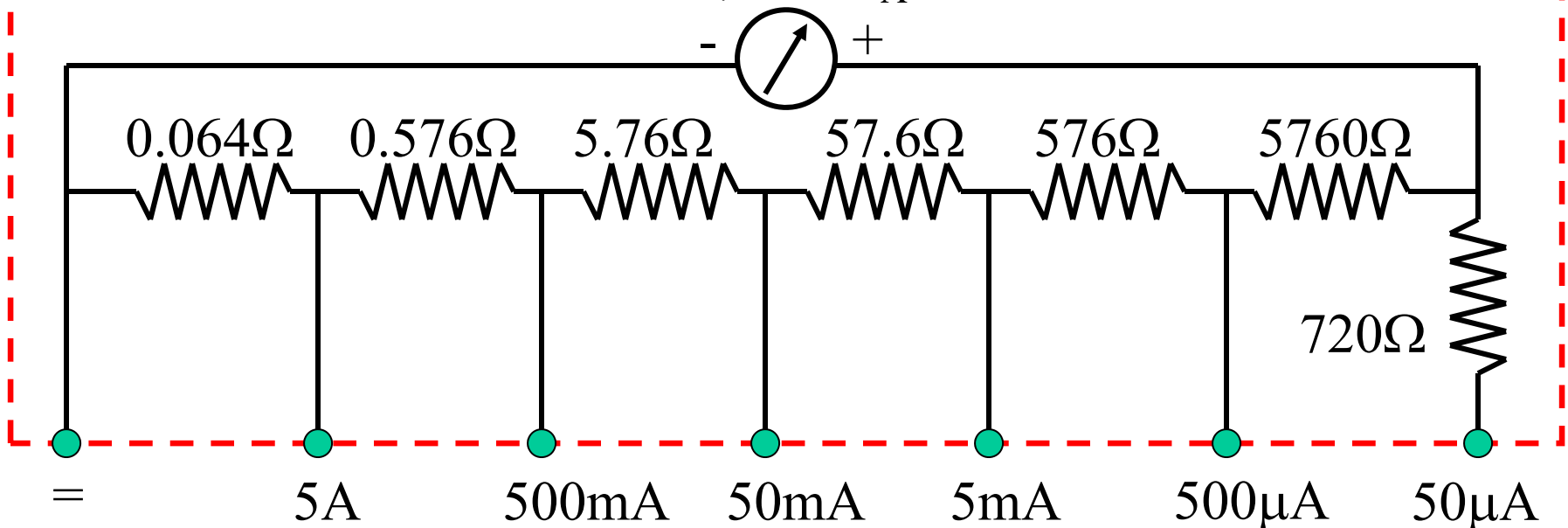


# L' amperometro dello strumento universale



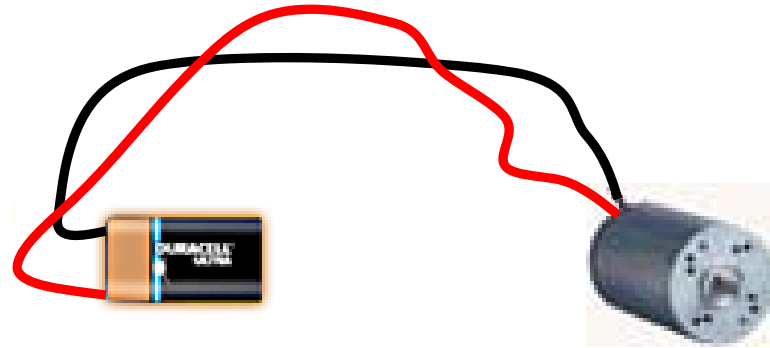
- Nello strumento universale l' amperometro e' gia' corredato da diversi shunt
- Si sceglie la corrente di fondo scala inserendo i puntali nelle boccole giuste.

F.S. =  $40\mu\text{A}$  ,  $R_A = 1600\Omega$

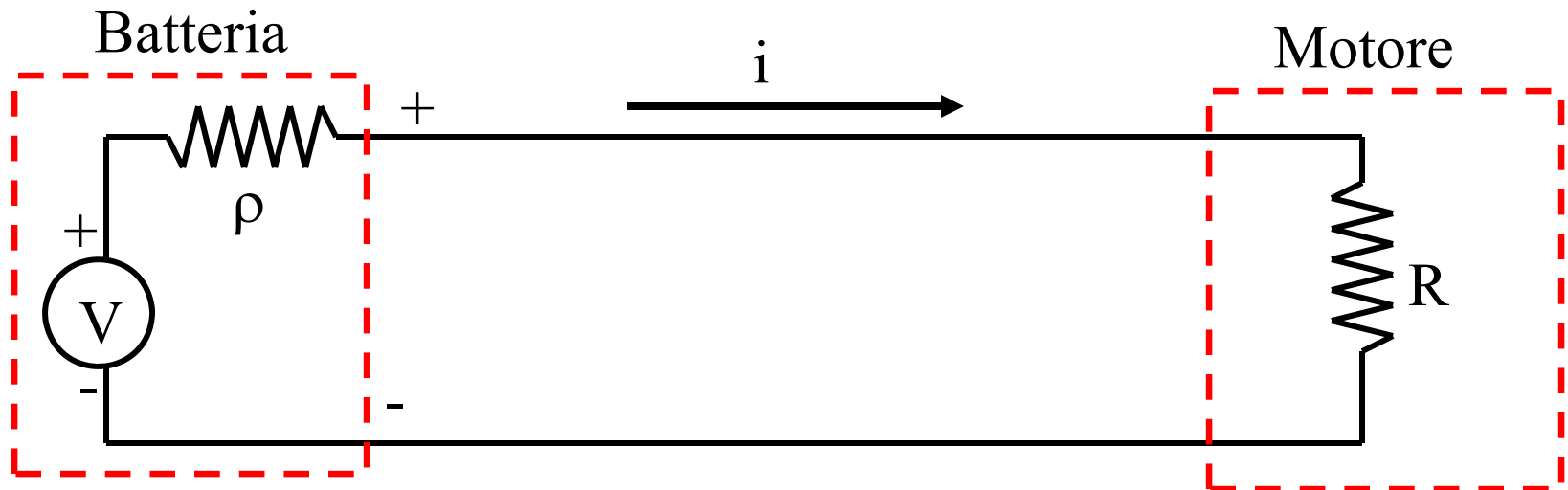


# L' amperometro dello strumento universale

- Esempio: misurare una corrente  $i$  che scorre in un motorino elettrico:

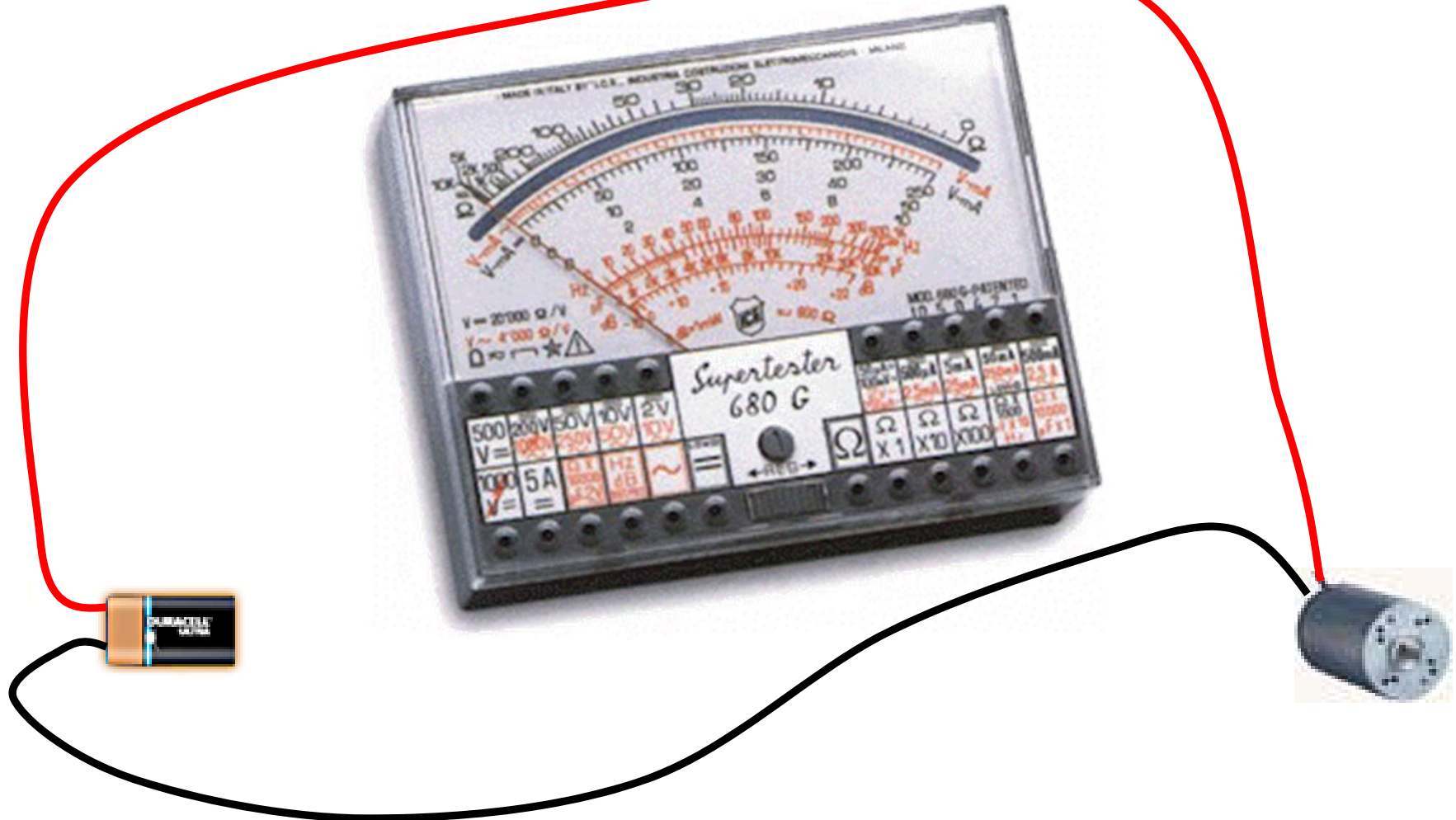


- Schema equivalente:



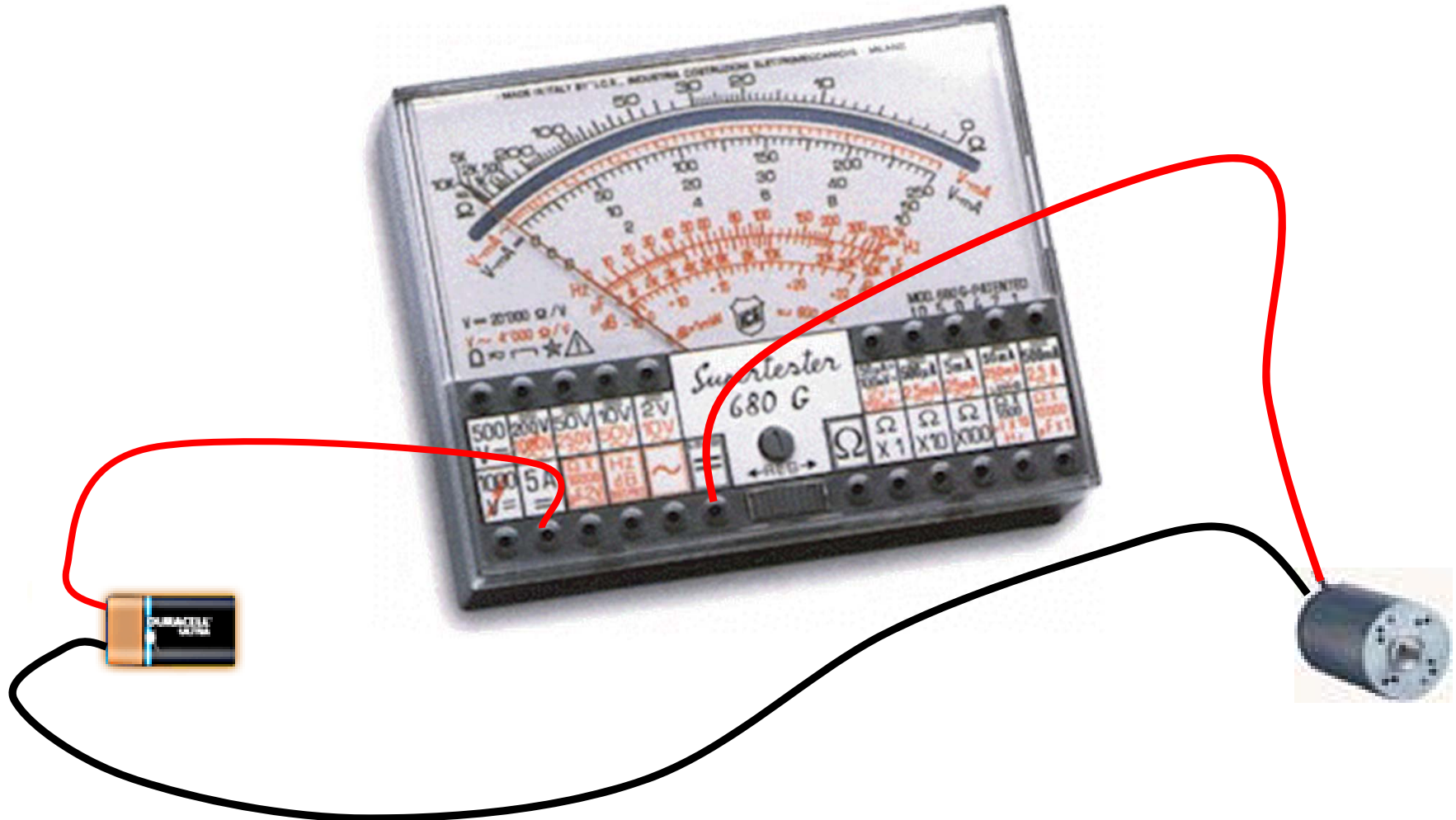
# L' amperometro dello strumento universale

- Per misurare la corrente si deve interrompere il circuito ed inserirci lo strumento di misura in serie :



# L' amperometro dello strumento universale

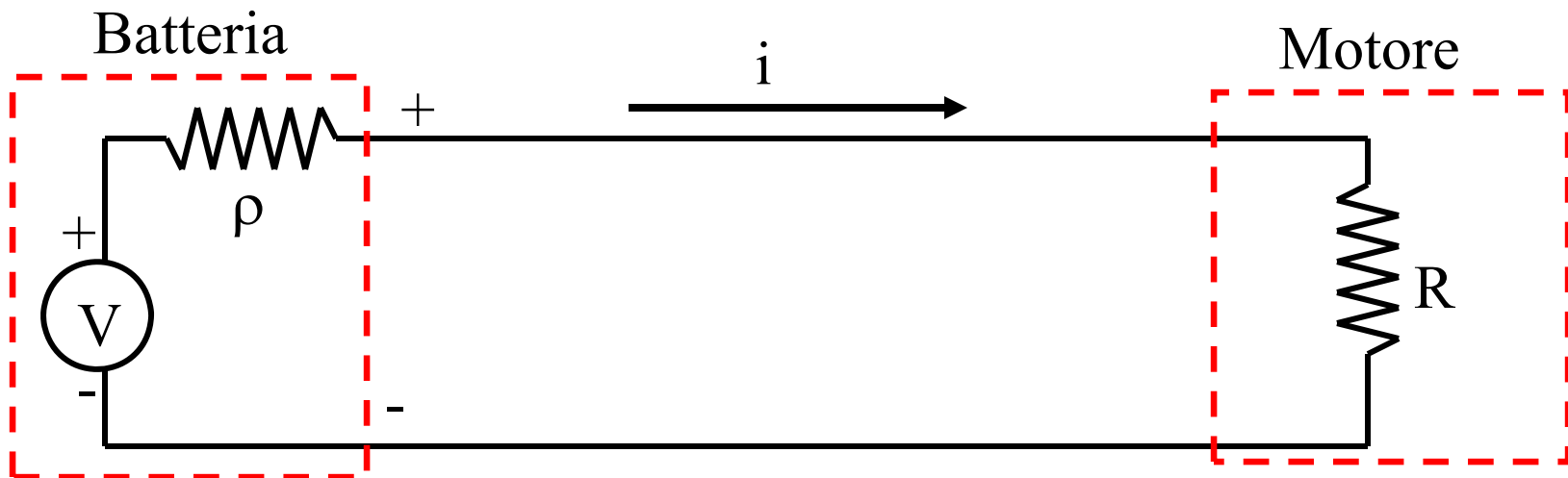
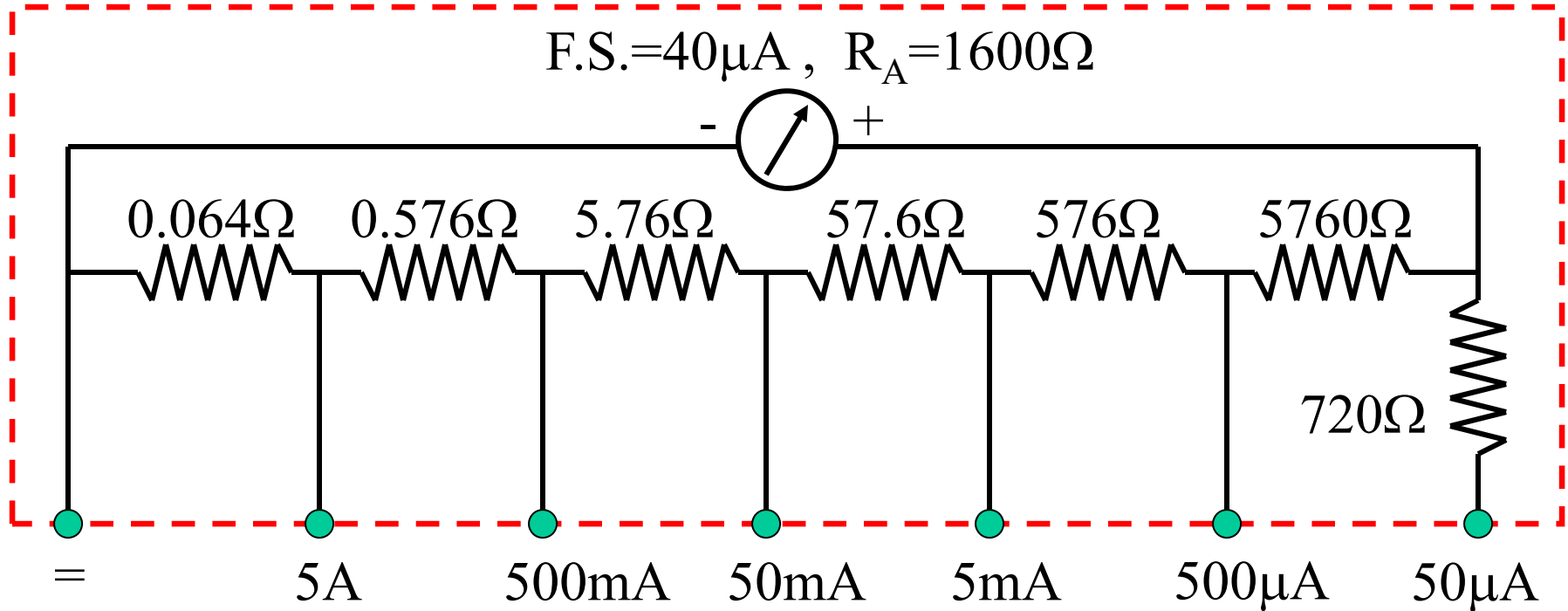
- Per misurare la corrente si deve interrompere il circuito ed inserirci lo strumento di misura in serie :



# L' amperometro dello strumento universale

Strumento Universale

F.S. =  $40\mu\text{A}$  ,  $R_A = 1600\Omega$



## L' amperometro dello strumento universale

- Per avere  $40 \mu A$  di f.s. con una corrente in ingresso di 5 A lo shunt in parallelo alla serie delle altre resistenze deve essere da 0.064 Ohm e così' via per le altre: infatti, facendo il conto:

$$R_{serie} + R_A = 7999.936 \text{ Ohm}$$

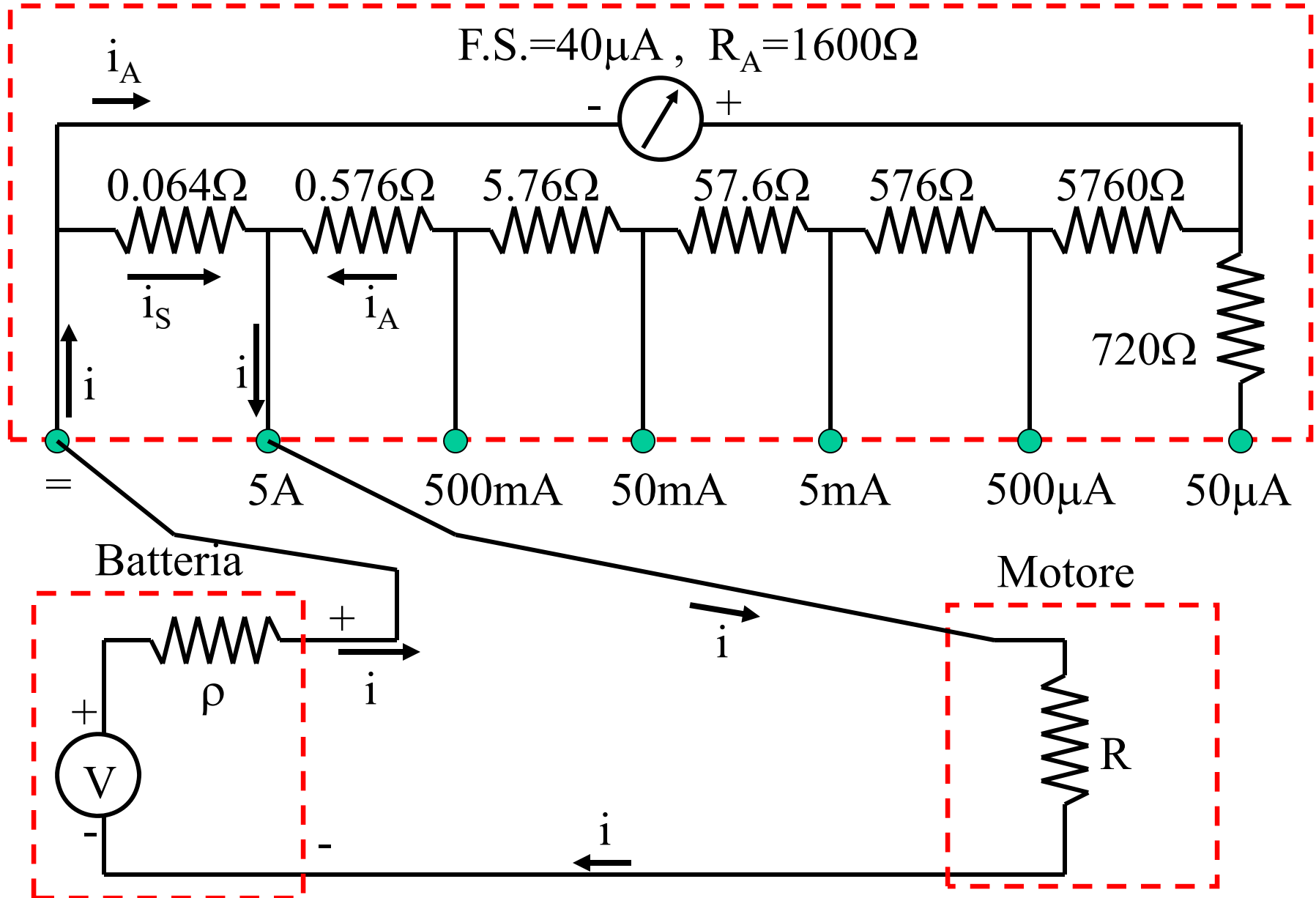
$$I_A (R_A + R_{serie}) = I_S R_S \Rightarrow$$

$$I_A = \frac{I_S R_S}{(R_A + R_{serie})} = I_S \cdot 8 \cdot 10^{-6}$$

# L' amperometro dello strumento universale

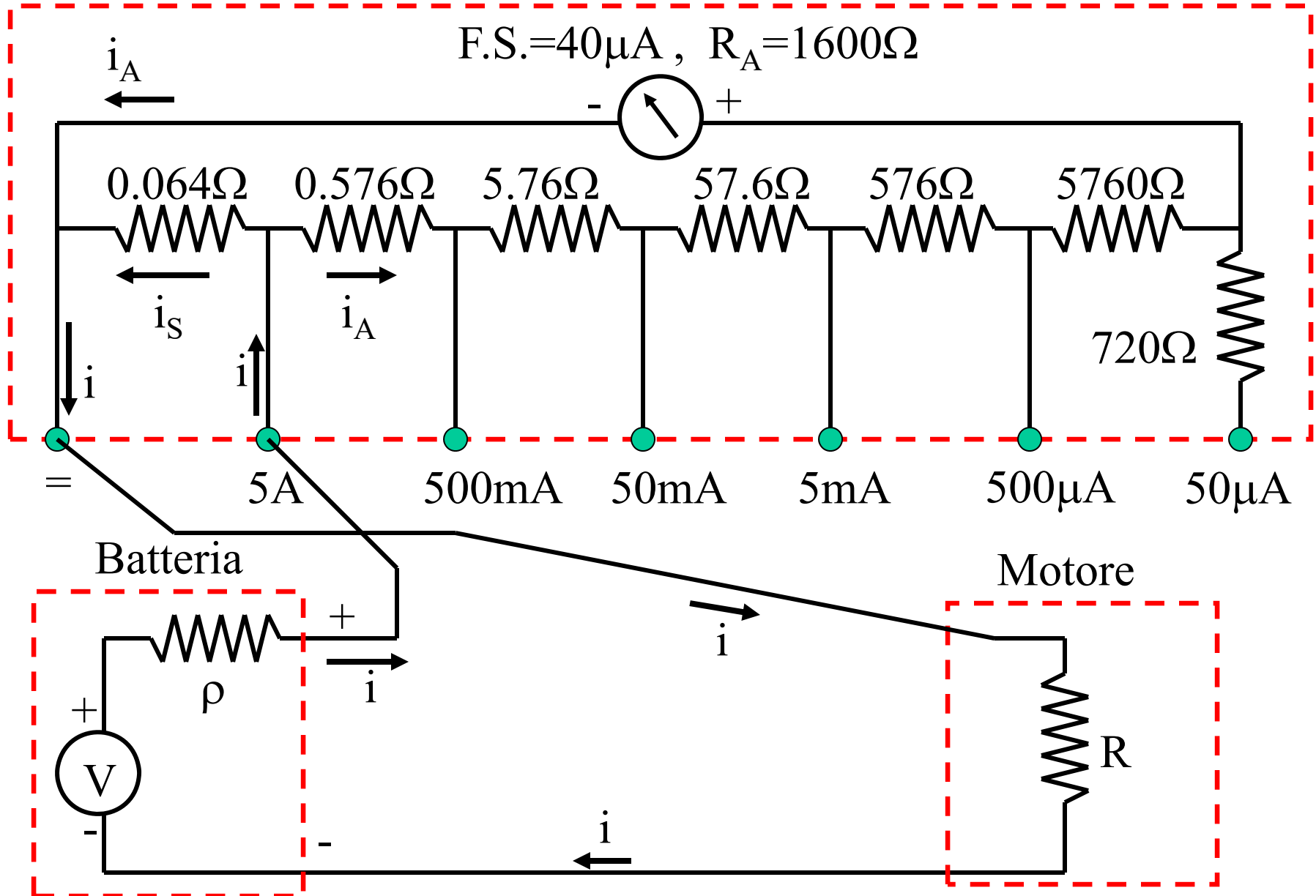
Strumento Universale

F.S. =  $40\mu\text{A}$  ,  $R_A = 1600\Omega$



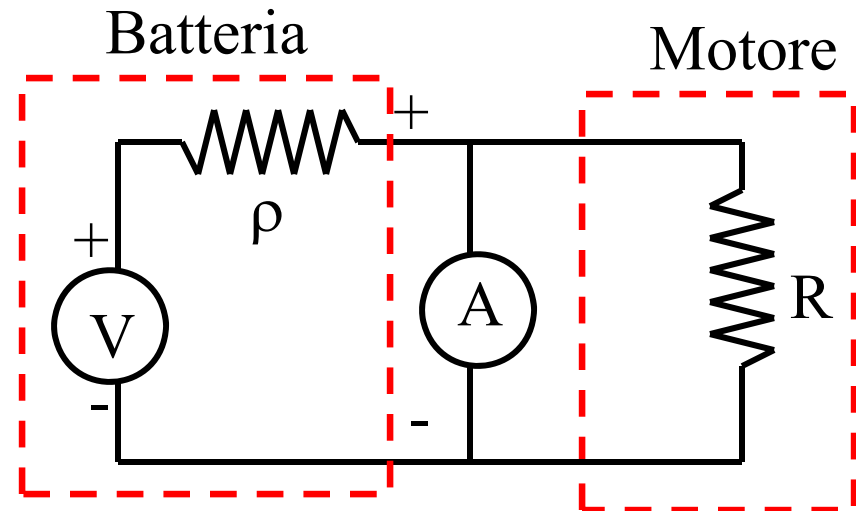
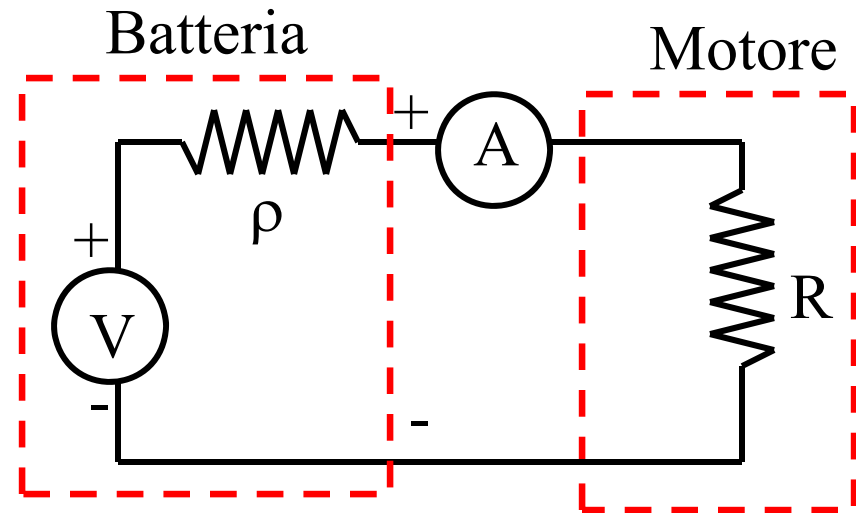
# L' amperometro dello strumento universale

Strumento Universale



# Concetto Importante

- L' amperometro si inserisce sempre IN SERIE al circuito di cui si vuole misurare la corrente.
- L' amperometro non si inserisce MAI IN PARALLELO al circuito di cui si deve misurare la corrente.



# Concetto Importante

- L' amperometro si inserisce sempre IN SERIE al circuito di cui si vuole misurare la corrente.
- L' amperometro non si inserisce MAI IN PARALLELO al circuito di cui si deve misurare la corrente.
- (bassa  $R$ !)

