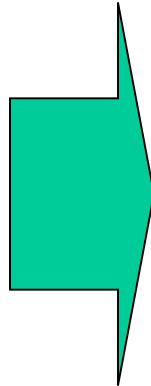
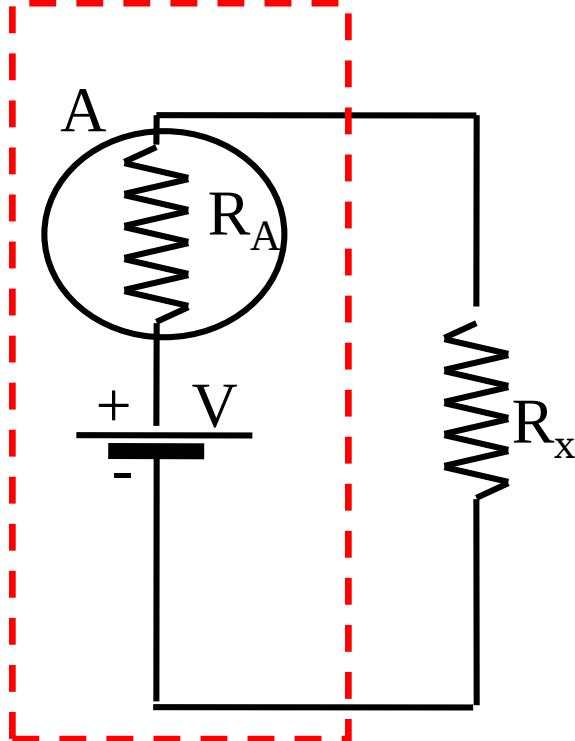


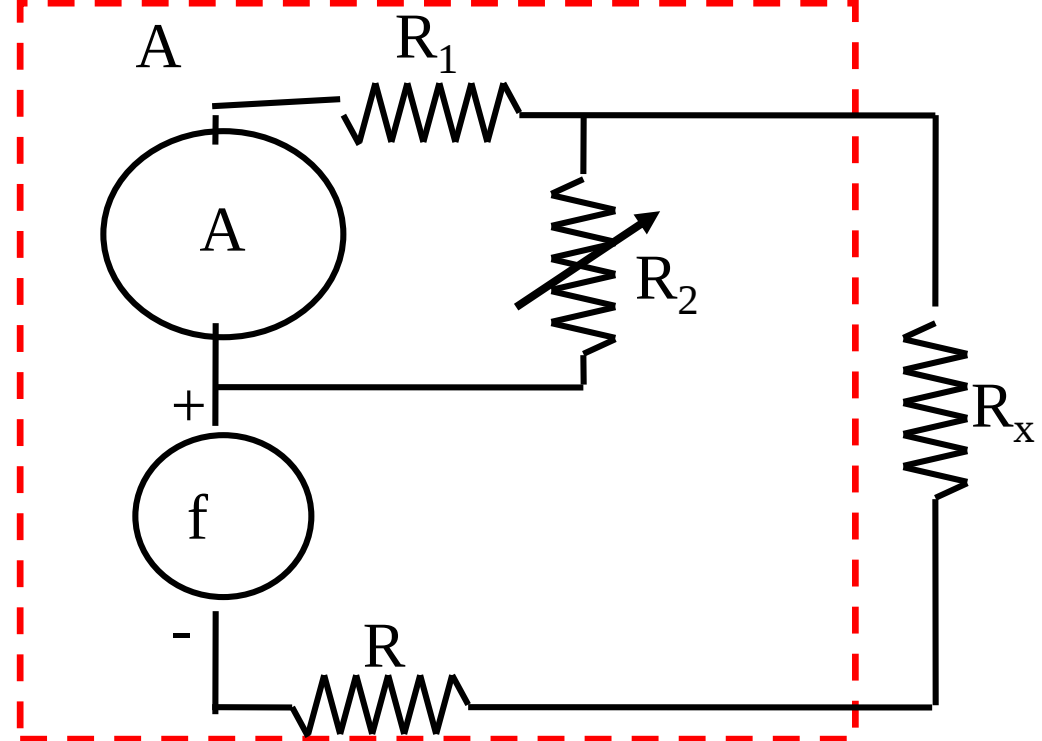
Misure di Resistenza: Ohmmetro

- Questo circuito non consente di variare la sensibilità dello strumento nè di compensare variazioni di tensione della batteria.
 - R =resistenza che permette di variare la portata; f =f.e.m. batteria
 - R_1 =resistenza interna amperometro
 - R_2 =resistenza addizionale di shunt, variabile ($\gg R_A$) per compensare la scarica della batteria

Ohmetro di base



Ohmetro reale



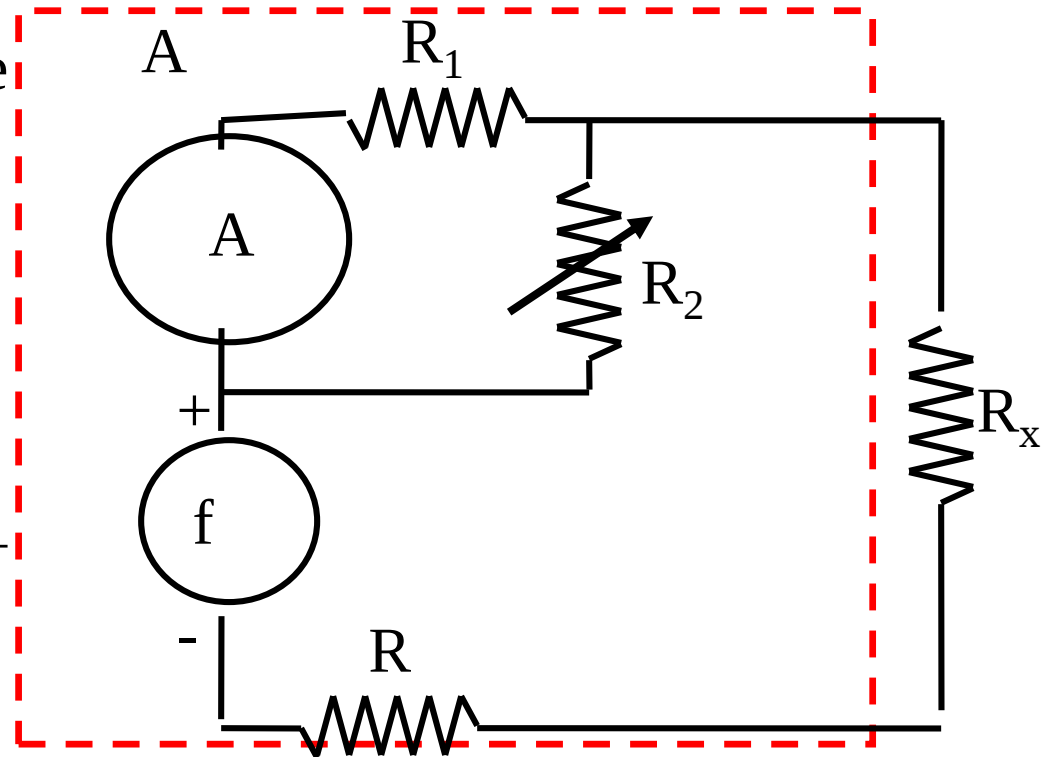
Misure di Resistenza: Ohmmetro

- La corrente I che passa nell' amperometro vale

$$I_A = I \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{f}{R + R_x + \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1}} \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{f}{(R + R_x)(1 + R_1 / R_2) + R_1}$$

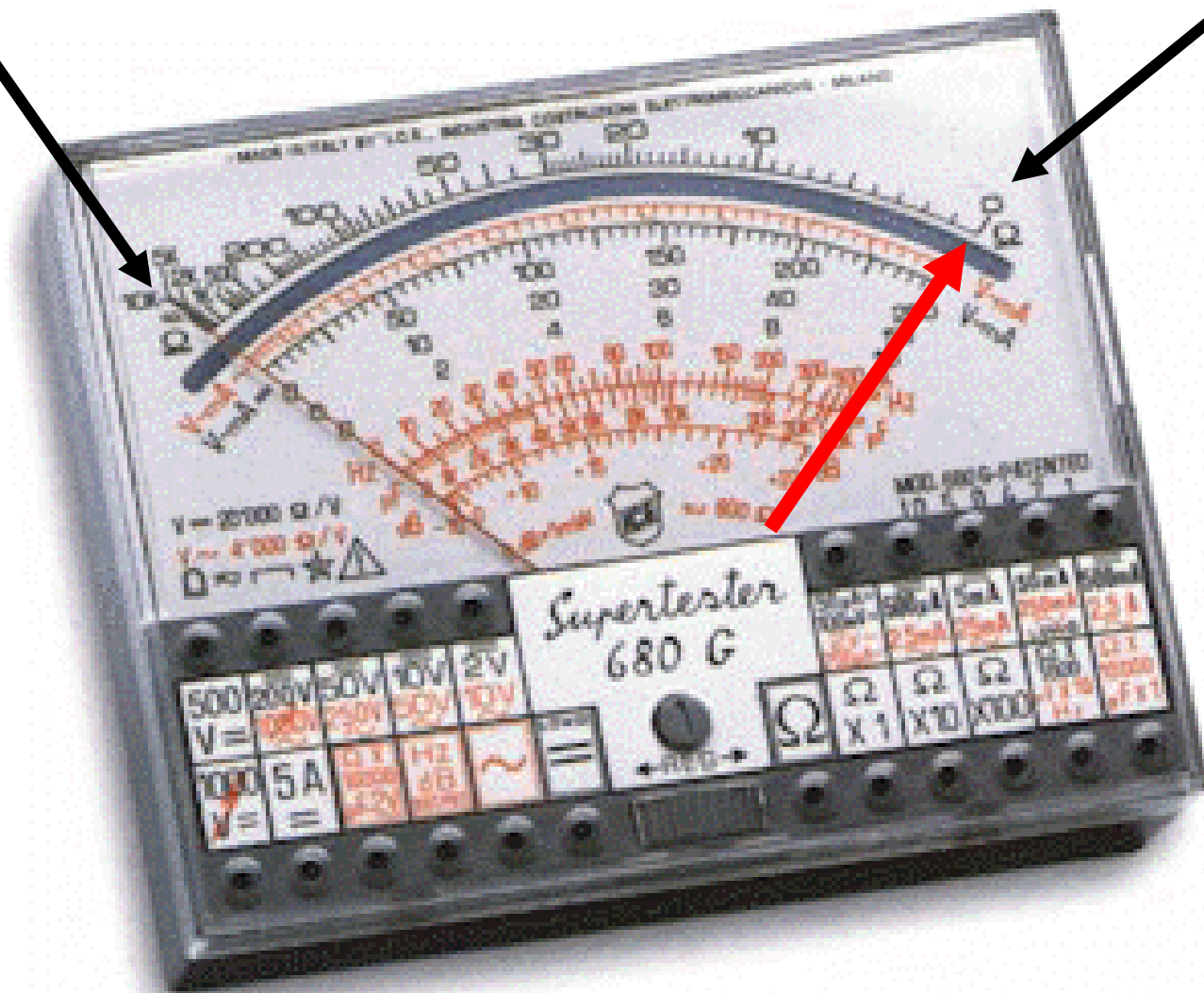
- Quindi l' andamento di $I_A(R_x)$ è iperbolico inverso: la corrente aumenta al diminuire della resistenza incognita.
- Si fissano f, R, R_1, R_2 in modo che $I(R_x = 0) = I_{FS}$.

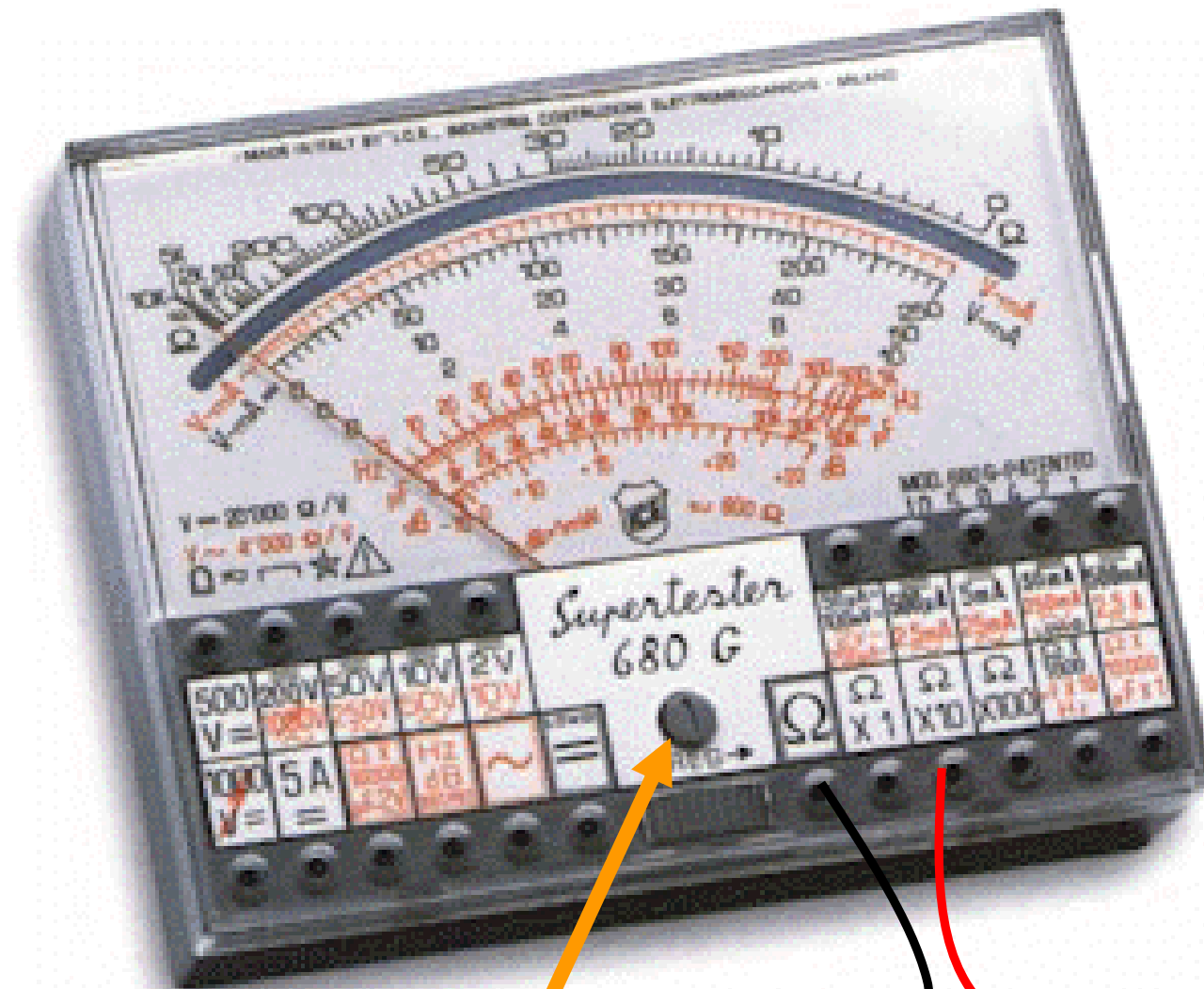
$$I_A(R_x = 0) = I_{FS} = \frac{f}{R(1 + R_1 / R_2) + R_1}$$



$$R_x = \infty$$

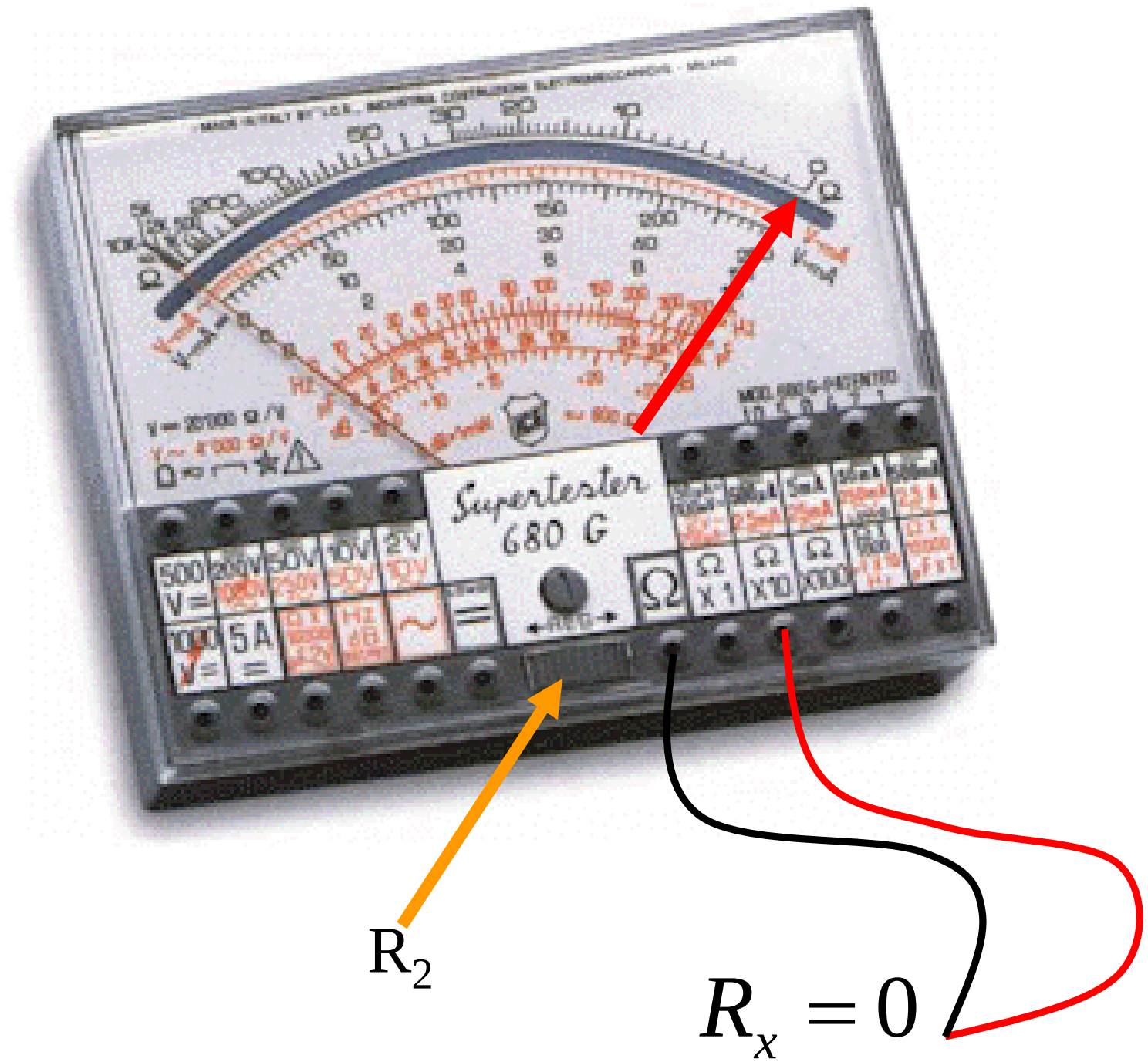
$$R_x = 0$$





Regolazione
Meccanica

$$R_x = \infty$$



Misure di Resistenza: Ohmmetro

- La natura non lineare dello strumento rende molto imprecisa la misura per R_x grande. Da:

$$I_A = \frac{f}{(R + R_x)(1 + R_1 / R_2) + R_1} \quad \text{usando} \quad I_{FS} = \frac{f}{R(1 + R_1 / R_2) + R_1}$$

si può ricavare R_x in funzione di I_A e poi differenziare rispetto a I_A : si ottiene:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\frac{\Delta I_A}{I_A}}{1 - \frac{I_A}{I_{FS}}} \rightarrow \infty \quad \text{se } I_A \rightarrow 0 \quad \text{e se } I_A \rightarrow I_{FS}$$

- Si conclude che l'errore relativo diverge ai due estremi della scala. Si deve quindi scegliere sempre un fondo scala che porti l'indice entro ±il 30% della metà della scala.

Come si minimizzano le incertezze in misure di resistenza

- Minimizzando variazioni di temperatura delle R stesse ($R(T)=R_0(1+\alpha\Delta T)$)
→ basse correnti che scorrono nel resistore (eff. Joule)
- Effetti resistenza dei contatti (specialmente per piccole R) in serie...
- Effetto resistenze parassite (umidità, pulizia contatti, caso R elevate) in parallelo...

Resistivity and Temperature Coefficient at 20 C

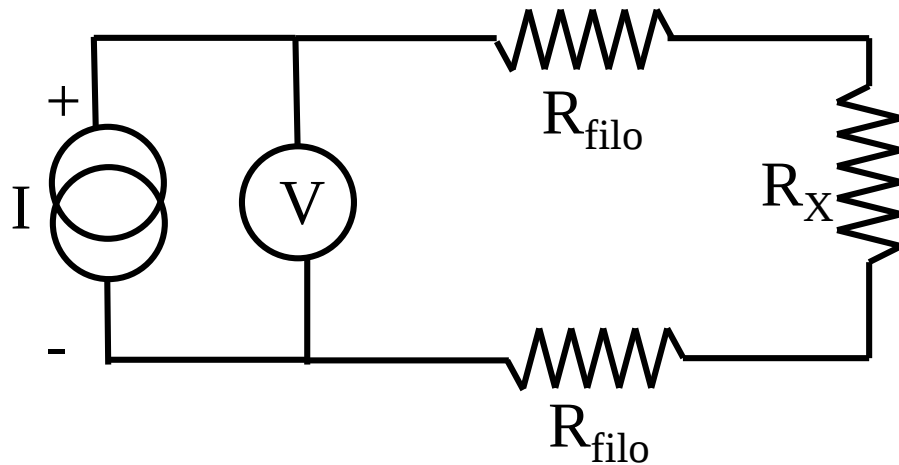
Material	Resistivity ρ (ohm m)		Temperature coefficient α per degree C	Conductivity σ $\times 10^7 / \Omega\text{m}$	Ref
Silver	1.59	$\times 10^{-8}$	.0038	6.29	3
Copper	1.68	$\times 10^{-8}$	.00386	5.95	3
Copper, annealed	1.72	$\times 10^{-8}$	.00393	5.81	2
Aluminum	2.65	$\times 10^{-8}$	.00429	3.77	1
Tungsten	5.6	$\times 10^{-8}$	.0045	1.79	1
Iron	9.71	$\times 10^{-8}$	.00651	1.03	1
Platinum	10.6	$\times 10^{-8}$	.003927	0.943	1
Manganin	48.2	$\times 10^{-8}$	.000002	0.207	1
Lead	22	$\times 10^{-8}$	...	0.45	1
Mercury	98	$\times 10^{-8}$	.0009	0.10	1
Nichrome (Ni,Fe,Cr alloy)	100	$\times 10^{-8}$	.0004	0.10	1
Constantan	49	$\times 10^{-8}$	...	0.20	1
Carbon* (graphite)	3-60	$\times 10^{-5}$	-.0005	...	1
Germanium*	1-500	$\times 10^{-3}$	-.05	...	1
Silicon*	0.1-60	...	-.07	...	1
Glass	1-10000	$\times 10^9$	...	...	1
Quartz (fused)	7.5	$\times 10^{17}$	...	...	1
Hard rubber	1-100	$\times 10^{13}$	...	...	1

Come si minimizzano le incertezze in misure di resistenza

- Contributo non trascurabile (in alcune condizioni) dei cavi!

Lettura a 4 fili!

Lettura a 2 fili

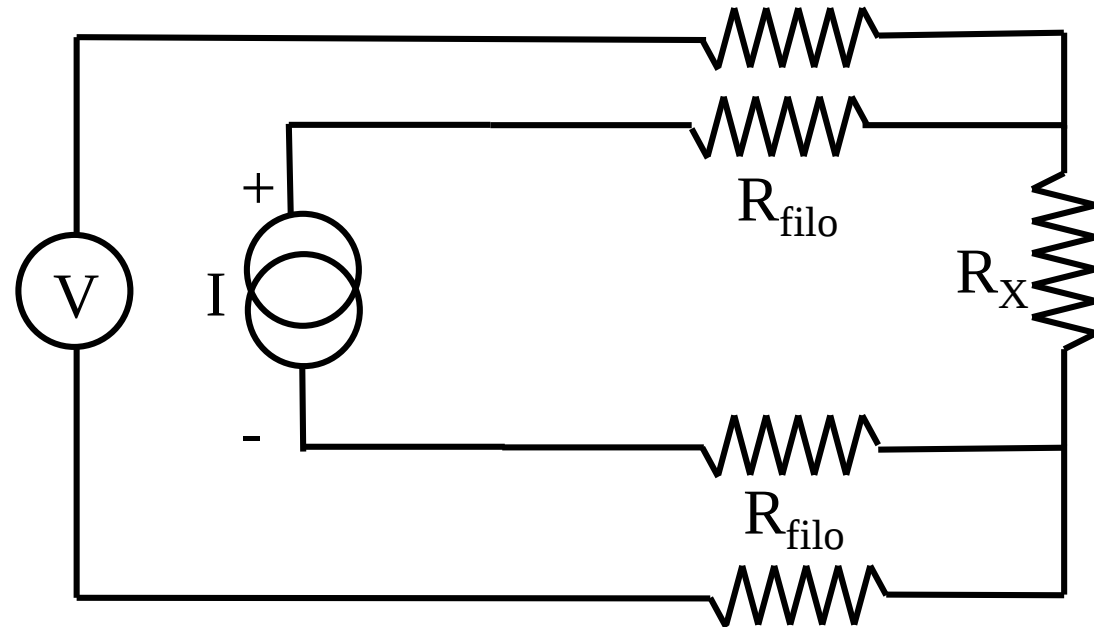


$$V_V = \Delta V_{R_X} + 2IR_{filo}$$

è la tensione che si misura con il voltmetro....e se R_{filo} è grande rispetto a R_X ne dobbiamo tener conto....

Qui I e' nota perche' e' quella fornita dal generatore di corrente

Lettura a 4 fili



$$V_V = \Delta V_{R_X} + 2IR_{filo}$$

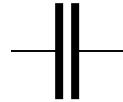
Tensione misurata dal Voltmetro, ma in questo caso.... $I=0!!!$

I e' sempre quella di prima, fornita dal generatore di corrente, e R_V è alta ... (I nella maglia del Voltmetro è zero!)

Correnti variabili nel tempo

- Finora abbiamo studiato circuiti in corrente continua, cioè circuiti in cui siamo “a regime”, molto tempo ($t \gg \tau_i$) dopo l’inizio del processo, quando tutte le correnti si sono stabilizzate.
- Oggi cominciamo a studiare situazioni più dinamiche, partendo dal primo circuito che introduce una costante di tempo nel sistema: la carica e scarica di un condensatore attraverso un resistore.
- Poi generalizzeremo a circuiti più complessi e al caso particolarmente importante di correnti variabili in modo periodico.

- Per gli elementi passivi valgono le seguenti relazioni, note dallo studio dell' elettromagnetismo:



$$V = RI;$$

Legge di Ohm

$$I = V / R;$$

$$V = \frac{1}{C} \int_0^t I dt;$$

Def. di $C=Q/V$

$$I = C \frac{dV}{dt};$$

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

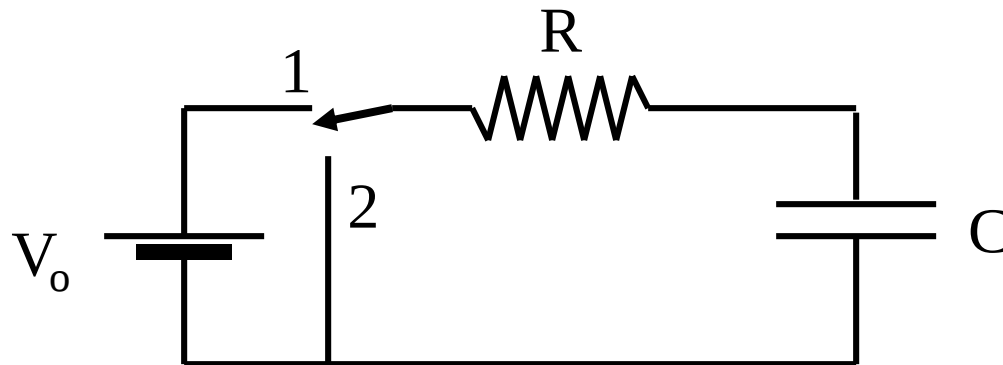
Legge di Lenz

$$I = \frac{1}{L} \int_0^t V dt$$

- Dove:
 - V = differenza di potenziale ai capi dell' elemento considerato,
 - I = intensità di corrente che attraversa l' elemento stesso,
 - R =resistenza,
 - C =capacità,
 - L =coefficiente di autoinduzione (o induttanza), t = tempo

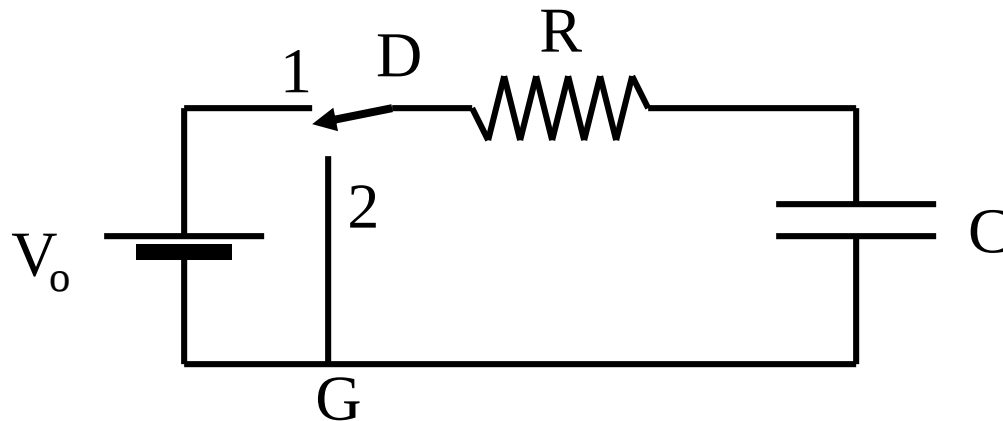
Carica e scarica di un condensatore

- Un condensatore può essere caricato collegando le sue armature ad un generatore di tensione.
- Nel circuito sarà sempre presente una resistenza, sia essa quella interna del generatore, quella dei conduttori di collegamento, o quella di un resistore inserito in serie per rallentare il processo.



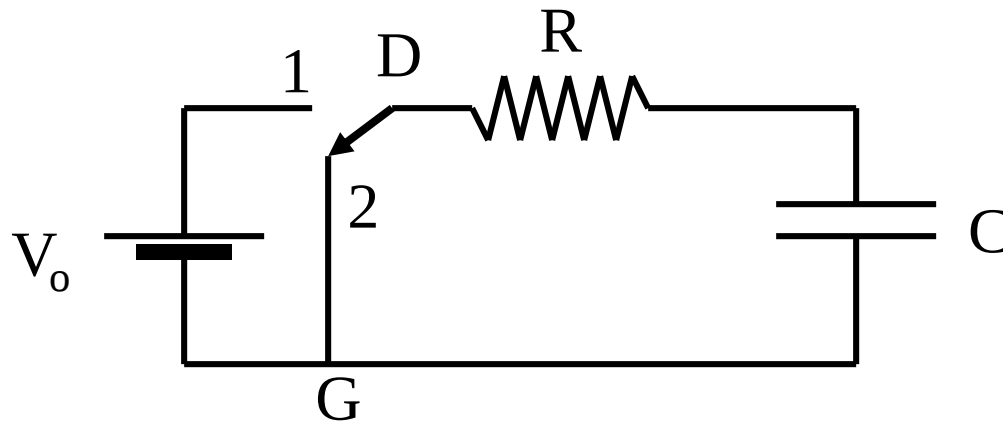
Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo quindi il circuito sotto, con il deviatore D che può connettere il punto D al generatore (nella posizione 1), oppure al conduttore G (“massa”, o riferimento delle ddp) nella posizione 2.



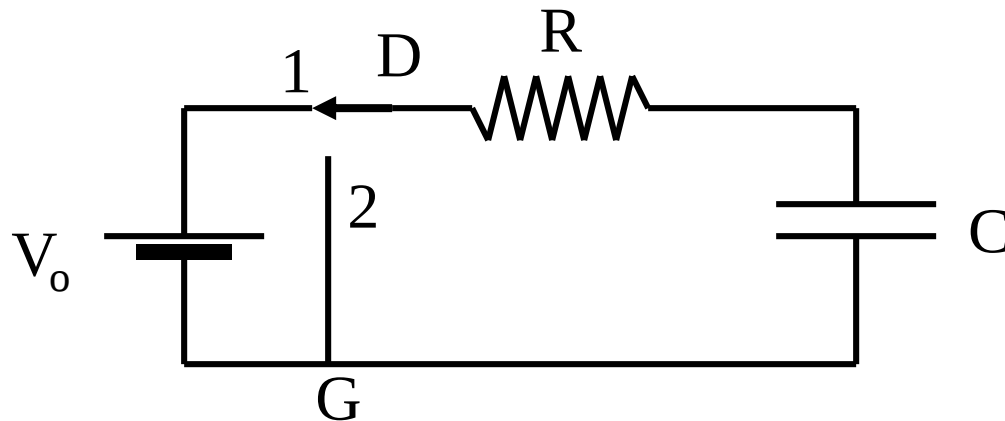
Carica e scarica di un condensatore

- Se il deviatore è stato nella posizione 2 per un tempo abbastanza lungo, il condensatore è completamente scarico.



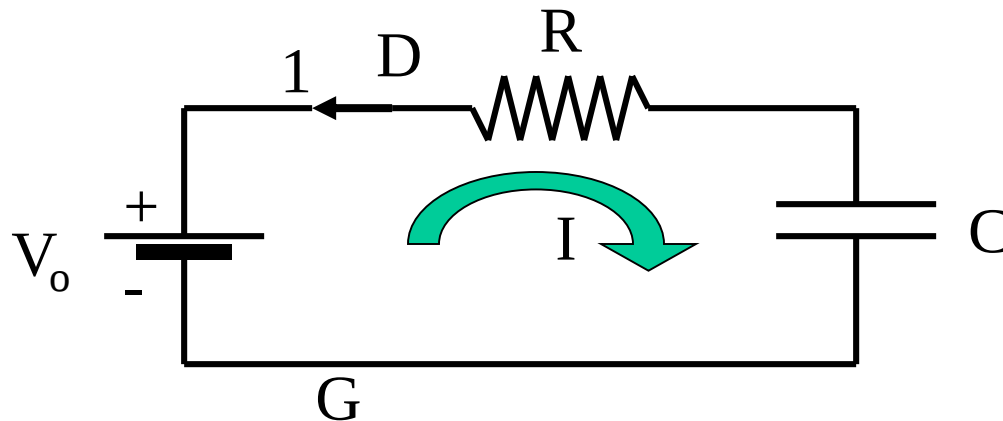
Carica e scarica di un condensatore

- Al tempo $t=0$ commutiamo il deviatore nella posizione 1, e quindi connettiamo il condensatore al generatore attraverso la resistenza.



Carica e scarica di un condensatore

- Al tempo $t=0$ commutiamo il deviatore nella posizione 1, e quindi connettiamo il condensatore al generatore attraverso la resistenza.
- Risolviamo il circuito considerando il verso orario della corrente come positivo:



Carica e scarica di un condensatore

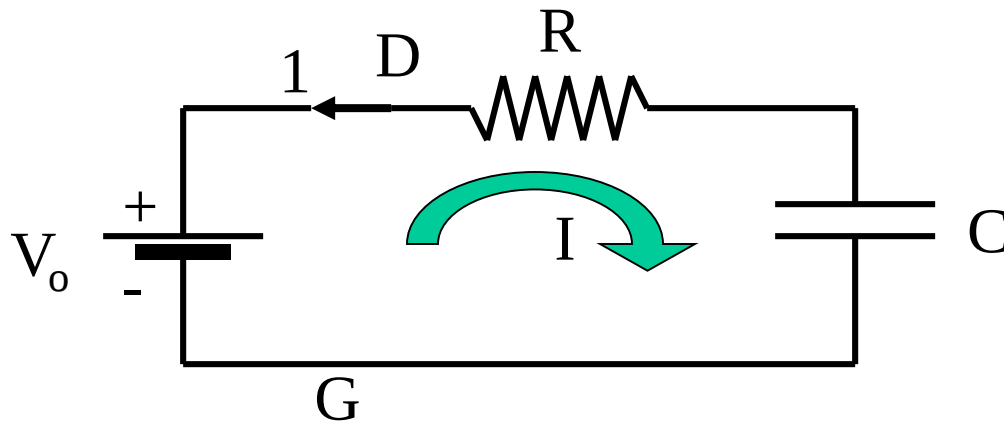
- Possiamo scrivere subito $V_o = IR + V_C$

- E quindi

$$V_o = \frac{dQ}{dt} R + \frac{Q}{C} \Rightarrow RC \frac{dQ}{dt} = CV_o - Q$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{CV_o - Q} = \frac{dt}{RC} \Rightarrow -\ln(CV_o - Q) \Big|_{t_0}^t = \frac{t}{RC} \Big|_{t_0}^t$$

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o - Q_o}\right) = \frac{t}{RC}$$



Carica e scarica di un condensatore

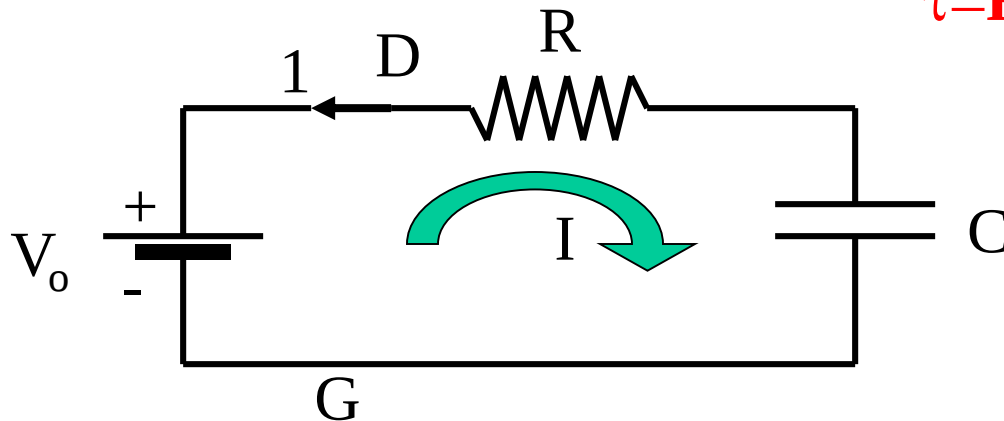
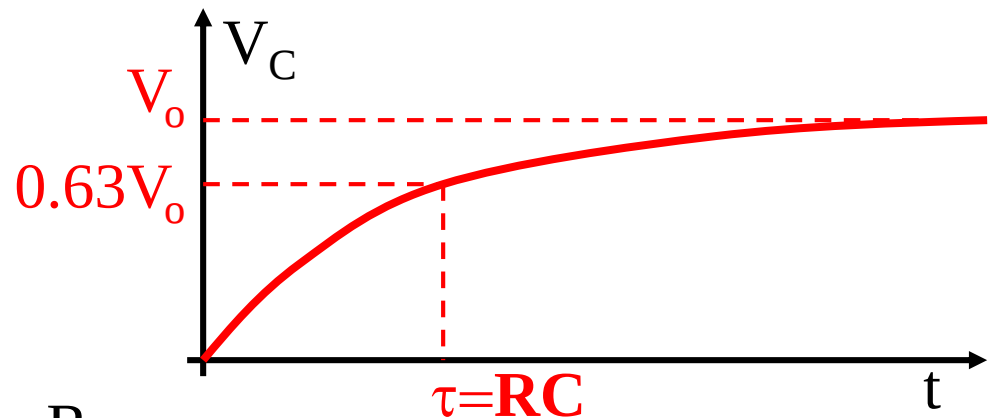
qui Q_o e' la eventuale carica iniziale. Nel nostro caso

$Q_o = Q(t = 0) = 0$ e quindi

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{CV_o - Q}{CV_o} = e^{-t/RC} \Rightarrow Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau})$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

dove $\tau = RC$ e' la
costante di tempo del processo



Carica e scarica di un condensatore

qui Q_o e' la eventuale carica iniziale. Nel nostro caso

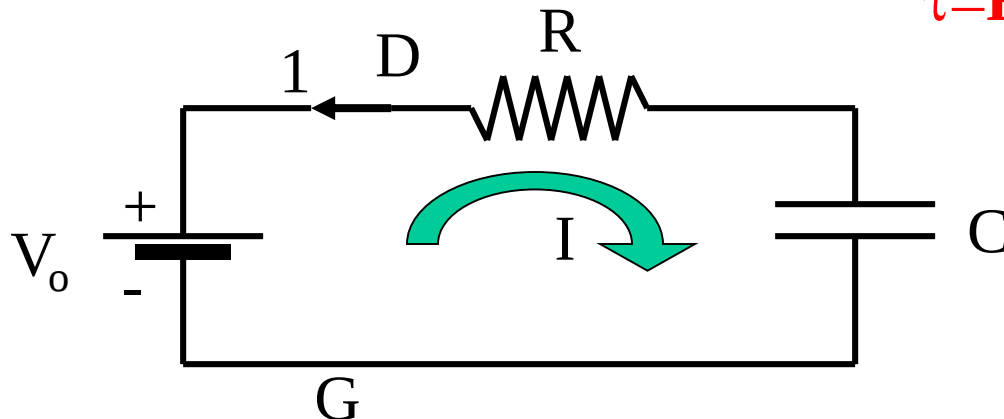
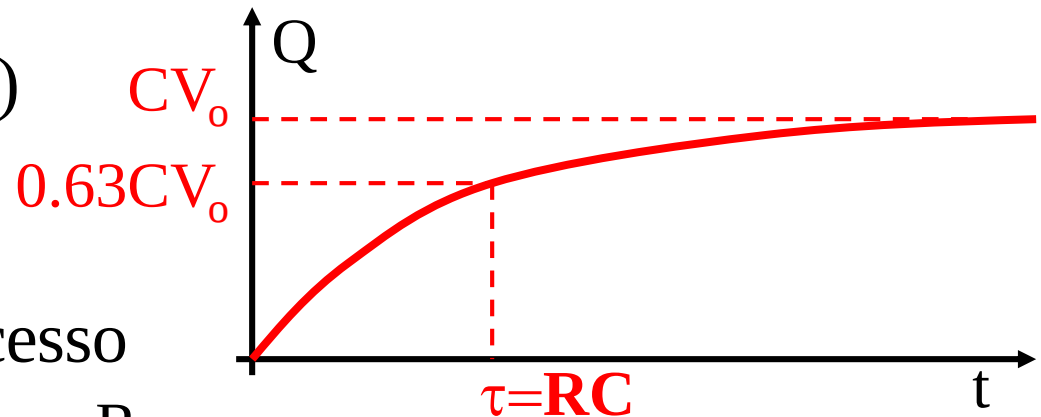
$Q_o = Q(t = 0) = 0$ e quindi

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau})$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

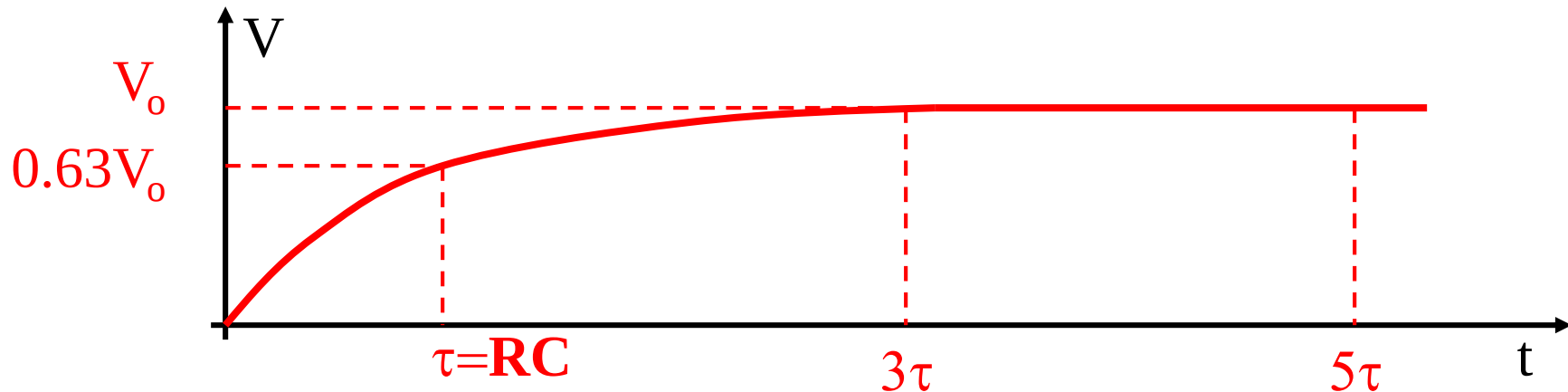
dove $\tau = RC$ e' la

costante di tempo del processo



Carica e scarica di un condensatore

- Dopo un tempo pari a circa 3 o 4 costanti di tempo τ il processo è praticamente a regime:
- $V(\tau)=[1-\exp(-1)]V_o=0.63V_o$
- $V(3\tau)=[1-\exp(-3)]V_o=0.95V_o$
- $V(4\tau)=[1-\exp(-4)]V_o=0.98V_o$
- $V(5\tau)=[1-\exp(-5)]V_o=0.993V_o$



- Ordine di grandezza: $R=1M\Omega$, $C=1\mu F \rightarrow \tau=1s$
- Per altri valori, si scala linearmente !

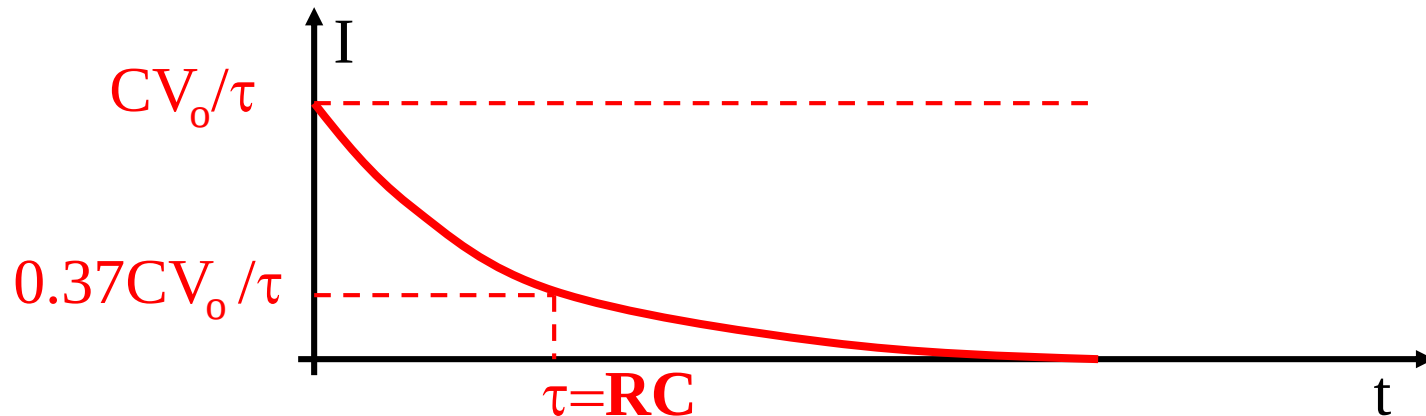
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

$$Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_o}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_o e^{-t/\tau}$



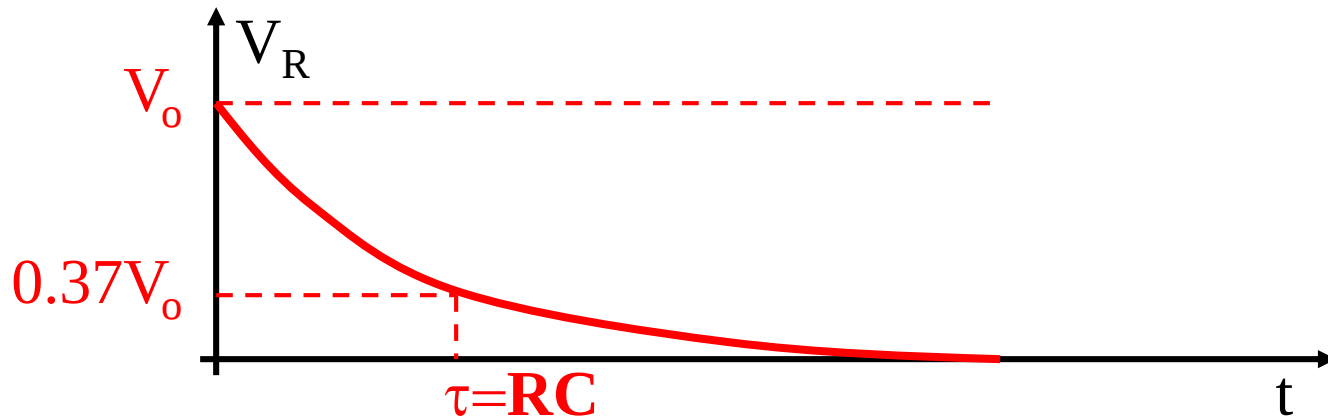
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

$$Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_o}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_o e^{-t/\tau}$



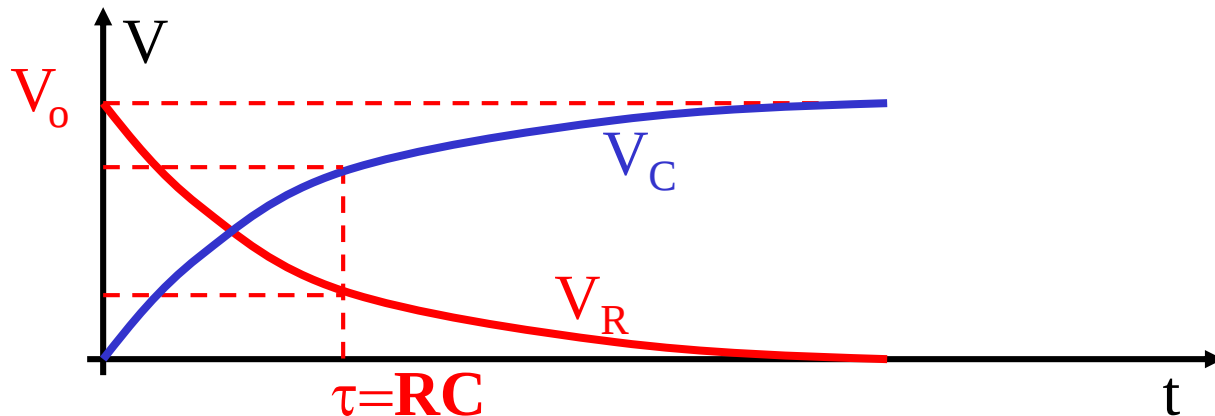
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

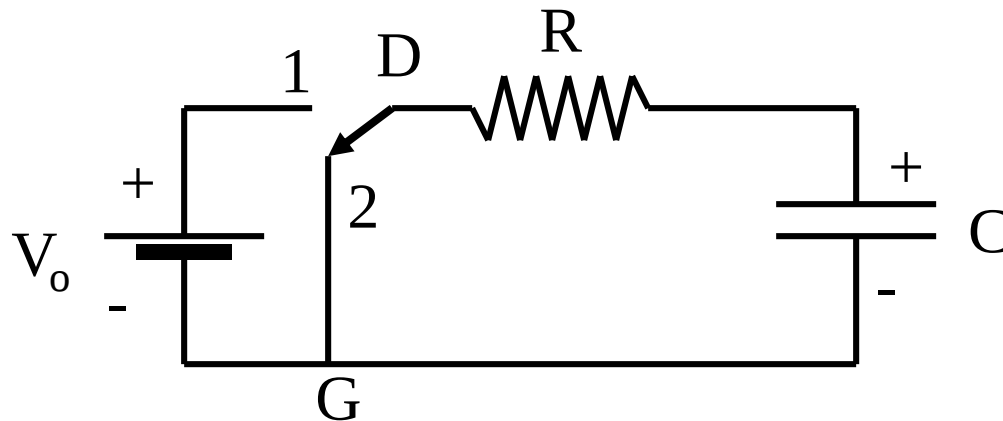
$$Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_o}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_o e^{-t/\tau}$



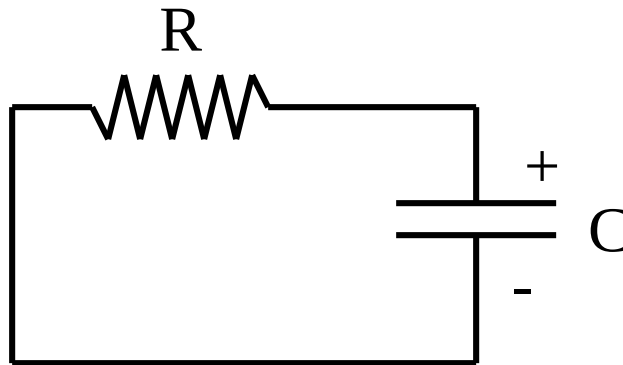
Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo adesso il processo di scarica.
- Dopo averlo caricato ad una carica Q ed una ddp V_o , connettiamo il condensatore alla resistenza R commutando il deviatore nella posizione 2.



Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo adesso il processo di scarica.
- Dopo averlo caricato ad una carica Q ed una ddp V_0 , connettiamo il condensatore alla resistenza R commutando il deviatore nella posizione 2.
- Il condensatore si scaricherà facendo fluire corrente in R in modo da annullare le cariche sulle sue armature.



Carica e scarica di un condensatore

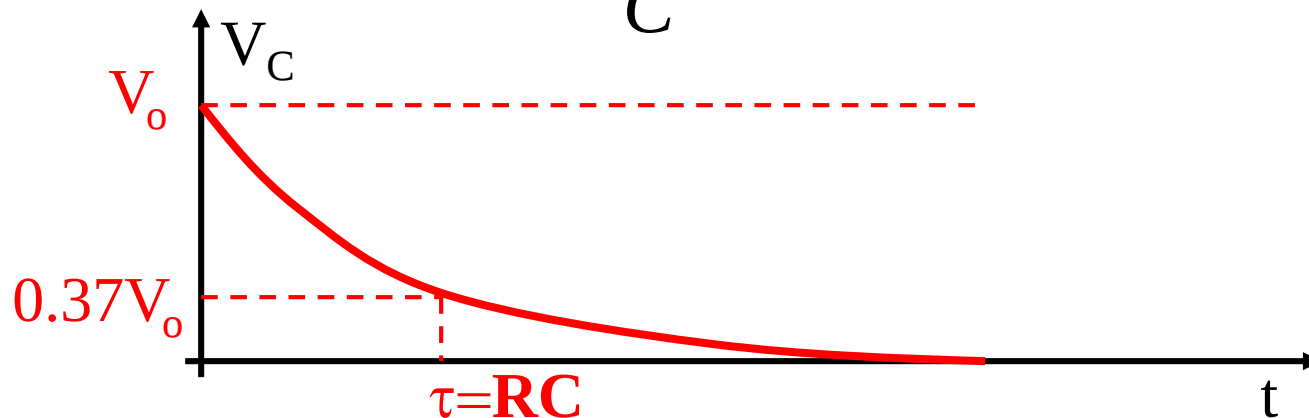
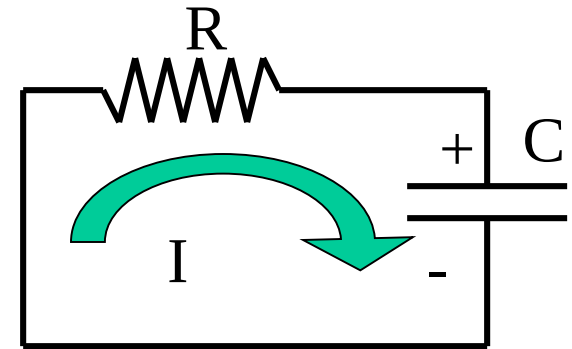
con la solita convenzione per il verso della corrente otteniamo :

$$-IR - V_C = 0$$

$$-\frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

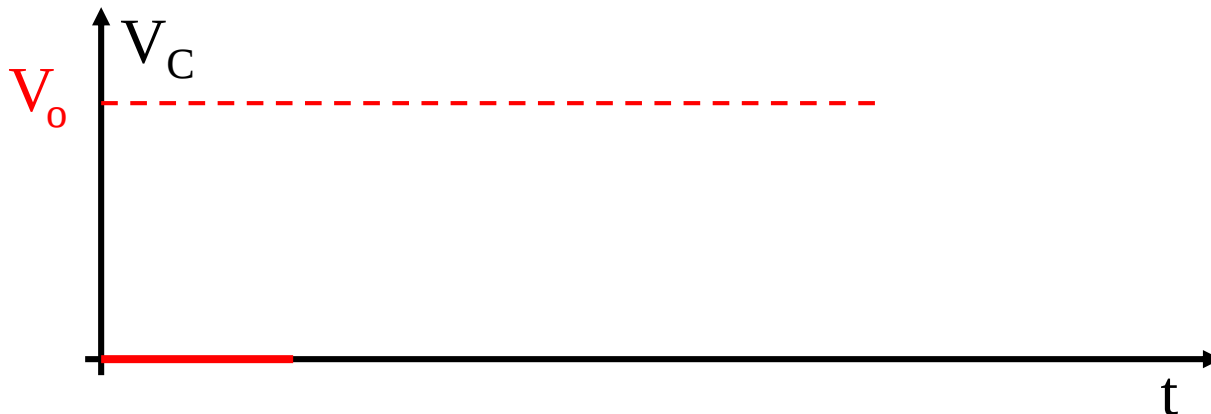
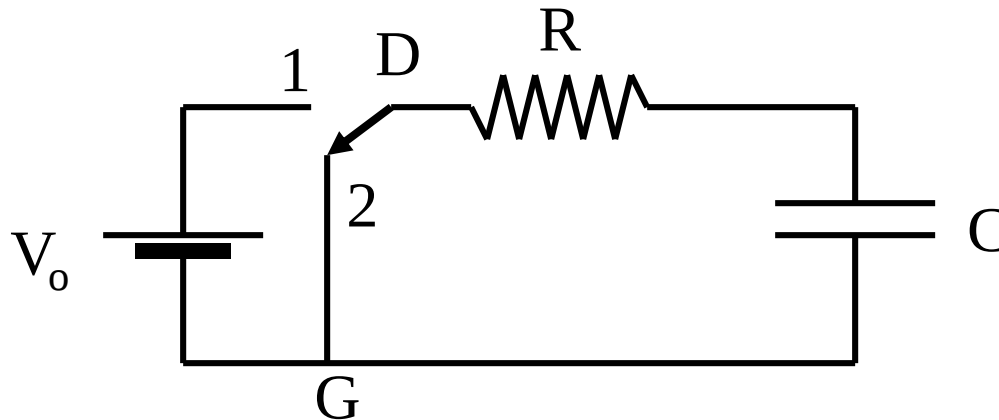
e quindi $Q(t) = CV_o e^{-t/\tau}$

ed anche $V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o e^{-t/\tau}$



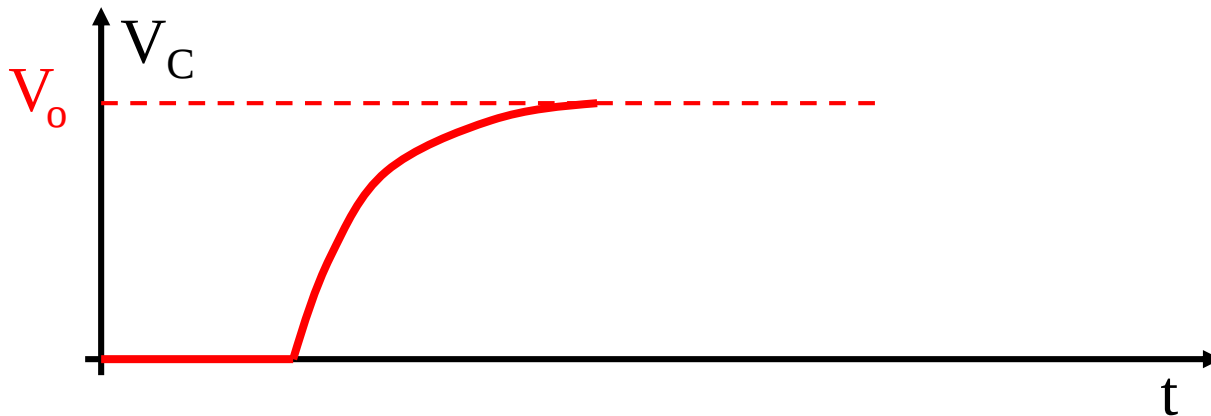
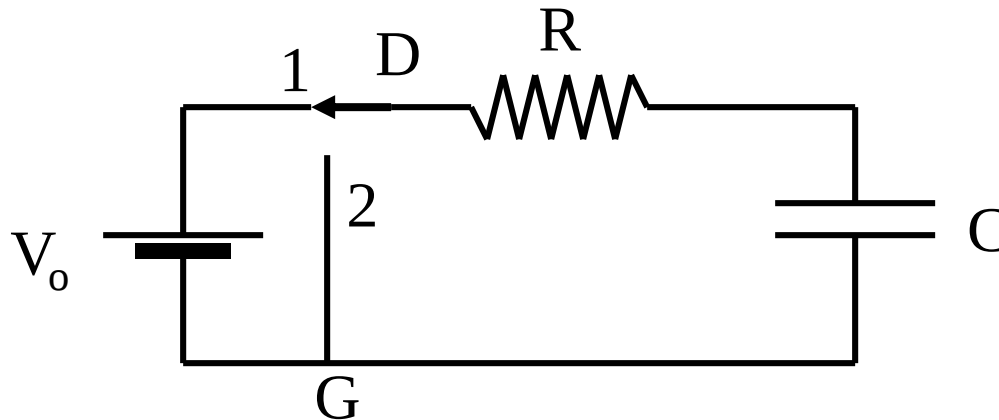
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



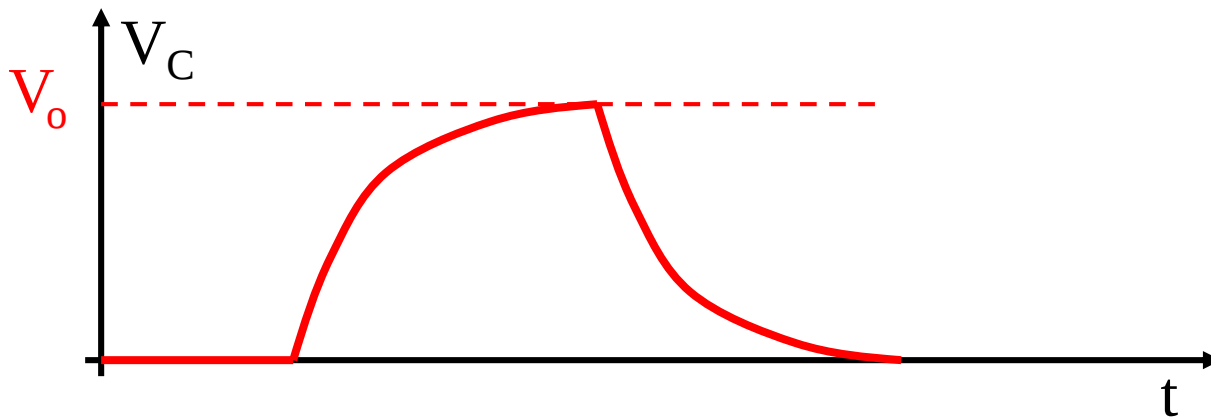
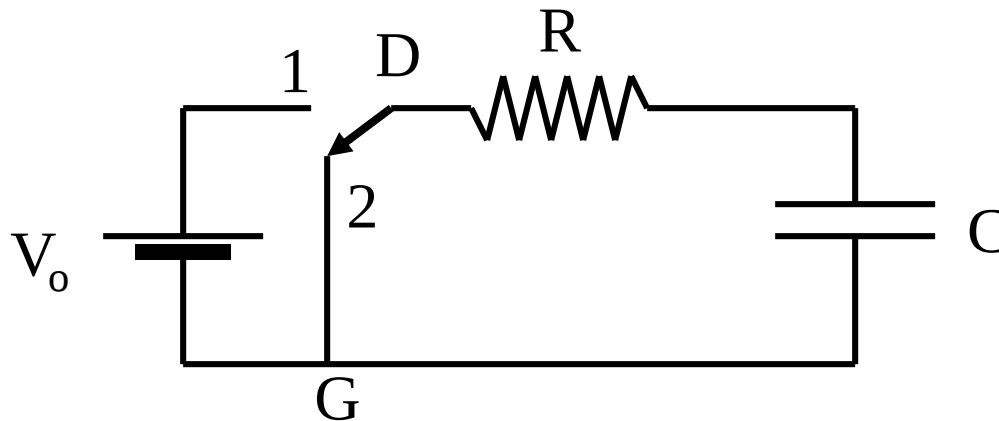
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



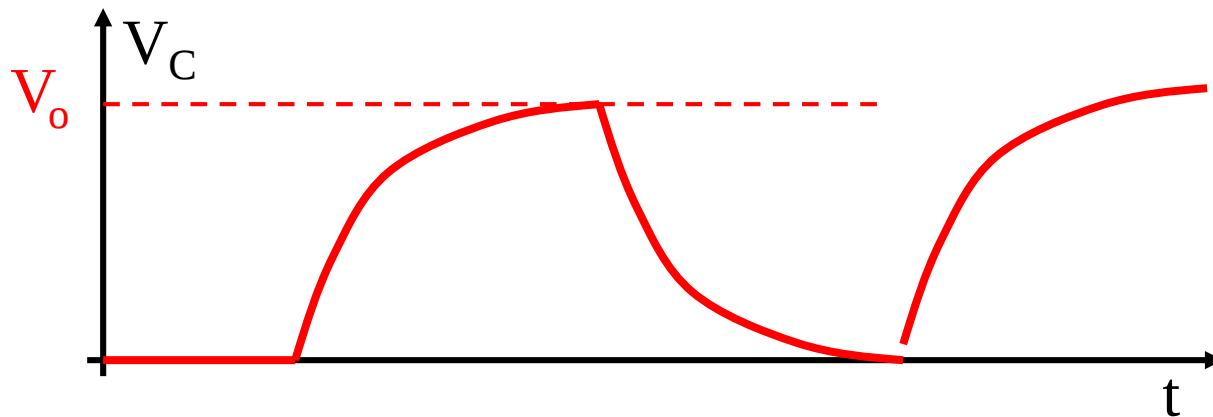
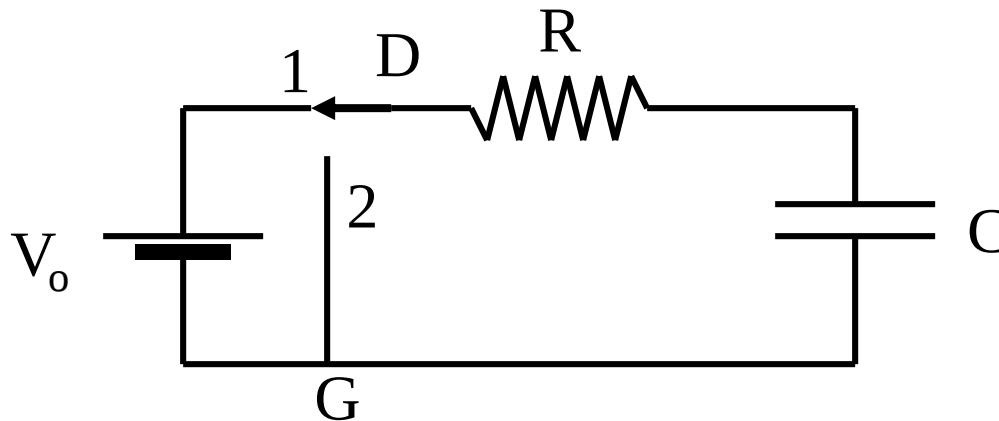
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



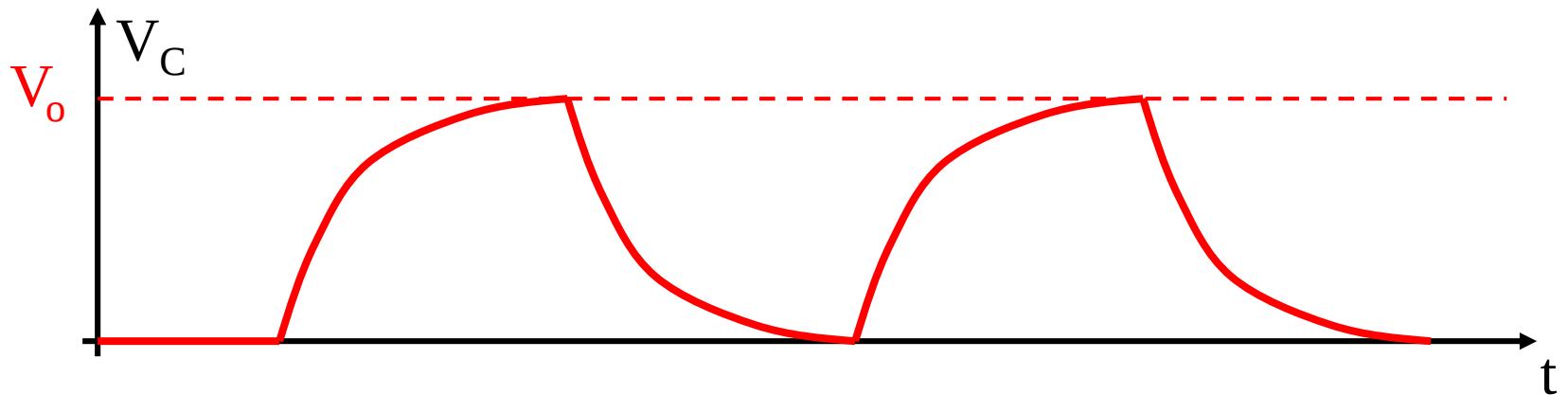
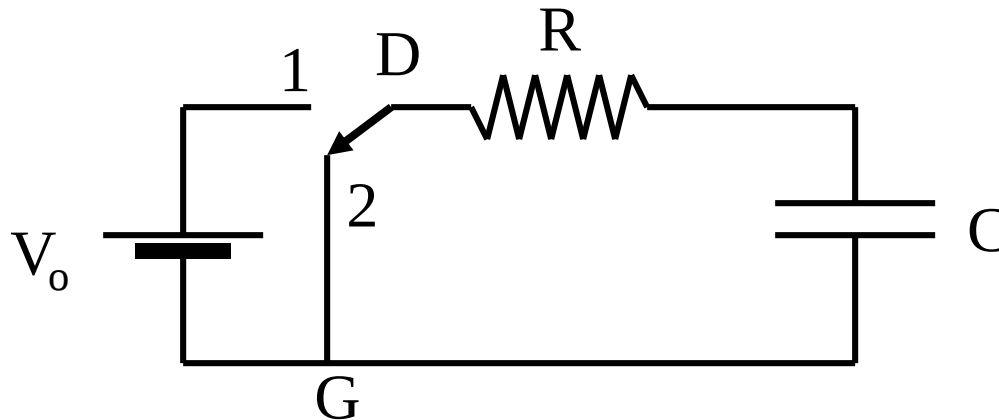
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



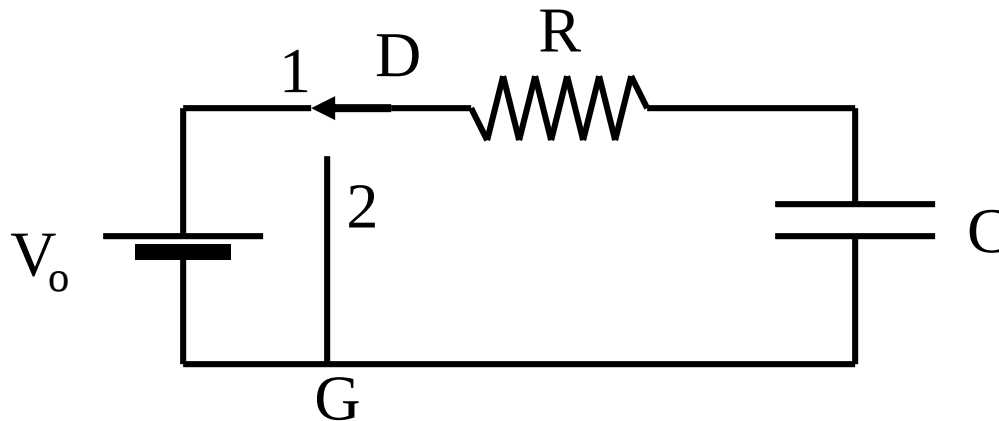
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:

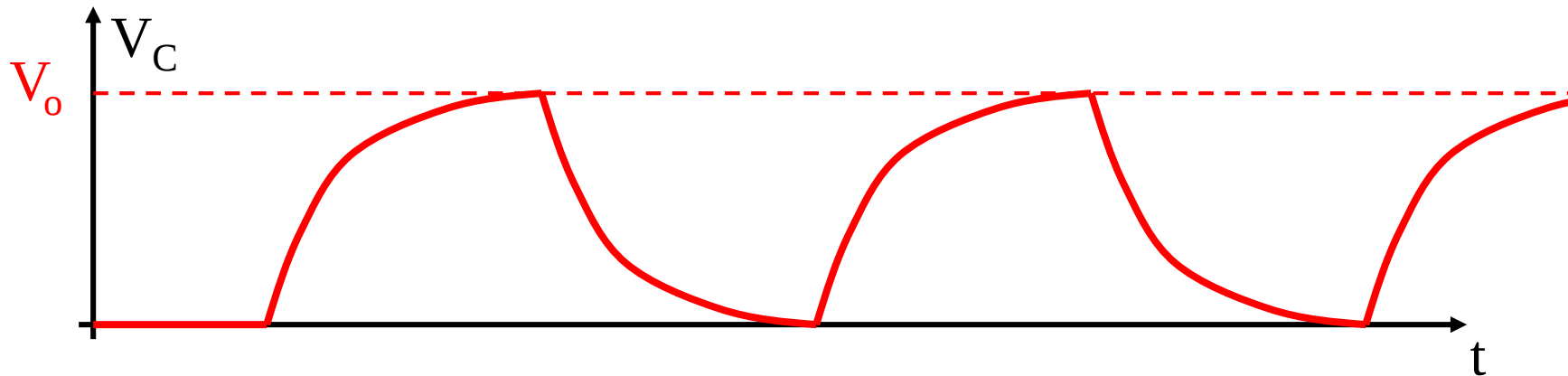


Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:

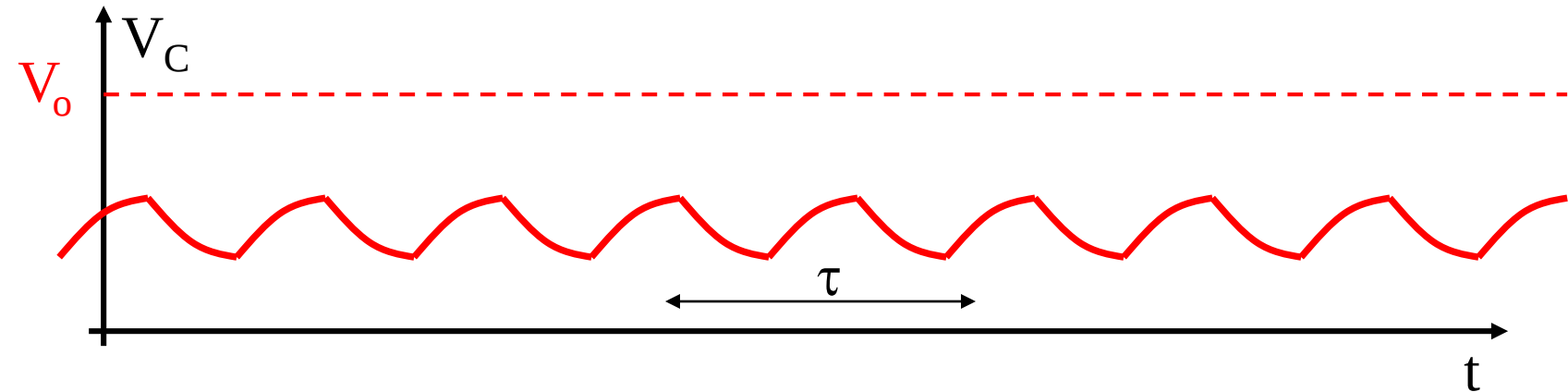


- Al passare del tempo otteniamo una tensione periodica ai capi del condensatore.



Carica e scarica di un condensatore

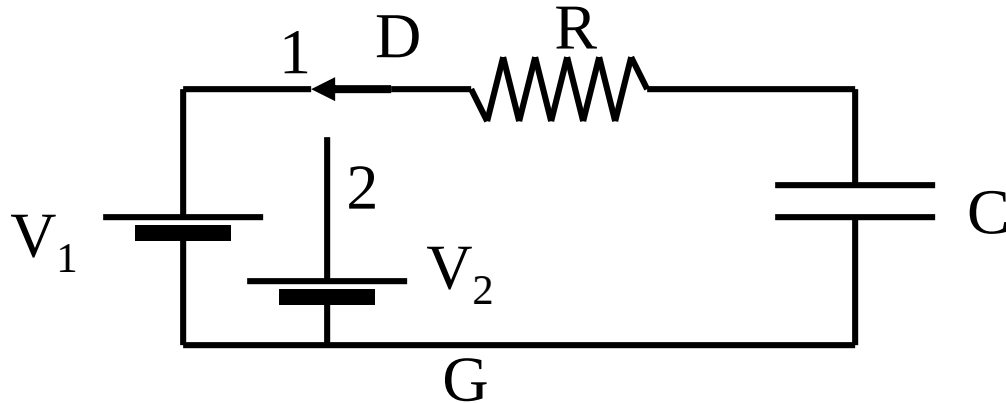
- Se non aspettiamo molte costanti di tempo, il condensatore non farà a tempo a caricarsi e scaricarsi completamente.
- Otterremo una forma d' onda di questo genere:



- Vediamo quantitativamente cosa succede.

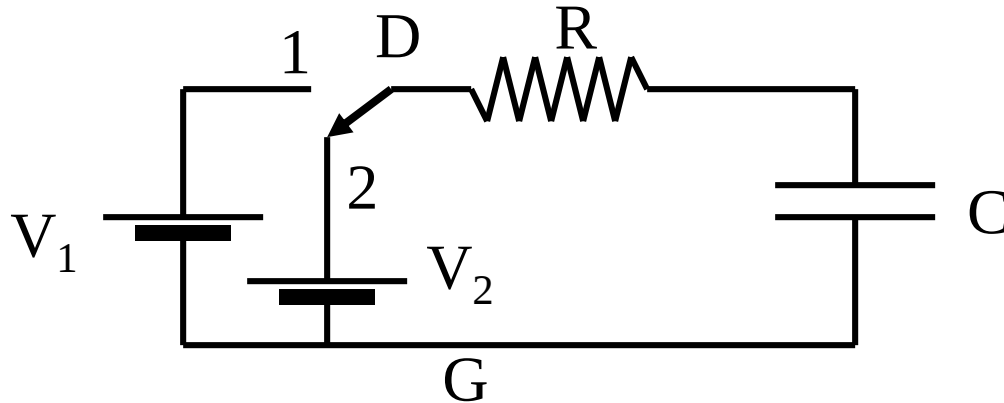
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .



Carica e scarica di un condensatore

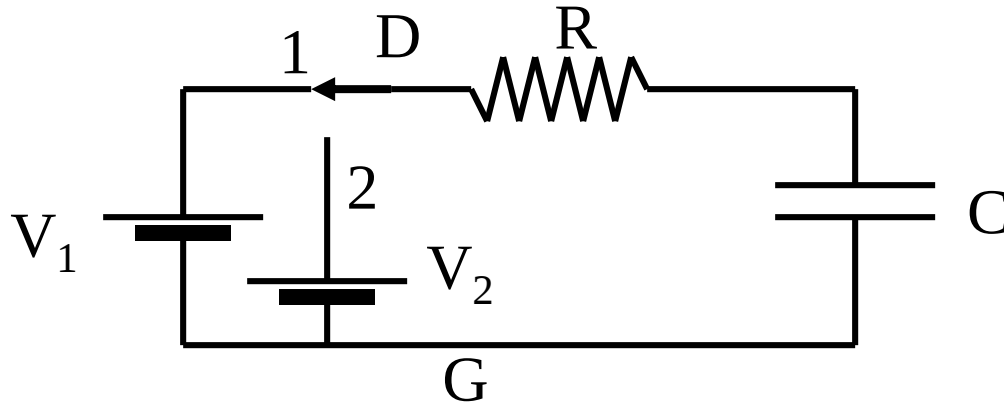
- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .



Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .
- Possiamo modificare la formula che avevamo trovato per la carica del condensatore:

$$-\ln\left(\frac{CV_{gen} - Q(t)}{CV_{gen} - Q_{ini}}\right) = \frac{t}{RC} \quad \Rightarrow \quad -\ln\left(\frac{CV_{new} - Q(t)}{CV_{new} - CV_{old}}\right) = \frac{t}{RC}$$

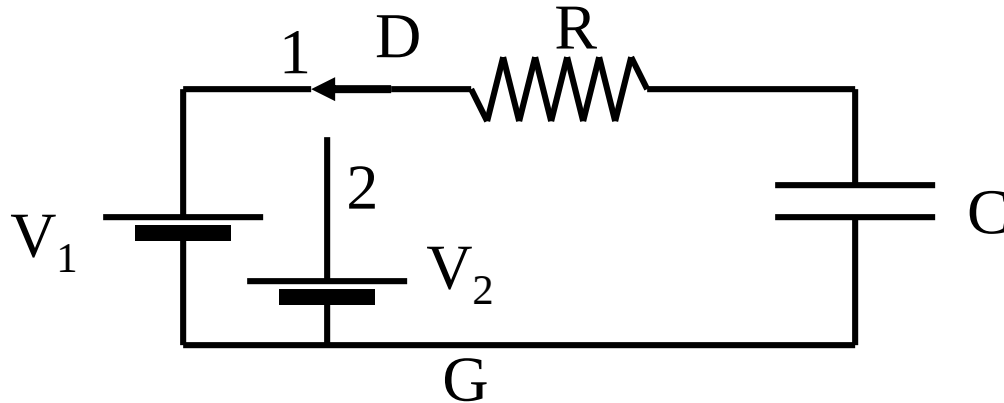


- Ottenendo $V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau}$
- Qui new e old sono i valori di V_c rispettivamente prima e dopo la commutazione, cioè alternativamente V_1 e V_2 .

Carica e scarica di un condensatore

- In pratica, se il deviatore viene mosso su 2, abbiamo $V_{old}=V_1$ e $V_{new}=V_2$; quando invece il deviatore viene mosso su 1, abbiamo $V_{old}=V_2$ e $V_{new}=V_1$.
- In ogni caso:

$$V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau}$$



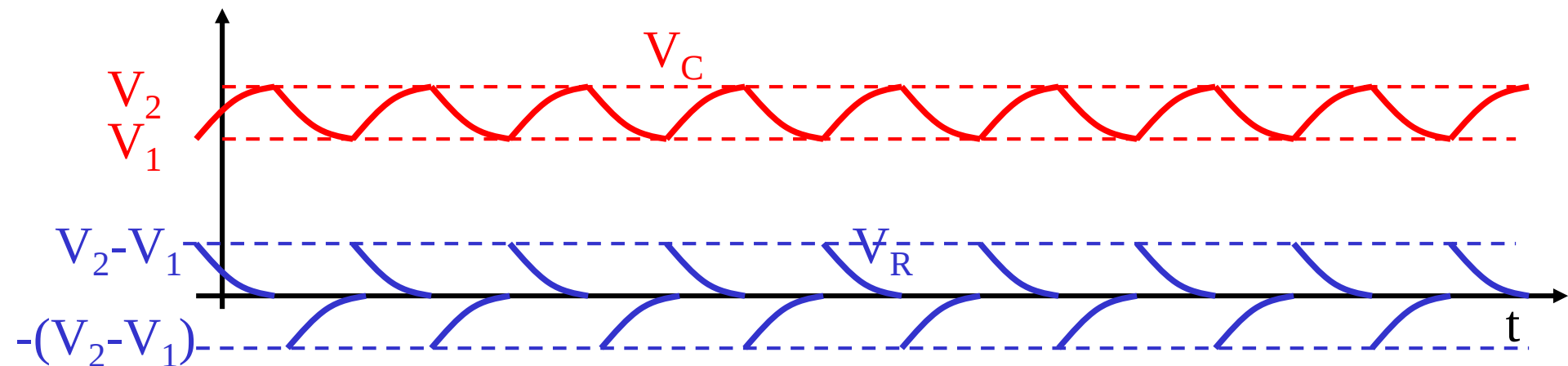
Carica e scarica di un condensatore

$$V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau} \Rightarrow V_{old} < V_C(t) < V_{new}$$

- Ad esempio se $V_{new}=V_o$ e $V_{old}=0$ si ottiene il caso della carica del condensatore; se $V_{new}=0$ e $V_{old}=V_o$ si ottiene la scarica.
- In generale avremo anche:

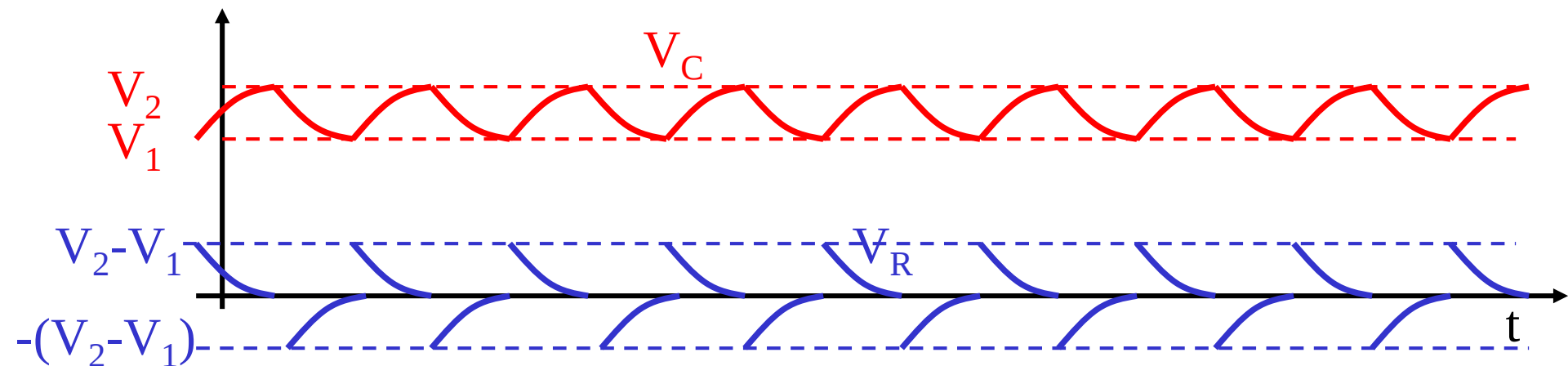
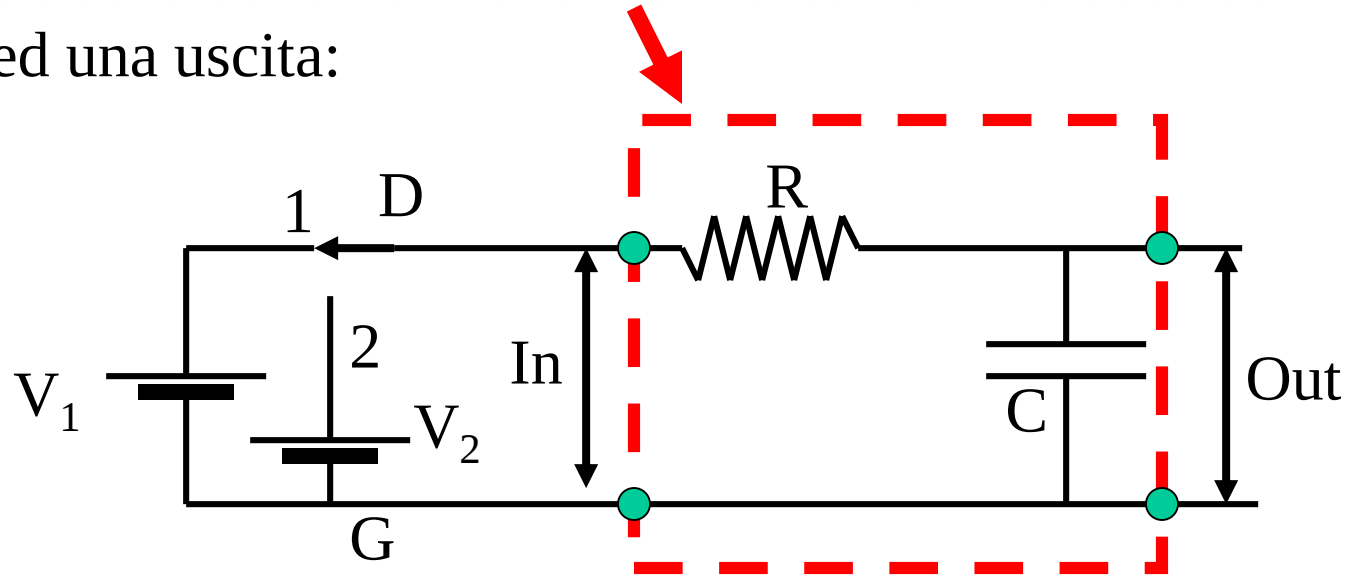
$$V_R(t) = RI = R \frac{dQ}{dt} = RC \frac{dV_C}{dt} = (V_{new} - V_{old}) e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow 0 < |V_R(t)| < |V_{new} - V_{old}|$$



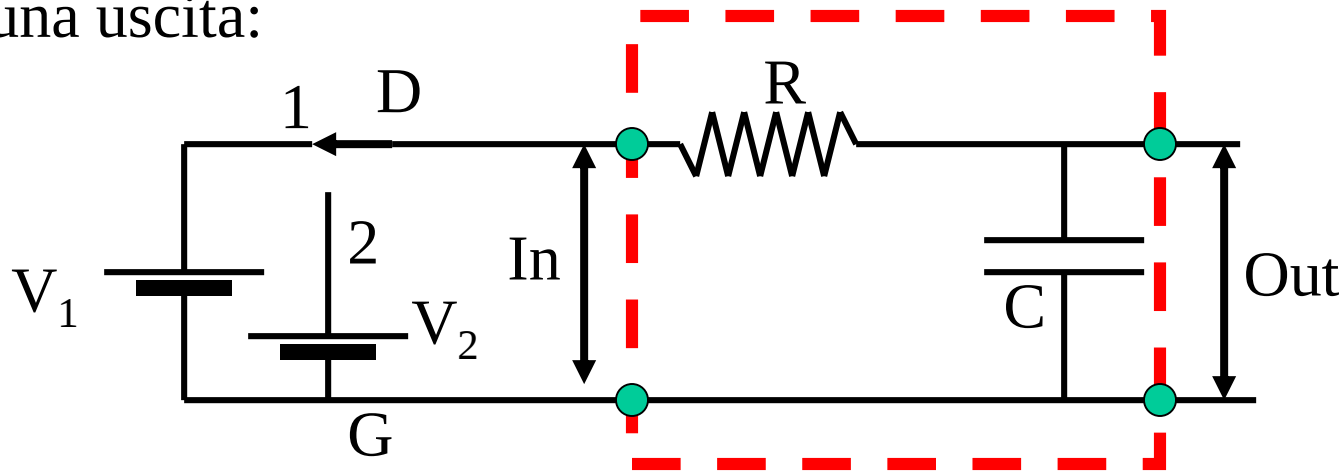
Carica e scarica di un condensatore

- Se consideriamo il **circuito RC** come un blocco con un ingresso ed una uscita:

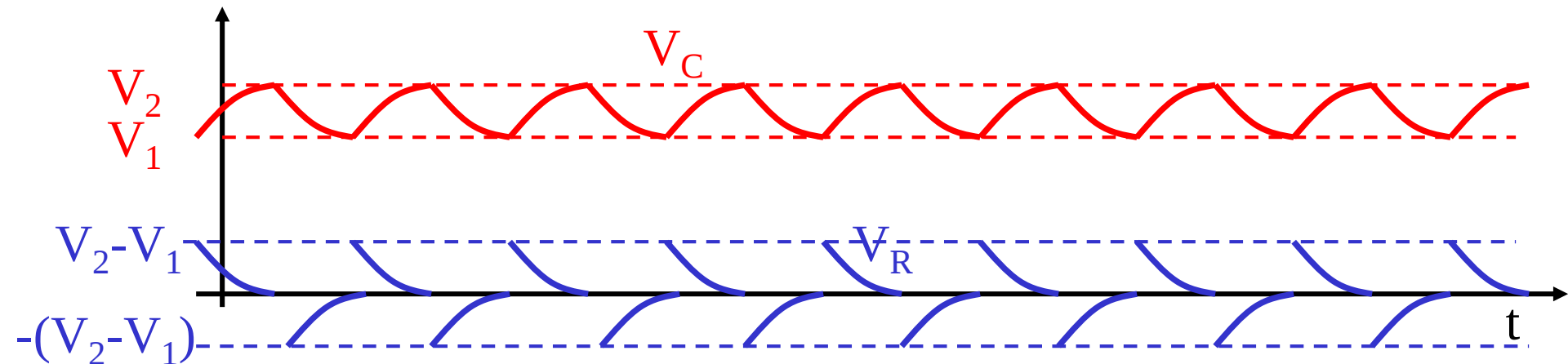


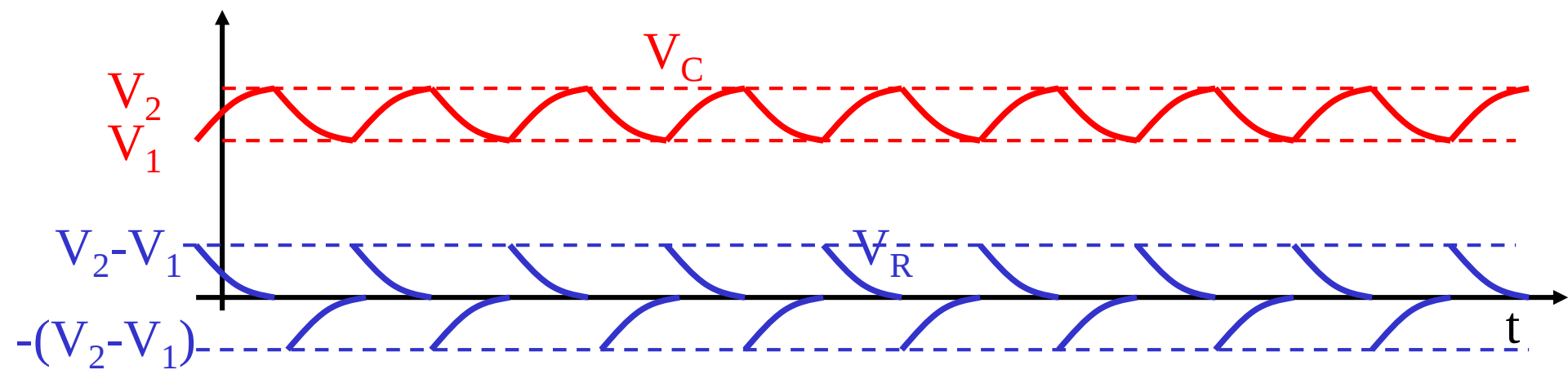
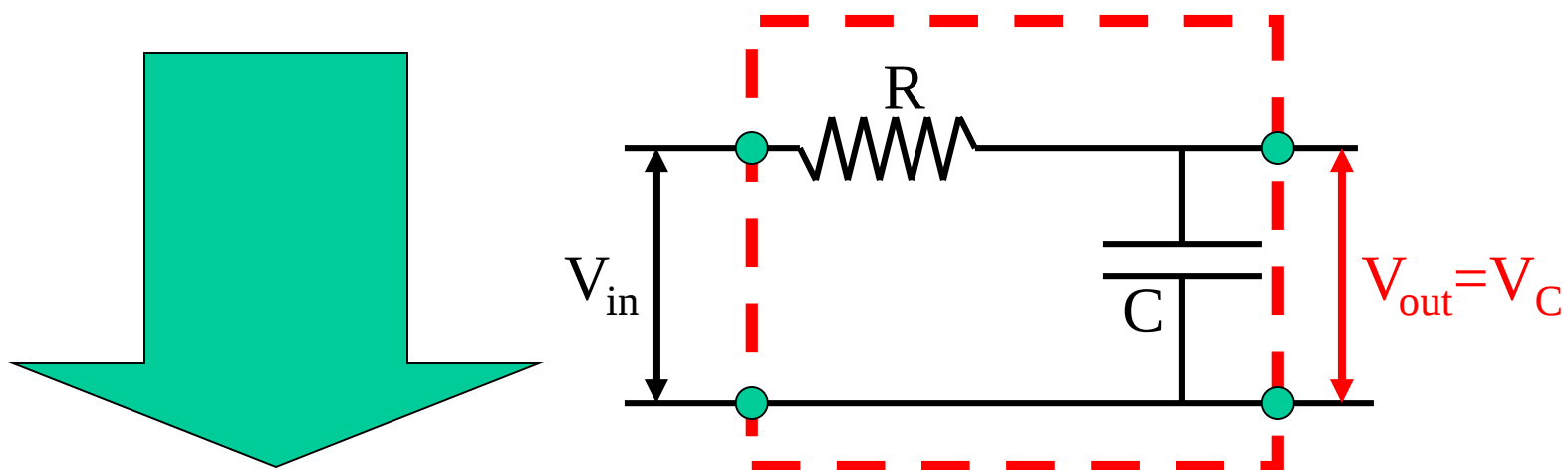
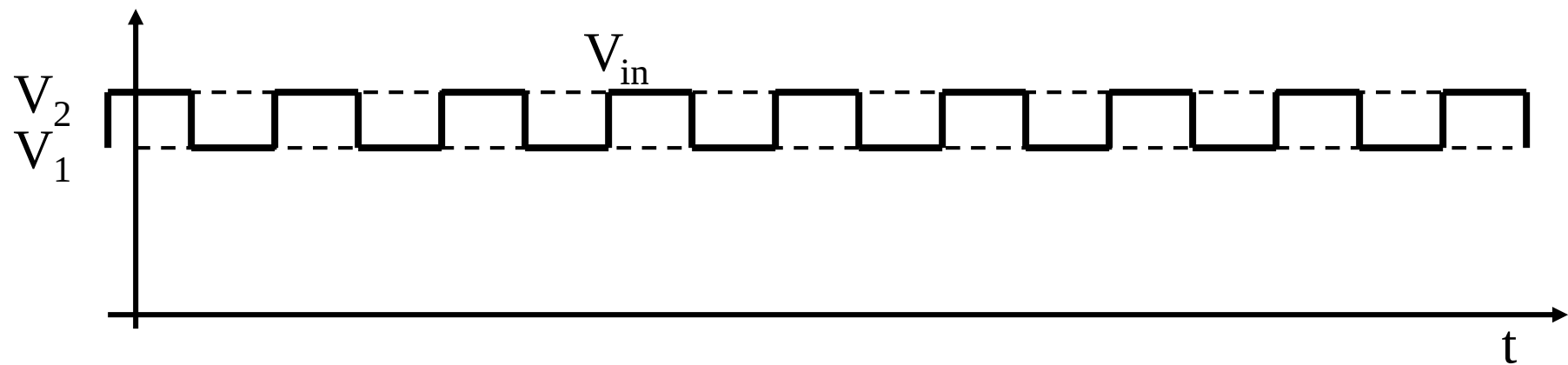
Carica e scarica di un condensatore

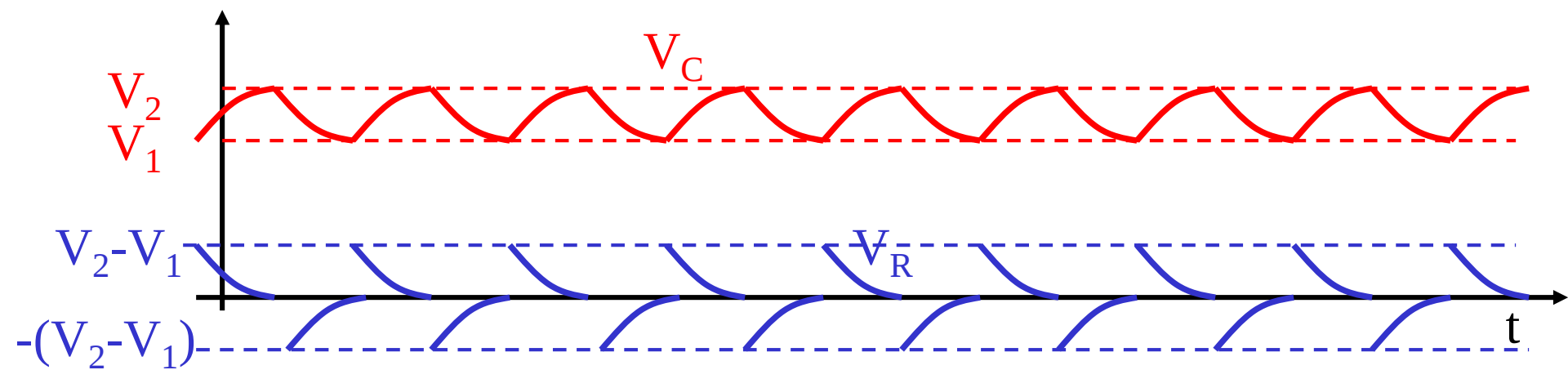
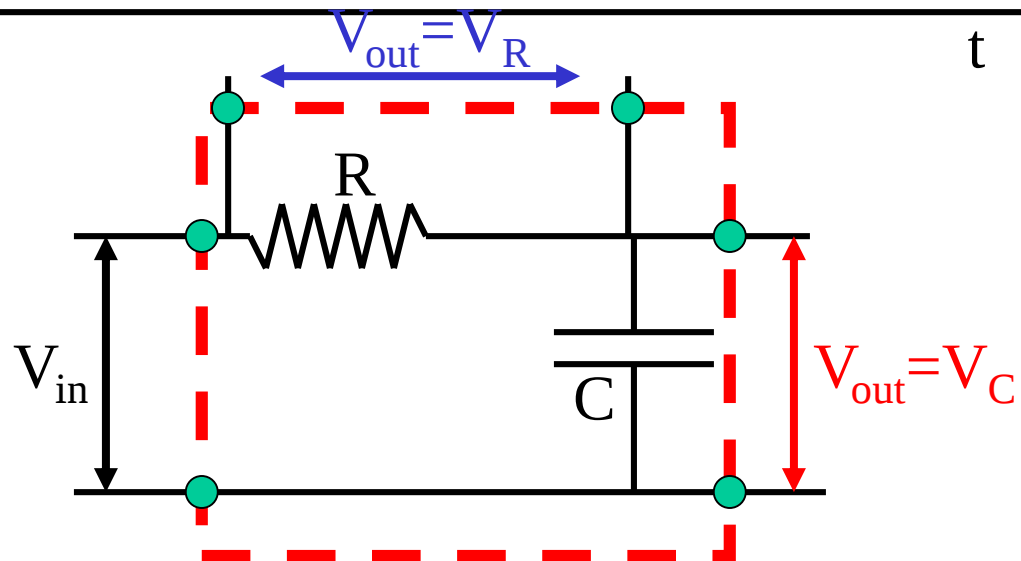
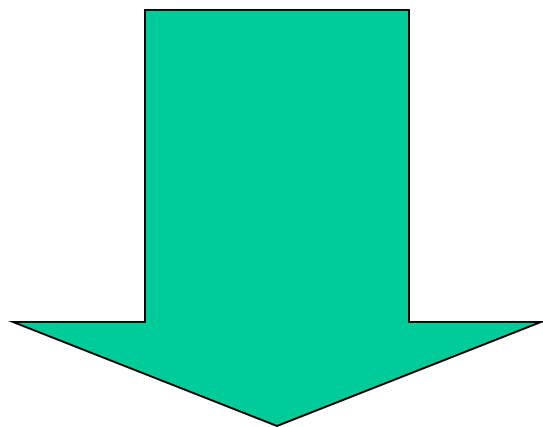
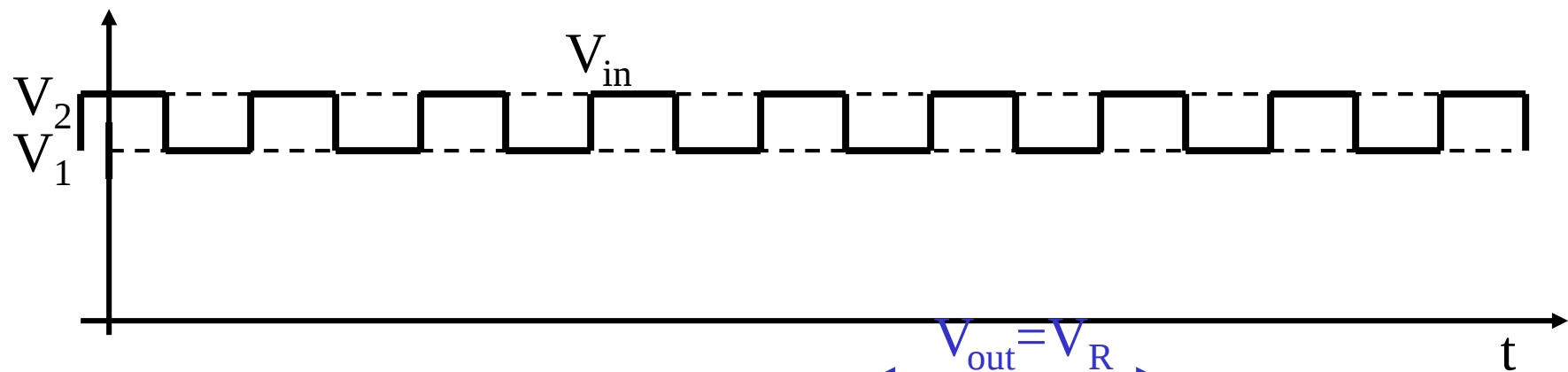
- Se consideriamo il **circuito RC** come un blocco con un ingresso ed una uscita:



- Abbiamo applicato una V_{in} quadra tra V_1 e V_2 , e ottenuto in uscita una V_{out} fatta da rami di esponenziali crescenti e decrescenti

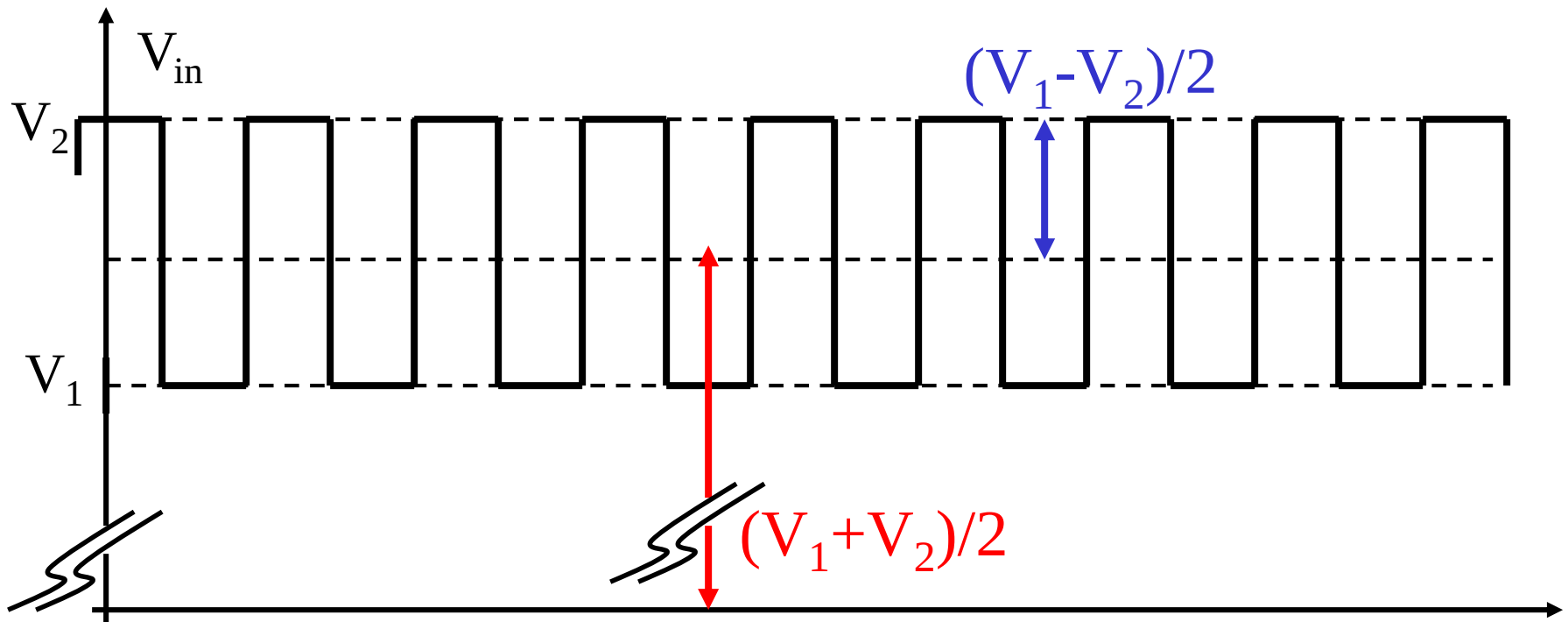






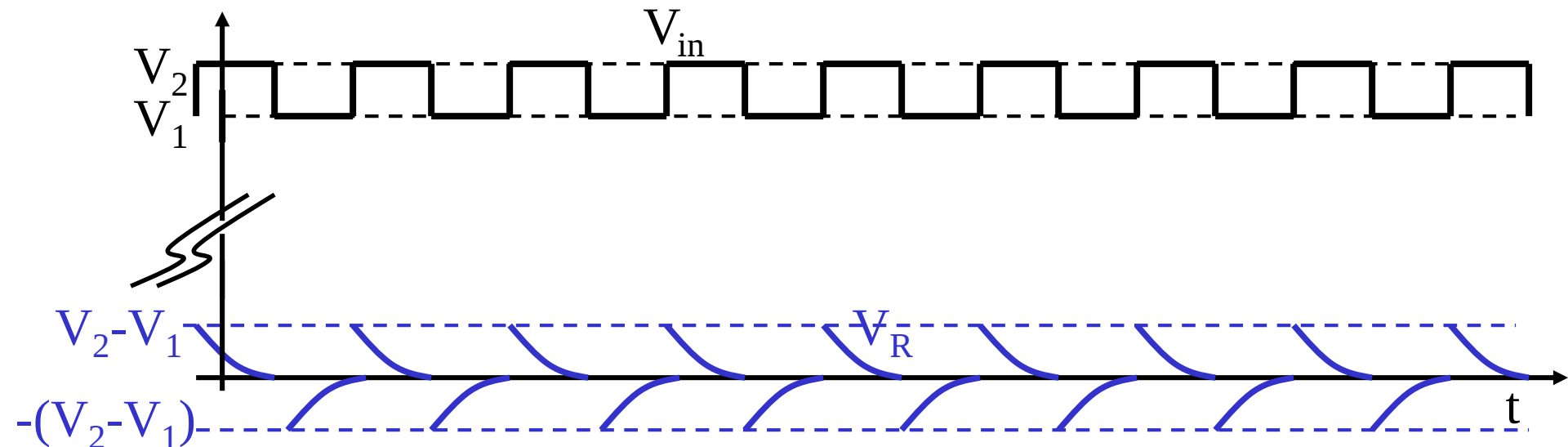
CR come “filtro per la continua”

- è interessante considerare la tensione quadra V_{in} come la somma di una tensione costante di valore $(V_1+V_2)/2$ e di una componente a media nulla di valore $\pm(V_1-V_2)/2$:
- $V_{in} = (V_1+V_2)/2 \pm (V_1-V_2)/2$



CR come “filtro per la continua”

- $V_{in} = (V_1 + V_2)/2 \pm (V_1 - V_2)/2$
- Dai nostri risultati è evidente che il valore del segnale in uscita **ai capi della resistenza** dipende solo dalla componente $\pm(V_1 - V_2)/2$, ed è assolutamente indipendente dal valore continuo $(V_1 + V_2)/2$.
- Cioè V_1 e V_2 possono essere anche molto grandi, ma ai capi della resistenza si misura un segnale che dipende solo dalla loro differenza.
- Far passare il segnale attraverso il condensatore permette quindi di **disaccoppiare la componente alternata da quella continua**.



Esperienza del 21 Marzo 2018

- Divisa in tre parti:
- Misure in corrente continua su una catena di resistori in serie – Scopo:
 - Imparare ad usare lo strumento universale ed il multimetro digitale
 - Verifica delle leggi di Ohm e di Thevenin
 - Verifica delle perturbazioni introdotte dagli strumenti
- Trasferimento di potenza (opzionale)– Scopo:
 - Imparare ad usare lo strumento universale ed il multimetro digitale
 - Verifica dell' effetto della resistenza interna del generatore (che viene aumentata artificialmente).
- Misura della carica e scarica di un condensatore
 - Vedere processi dinamici (lenti) e verificare le perturbazioni introdotte dagli strumenti

Esperienza del 21 Marzo 2018

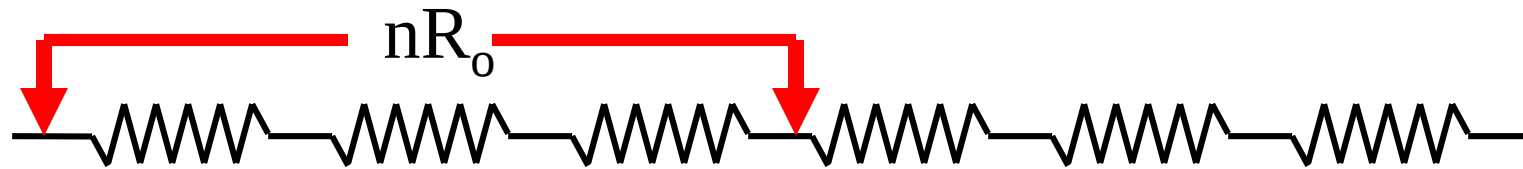
Avrete a disposizione:

- “Strumento universale” (multimetro analogico)
- Multimetro elettronico digitale
- Alimentatore (generatore reale di tensione)
- Batteria (generatore reale di tensione)
- Catena di resistori (10 x 100 k Ω)
- Resistori vari

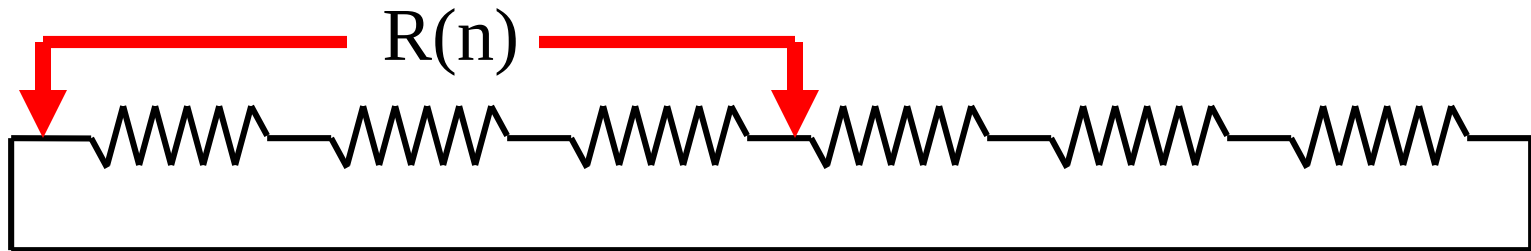
Misure sulla catena di resistori:

Misura preliminare.

- Verificare coi multimetri i valori delle resistenze
- Verificare i valori della serie di n resistori, per n che va da 1 a 10, con la catena aperta



- Verificare i valori della serie di n resistori, per n che va da 1 a 9, con la catena chiusa su se stessa.

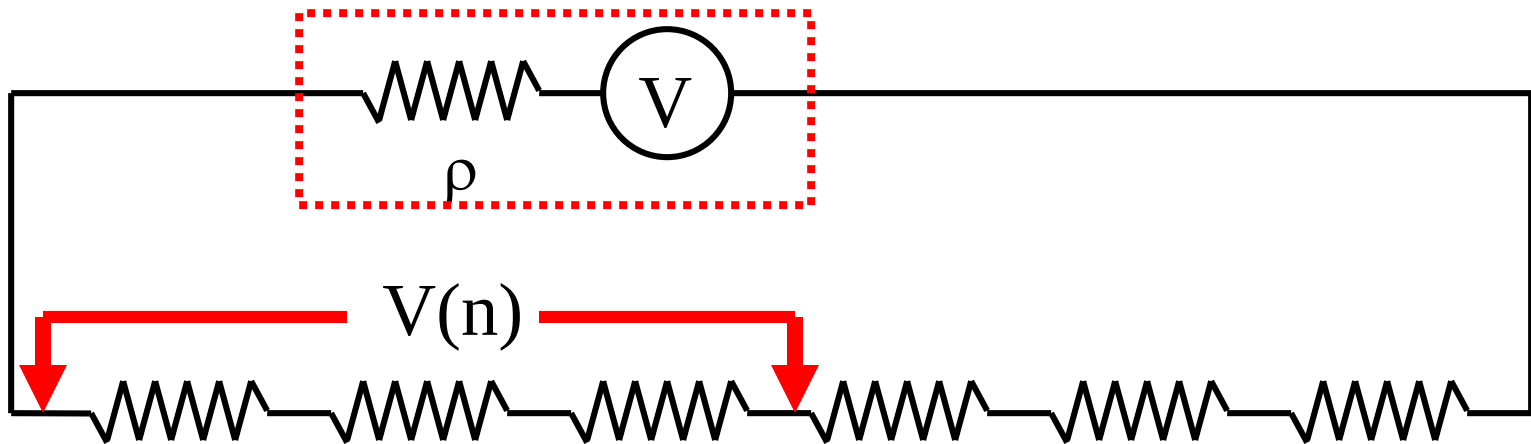


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si connette la catena al generatore.

- Si misurano le ddp $V(n)$ con
 - Strumento universale FS 2V
 - Strumento universale FS 10 V
 - Multimetro elettronico digitale

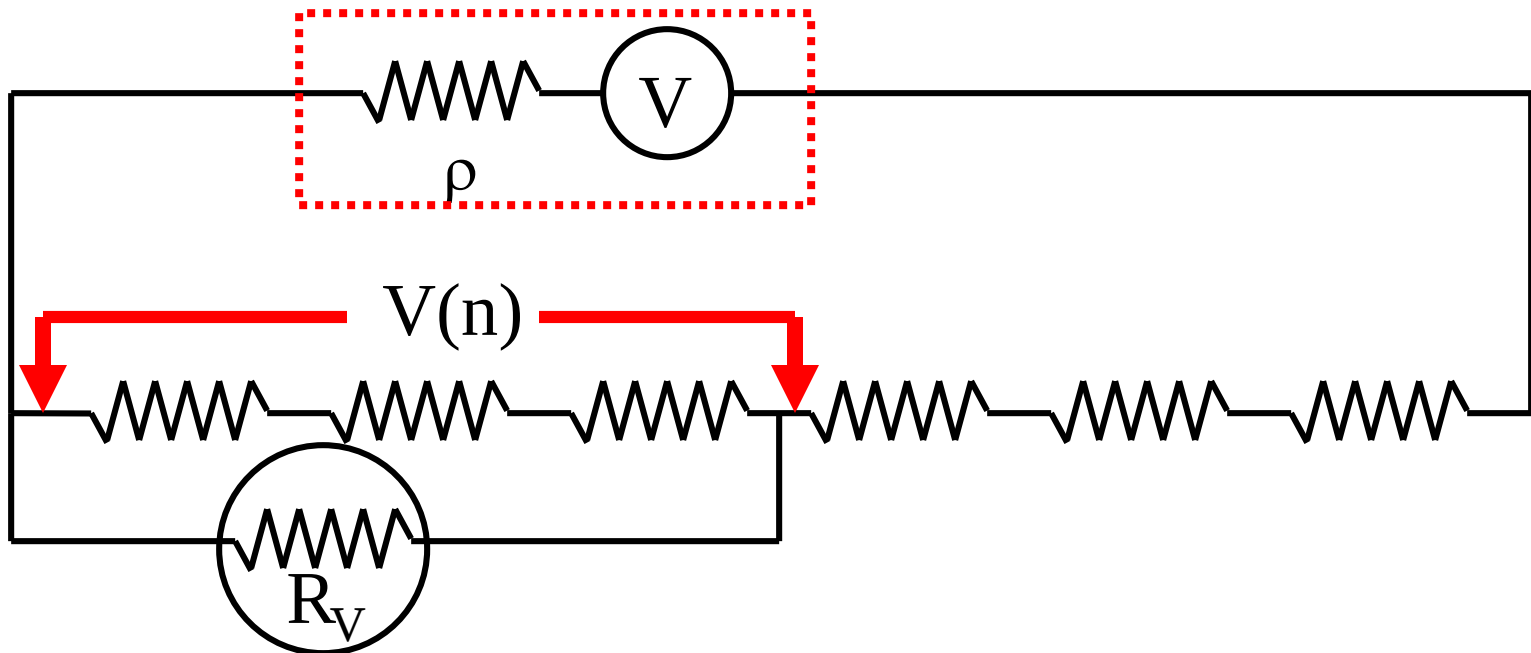


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si connette la catena al generatore.

- Si misurano le ddp $V(n)$ con
 - Strumento universale FS 2V
 - Strumento universale FS 10 V
 - Multimetro elettronico digitale

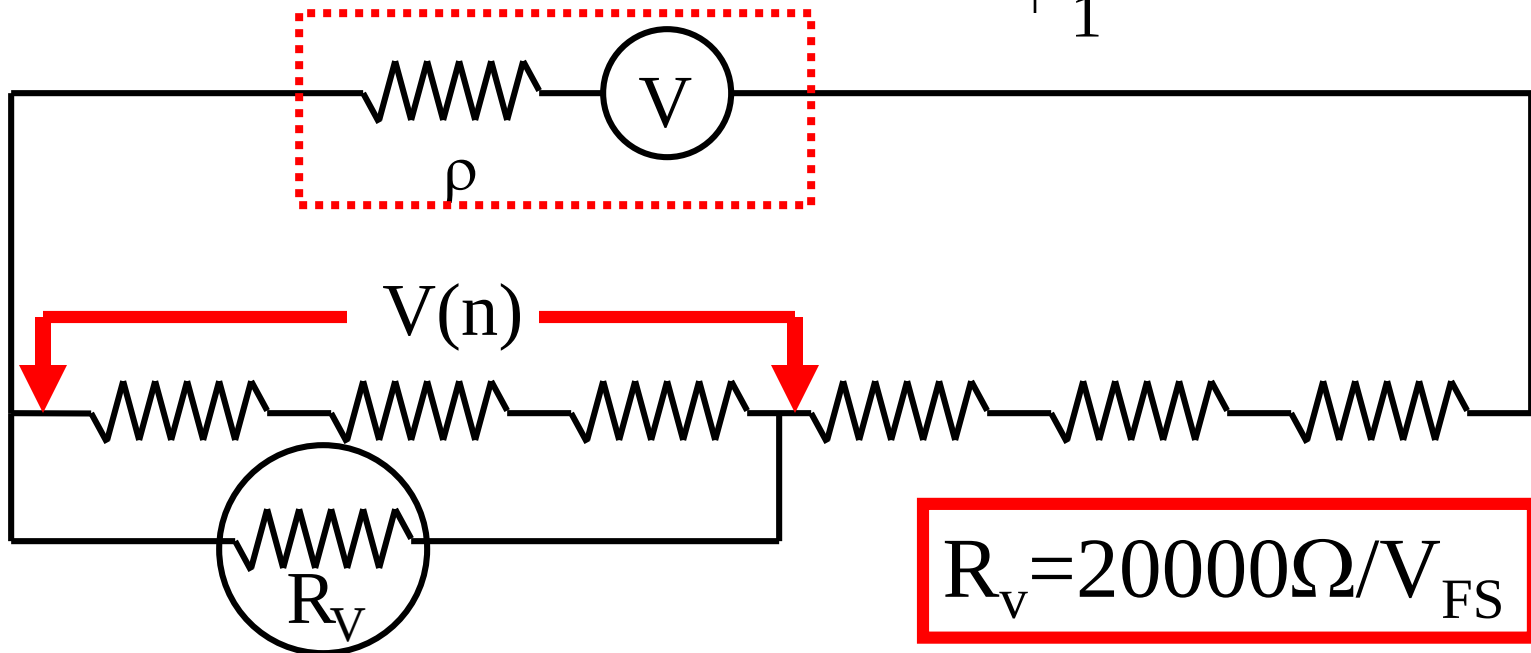
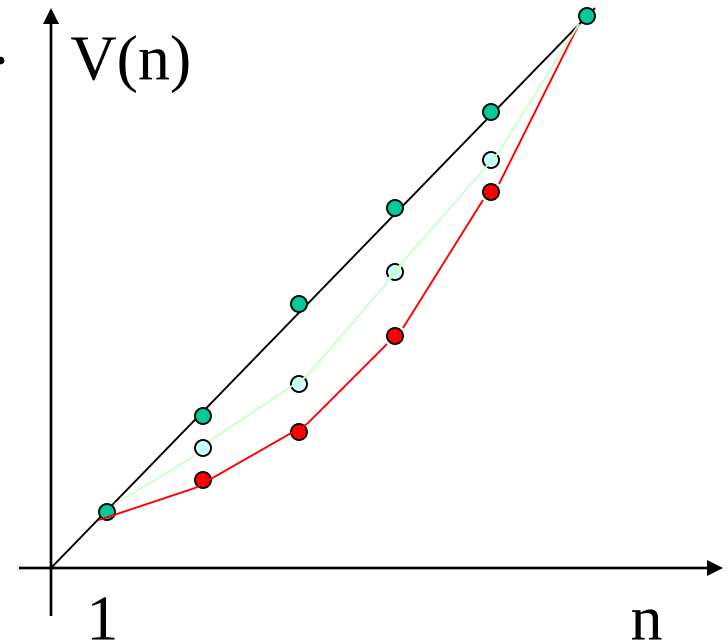


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si riportano in grafico le $V(n)$

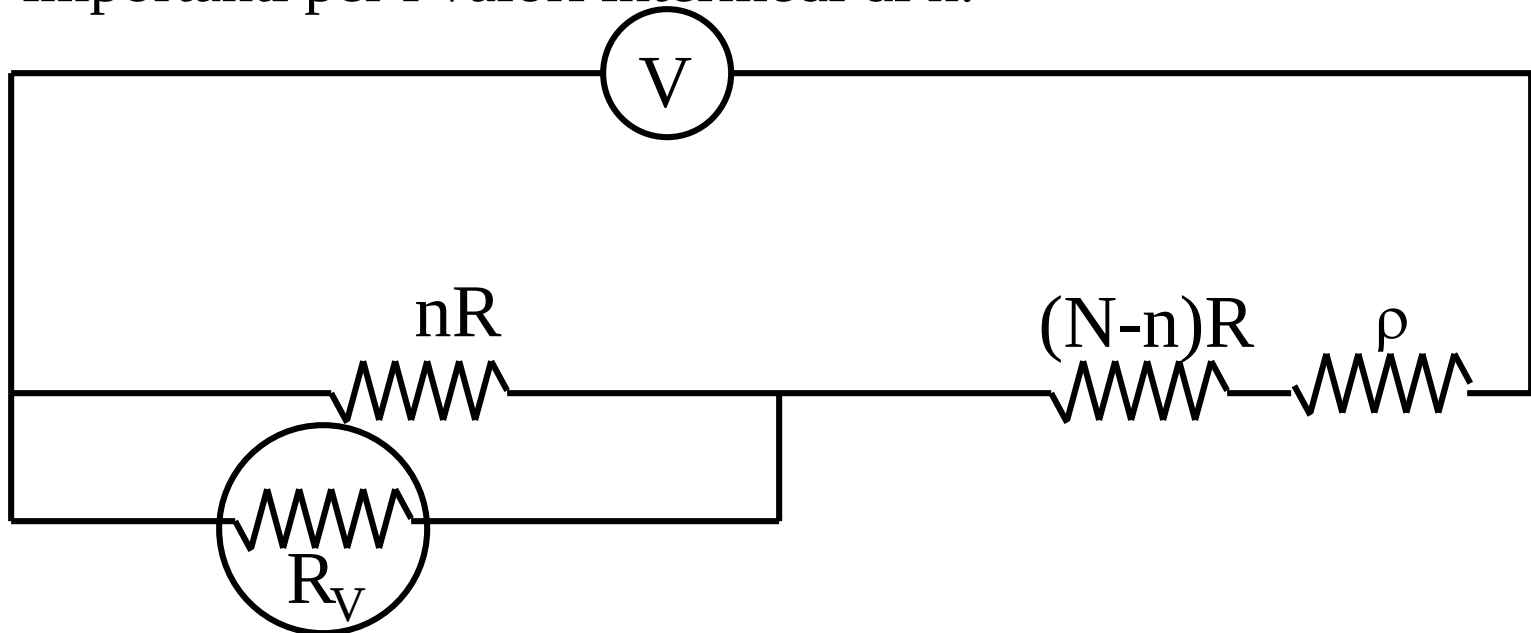
- – Strumento universale FS 2V
- – Strumento universale FS 10 V
- – Multimetro elettronico digitale



Misure sulla catena di resistori:

La perturbazione è tanto maggiore quanto maggiore è il numero di resistenze effettivamente in parallelo al voltmetro, perchè in quel caso R_v può diventare addirittura inferiore alla resistenza equivalente.

La resistenza “vista” da R_v è, secondo Thevenin, il parallelo tra nR e $(N-n)R + \rho$, ed è quindi bassa sia quando n è vicino a 1 che quando n è vicino a N . Ci aspettiamo quindi piccole perturbazioni in questi due casi, e perturbazioni più importanti per i valori intermedi di n .

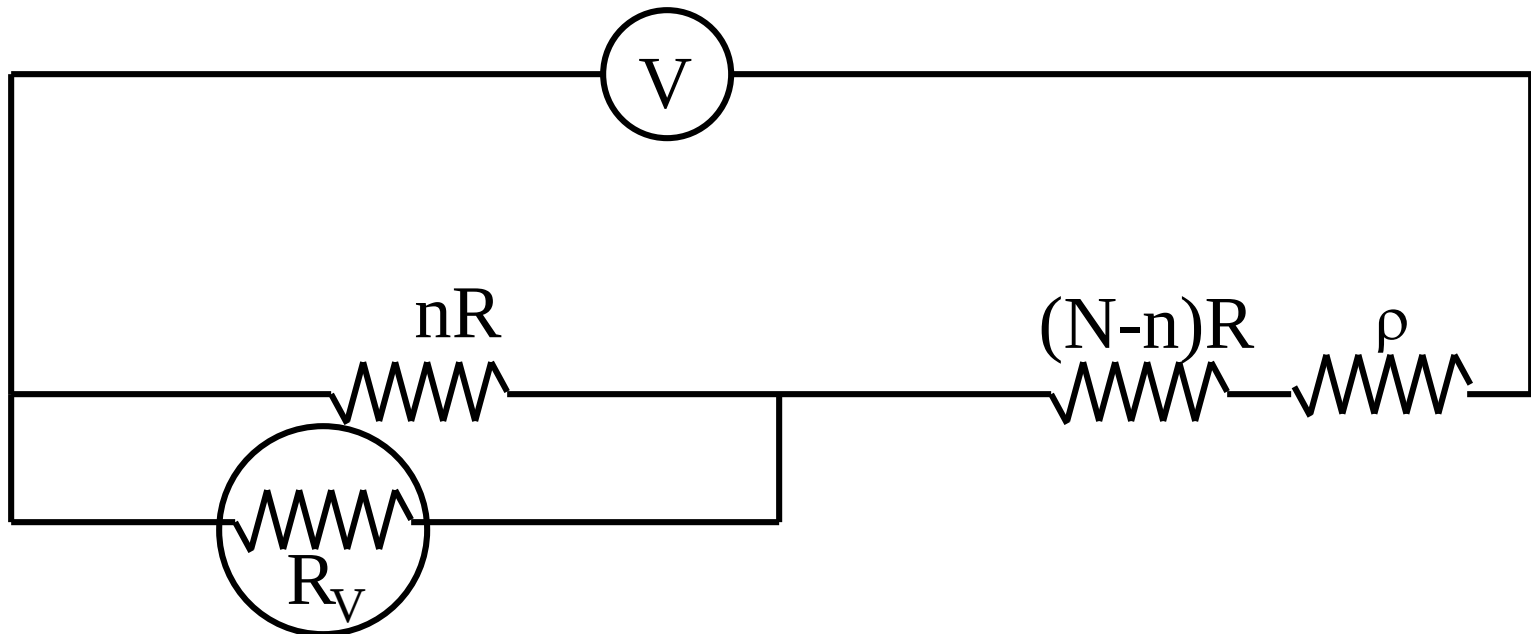


Misure sulla catena di resistori:

Per risolvere il problema basta considerare il partitore tra la resistenza $R_1 = (N-n)R + \rho$ e la resistenza $R_2 = nR // R_V$.

Possiamo quindi scrivere subito (trascurando ρ):

$$V_V = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V \frac{\frac{nRR_V}{nR + R_V}}{\frac{nRR_V}{nR + R_V} + (N-n)R} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_V}(N-n)}$$

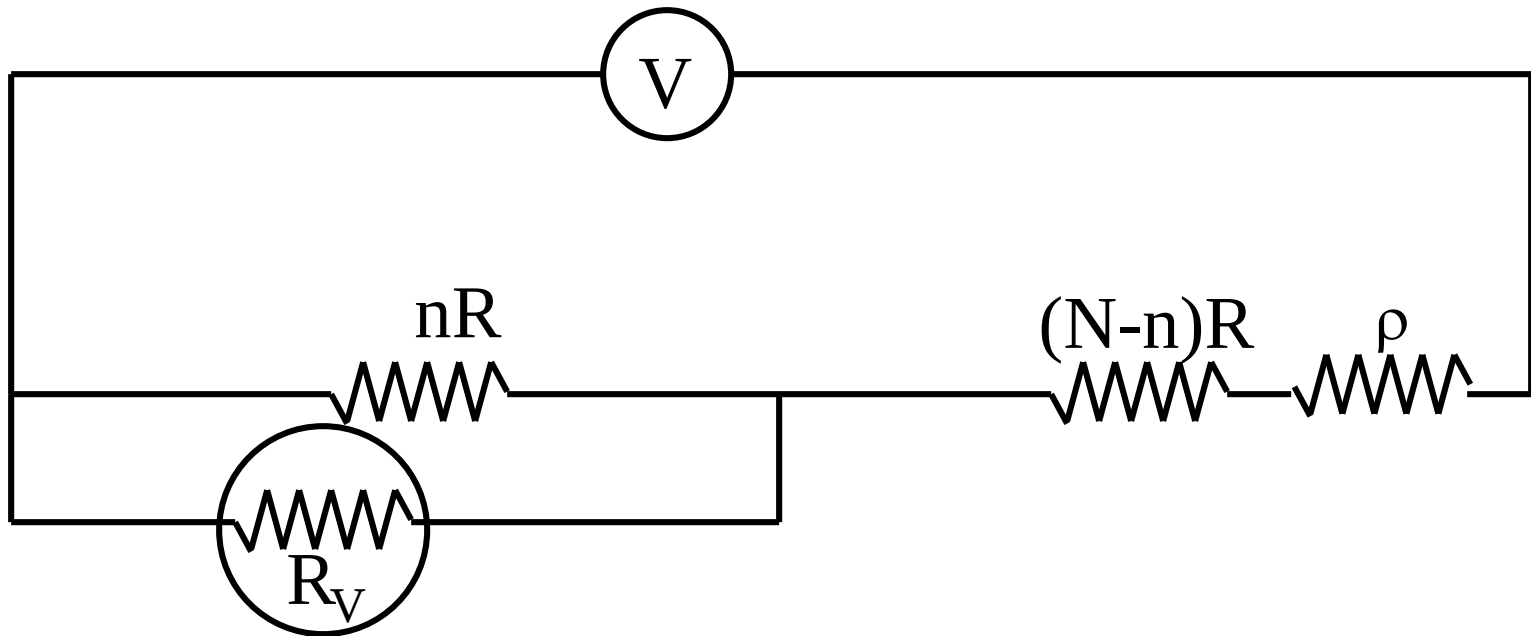


Misure sulla catena di resistori:

Da cui si vede che la formula si riduce al caso banale

$V_v = (n/N)V$ quando $R_v \gg n(N-n)R$.

$$V_v = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V \frac{\frac{nRR_v}{nR + R_v}}{\frac{nRR_v}{nR + R_v} + (N-n)R} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_v}(N-n)}$$



Misure sulla catena di resistori:

Se conosciamo la resistenza interna del voltmetro R_V ed il valore delle singole resistenze R , possiamo correggere i valori di V_V misurati, ed ottenere i valori che si leggerebbero se il voltmetro fosse ideale:

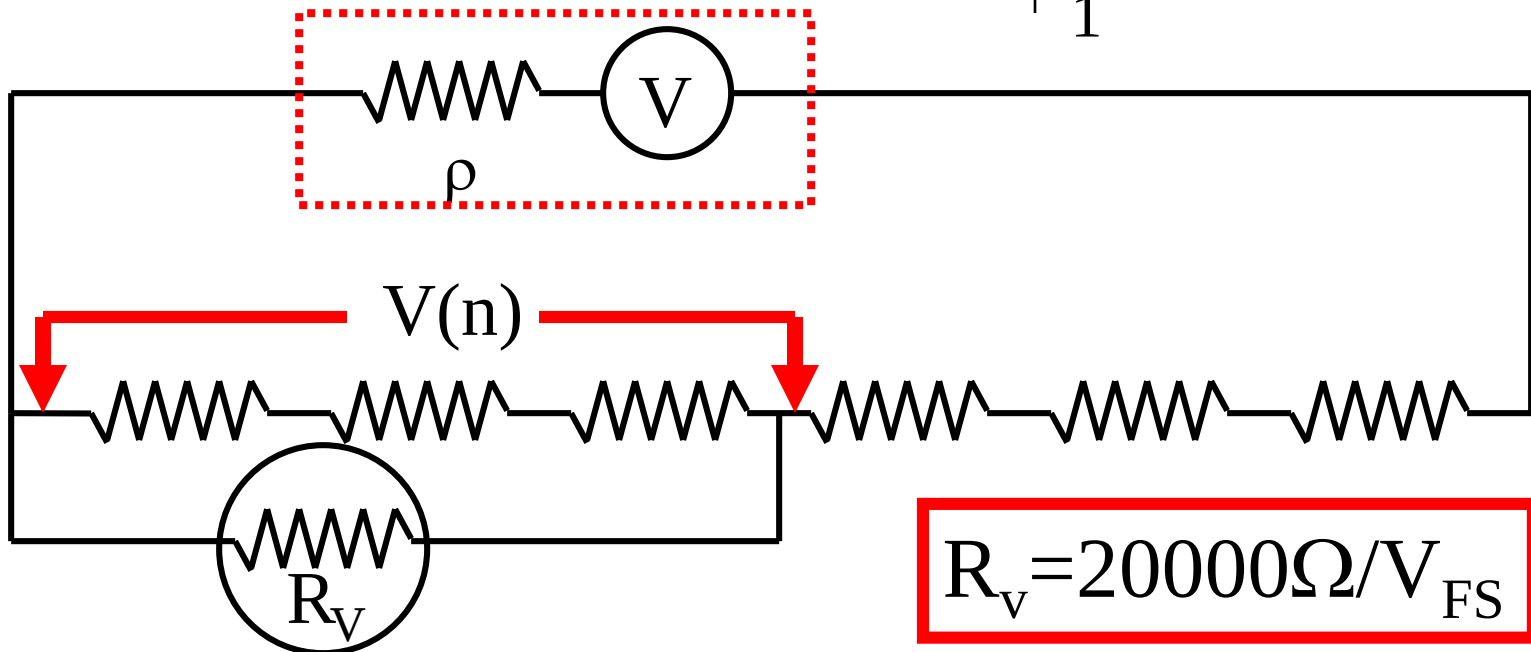
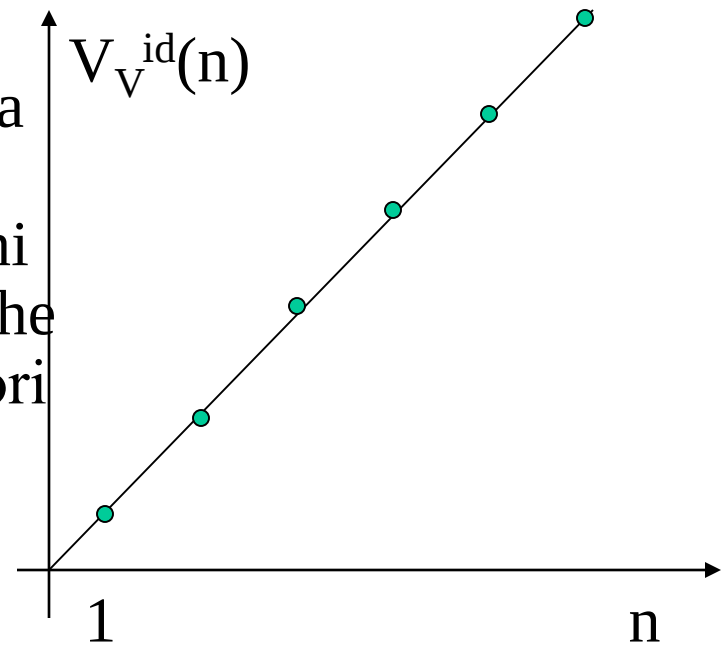
$$V_V^{mis} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_V}(N - n)} \quad ; \quad V_V^{id} = V \frac{n}{N}$$

facendo il rapporto si ottiene

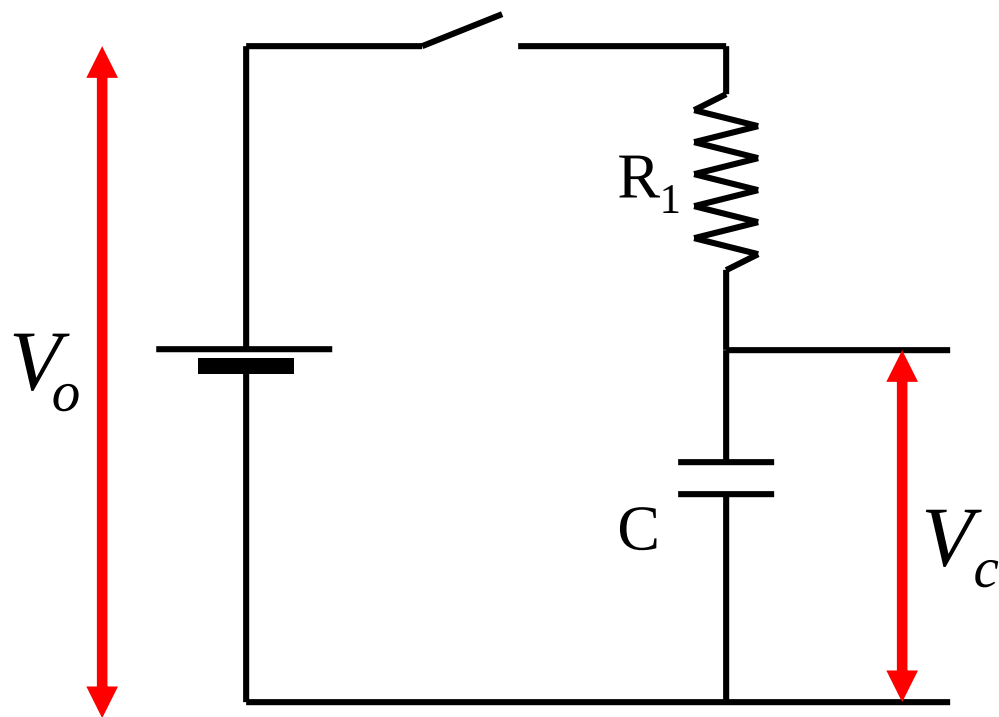
$$V_V^{id} = V_V^{mis} \frac{N + \frac{nR}{R_V}(N - n)}{N} = V_V^{mis} \left[1 + \frac{nR}{R_V} \left(1 - \frac{n}{N} \right) \right]$$

Misure sulla catena di resistori:

Si riportano in grafico le $V_V^{\text{id}}(n)$ corrette per la perturbazione introdotta dallo strumento di misura usando la formula precedente, e si otterrà in ogni caso che sono tutte lungo la retta, anche se con barre d' errore diverse, maggiori nel caso a fondo scala più alto.



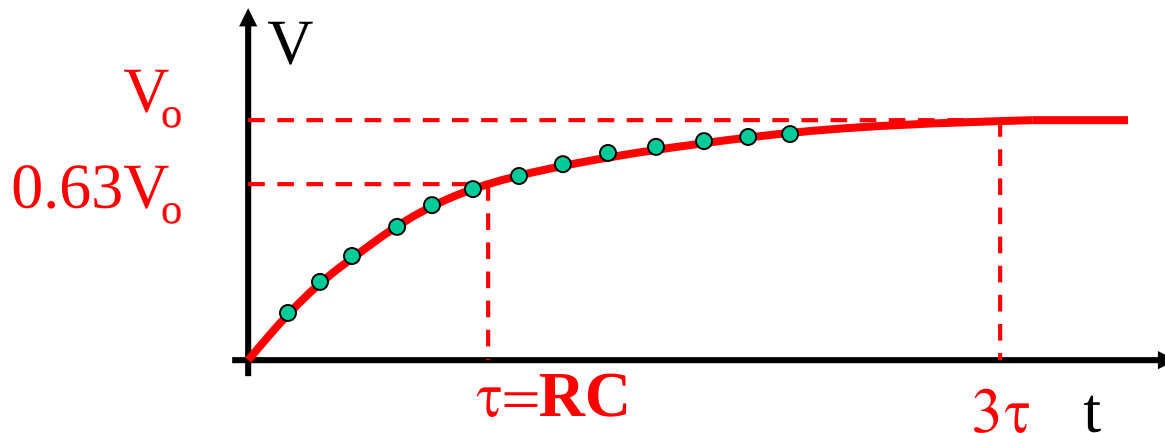
Carica di un condensatore



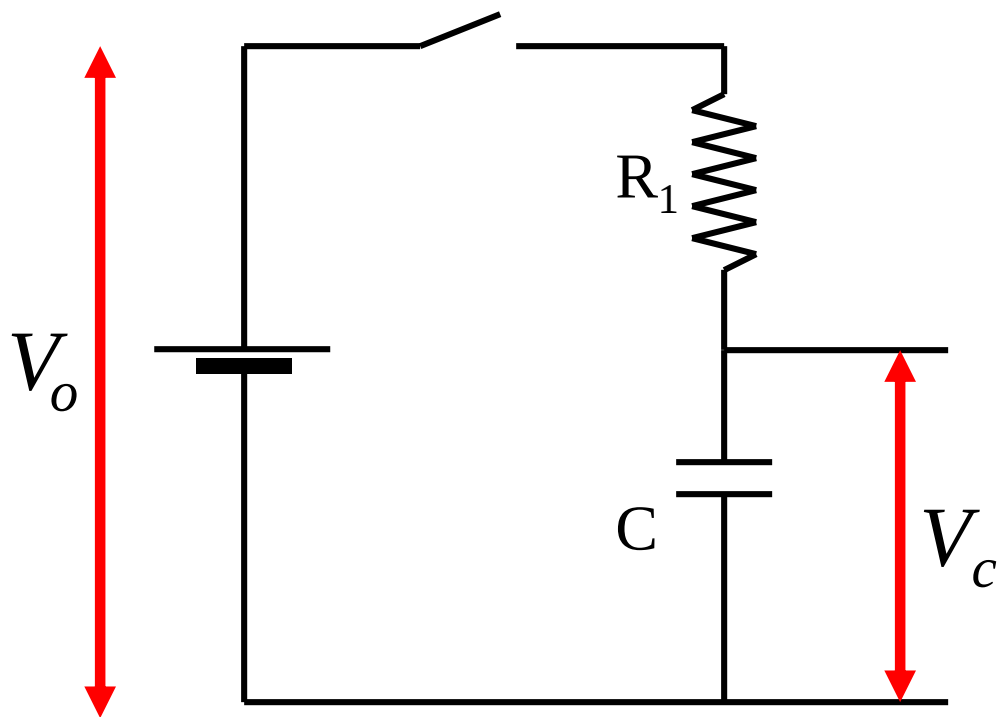
$$V_C(t) = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\tau = R_1 C$$

- **Esempio:** con
 $R = 30 \text{ M}\Omega$
 $C = 2.2 \text{ }\mu\text{F}$
si ha $\tau = 66 \text{ s}$
- Con questa costante di tempo si può comodamente misurare V_c con il multimetro digitale, campionando la curva ogni 5-10 s, e confrontare con l'andamento teorico



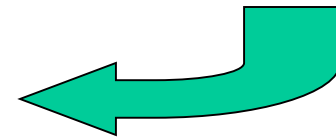
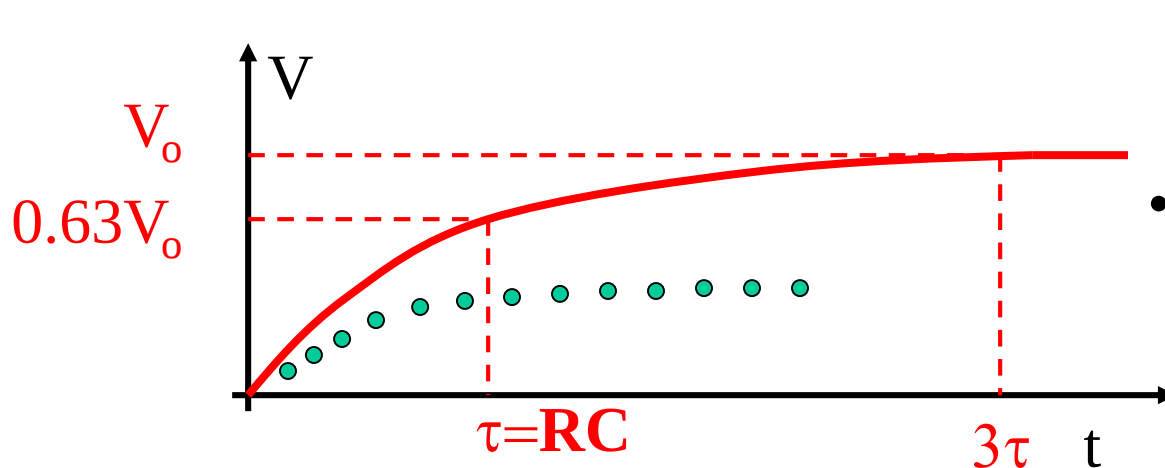
Carica di un condensatore



$$V_C(t) = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

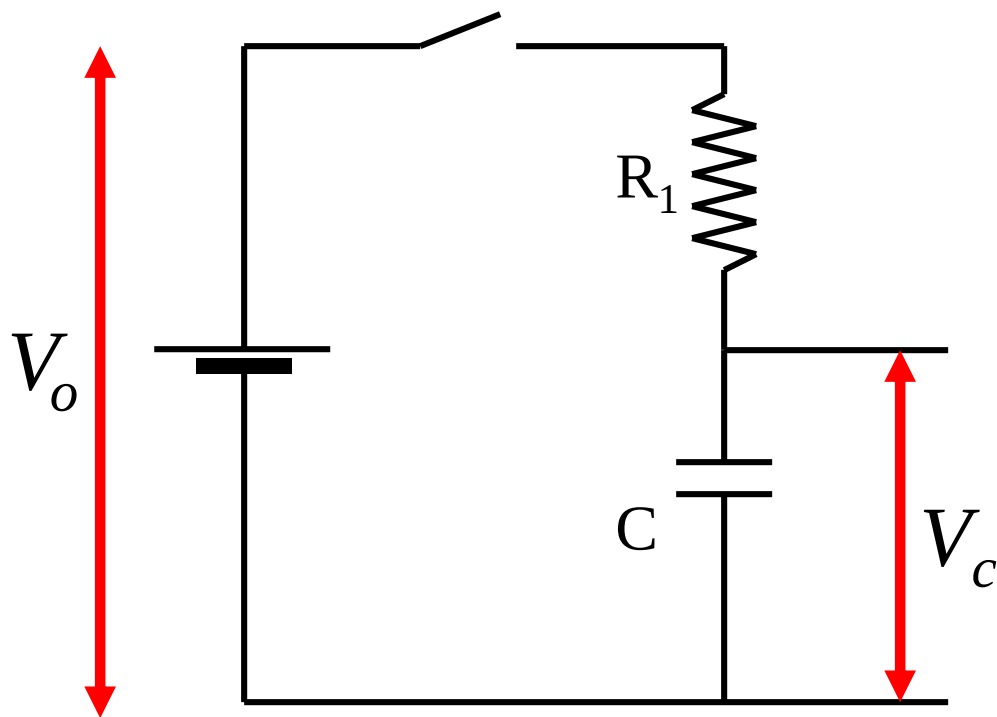
$$\tau = R_1 C$$

- Ma se si fa davvero, si trova il seguente risultato :



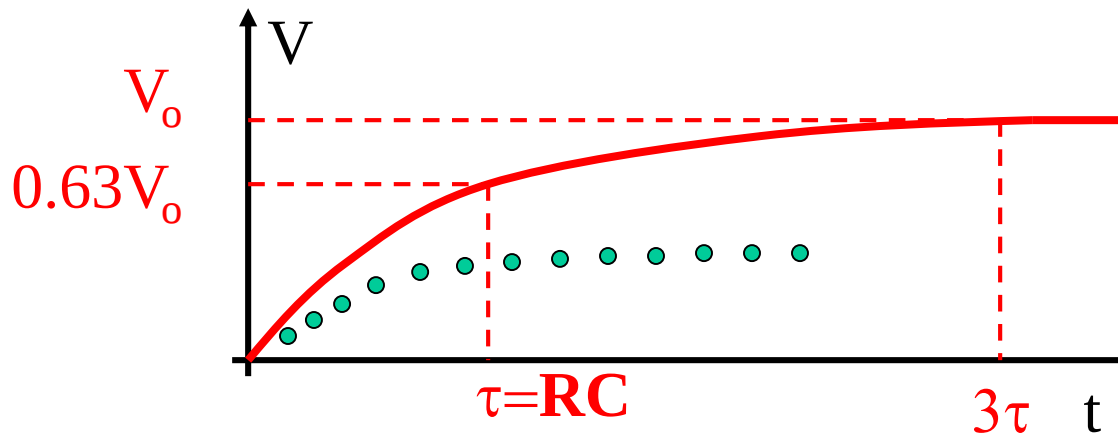
- Perchè ?

Carica di un condensatore

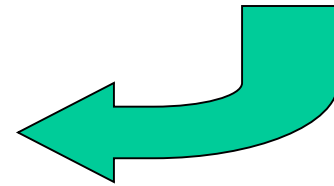


$$V_C(t) = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\tau = R_1 C$$

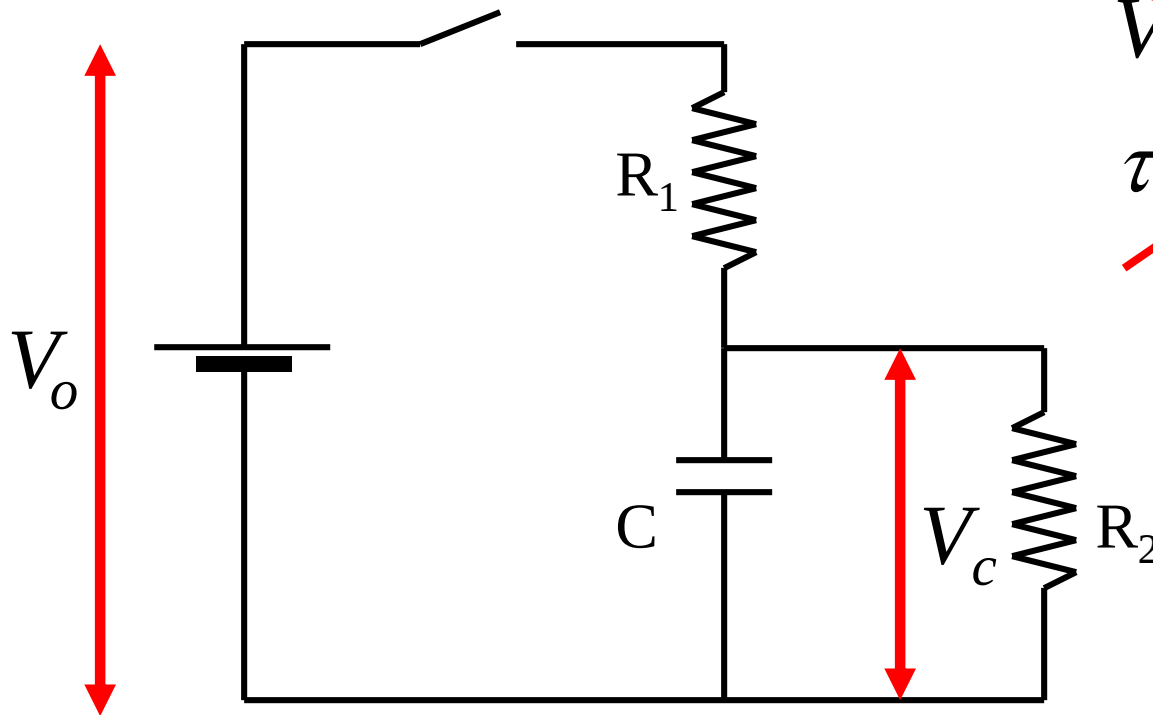


- Ma se si fa davvero, si trova il seguente risultato :



- Perché ?
- **Il multimetro perturba la misura !**

Carica di un condensatore

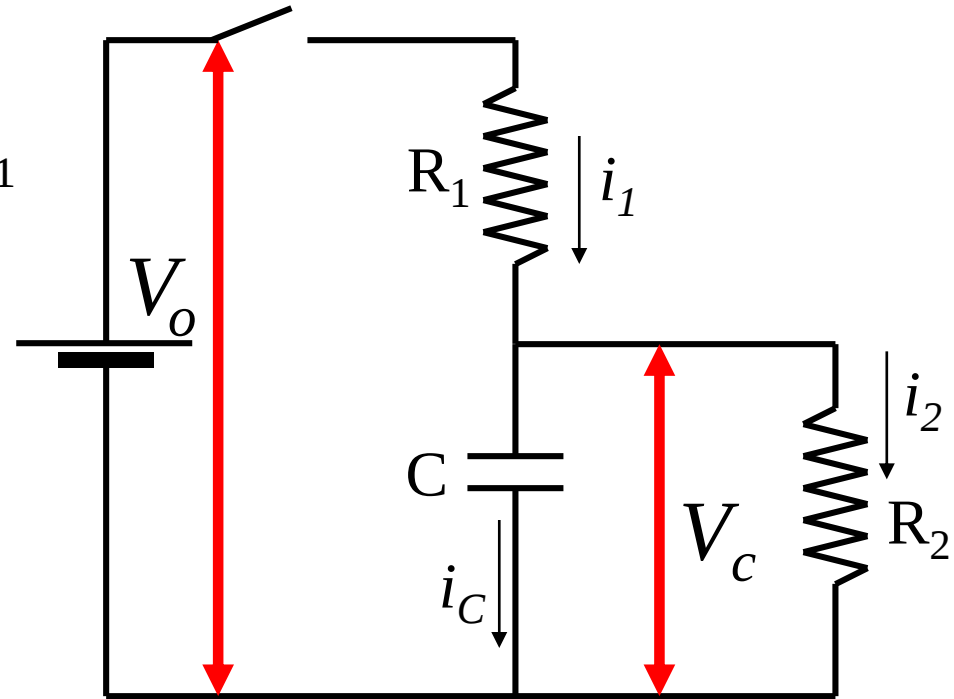


~~$$V_c(t) = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$
$$\tau = R_1 C$$~~

- Siccome nel multimetro, usato come voltmetro, scorre una piccola corrente, esso è equivalente ad una resistenza R_2 posta in parallelo al condensatore.
- La soluzione $V_c(t)$ non vale più.

Carica di un condensatore

$$\left\{ \begin{array}{l} V_o = V_C + R_1 i_1 \\ V_C = R_2 i_2 \\ V_C = \frac{Q}{C} \\ i_1 = i_2 + i_C \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_o = V_C + R_1 i_1 \\ V_C = R_2 i_2 \\ \frac{dV_C}{dt} = \frac{i_C}{C} \\ i_1 = i_2 + i_C \end{array} \right.$$

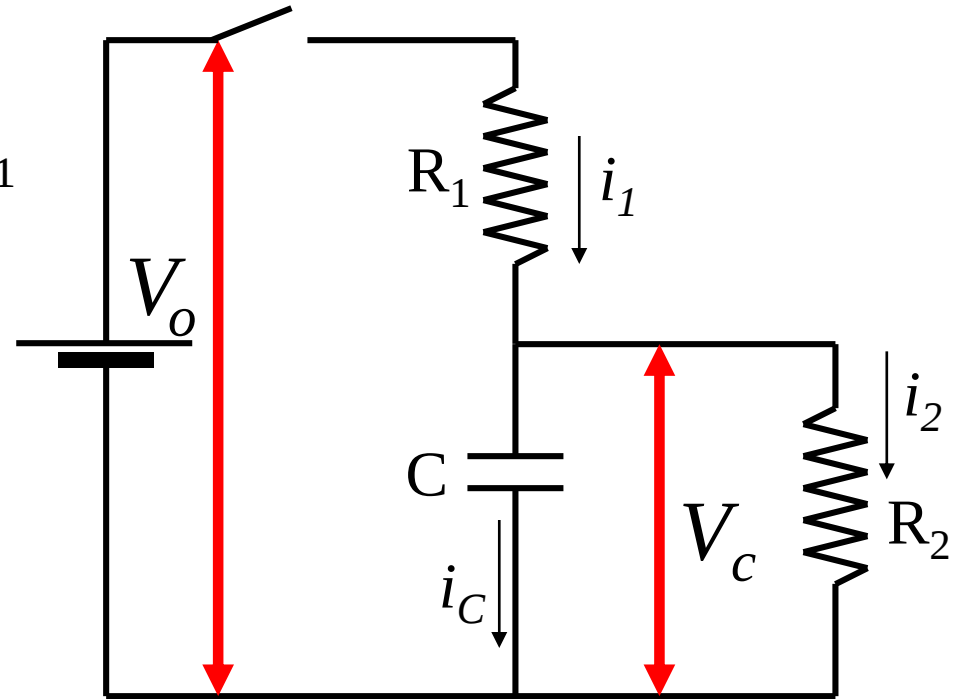


$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{i_1 - i_2}{C} = \frac{1}{C} \frac{V_o - V_C}{R_1} - \frac{1}{C} \frac{V_C}{R_2}$$

$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_C = \frac{V_o}{CR_1} \rightarrow \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{CR_P} V_C = \frac{V_o}{CR_1}$$

Carica di un condensatore

$$\left\{ \begin{array}{l} V_o = V_C + R_1 i_1 \\ V_C = R_2 i_2 \\ V_C = \frac{Q}{C} \\ i_1 = i_2 + i_C \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_o = V_C + R_1 i_1 \\ V_C = R_2 i_2 \\ \frac{dV_C}{dt} = \frac{i_C}{C} \\ i_1 = i_2 + i_C \end{array} \right.$$

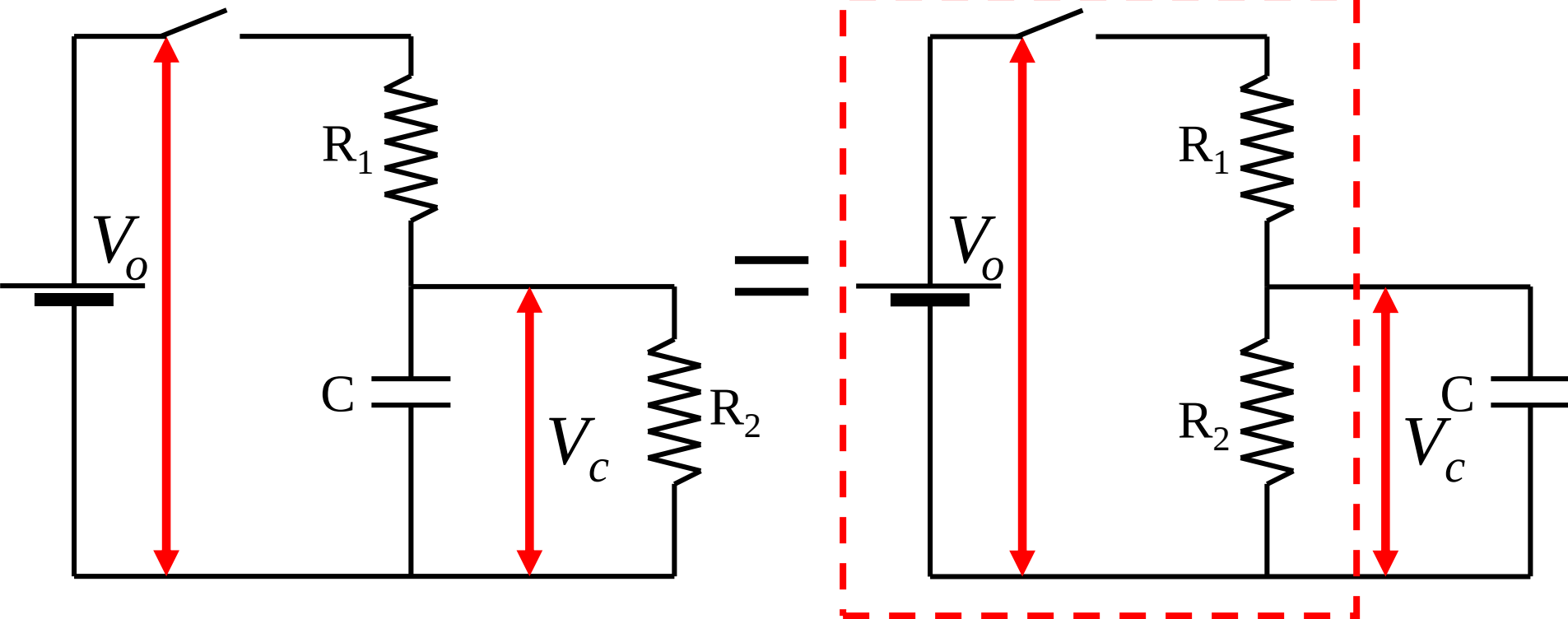


$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{i_1 - i_2}{C} = \frac{1}{C} \frac{V_o - V_C}{R_1} - \frac{1}{C} \frac{V_C}{R_2}$$

Ma c'è un metodo molto più semplice !

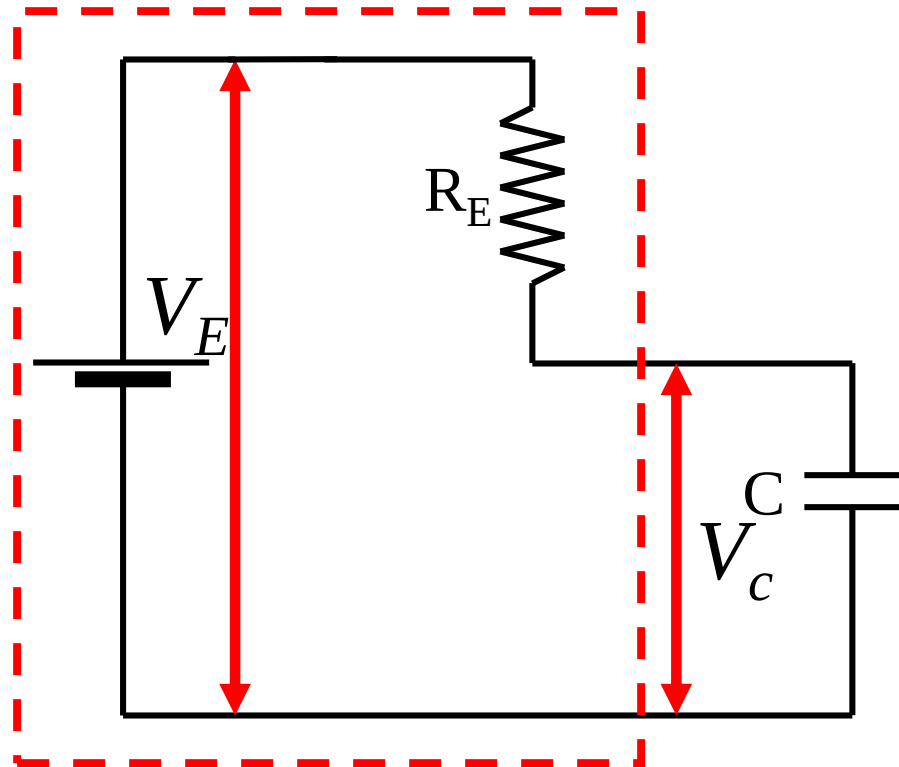
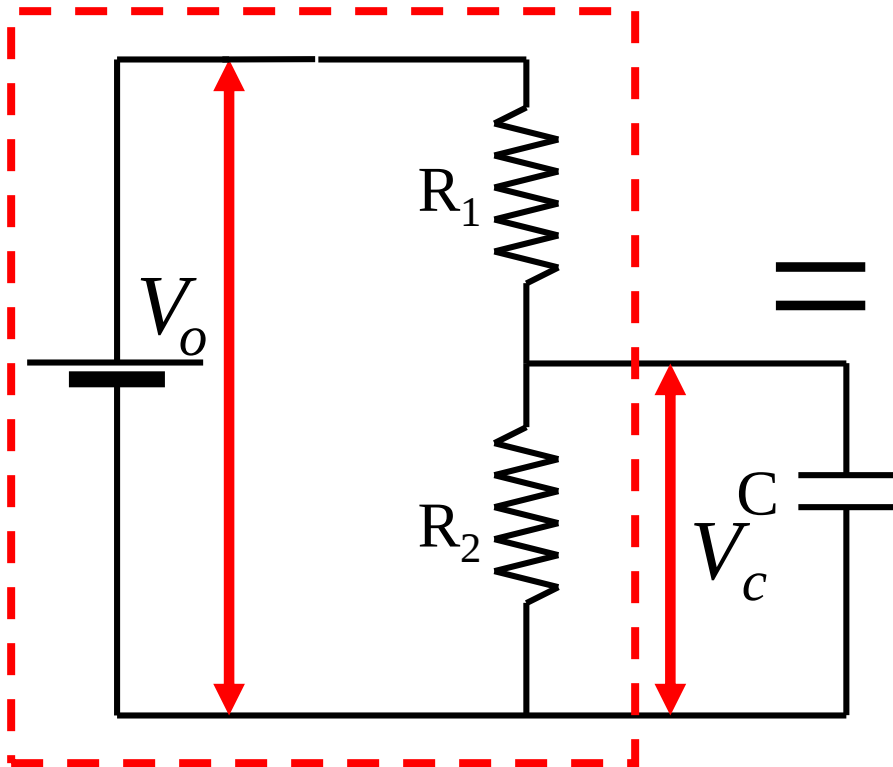
$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_C = \frac{V_o}{CR_1} \rightarrow \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{CR_P} V_C = \frac{V_o}{CR_1}$$

Carica di un condensatore



Per il Teorema di Thevenin, il circuito riquadrato è equivalente ad un generatore ideale di tensione con in serie una resistenza.

Carica di un condensatore

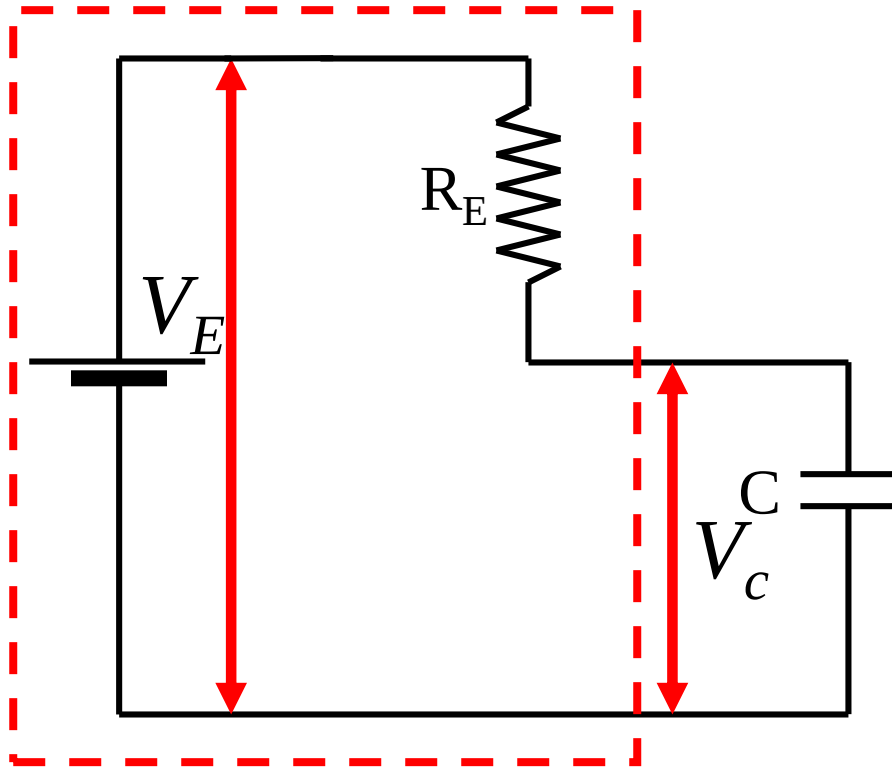


Per il Teorema di Thevenin, il circuito riquadrato è equivalente ad un generatore ideale di tensione con in serie una resistenza con:

$$R_E = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_E = V_o \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Carica di un condensatore



$$R_E = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_E = V_o \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Ma ora il circuito è proprio uguale al circuito ideale della carica di un condensatore, del quale abbiamo già la soluzione:

$$V_C(t) = V_E (1 - e^{-t/\tau})$$

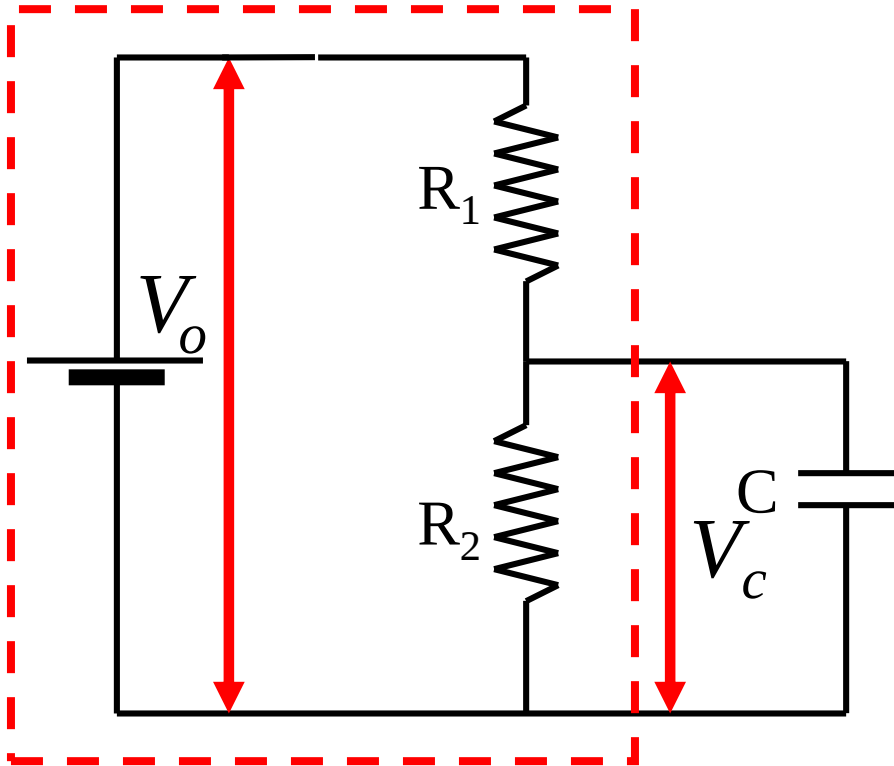
$$\tau = R_E C$$



$$V_C(t) = V_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} (1 - e^{-t/\tau})$$

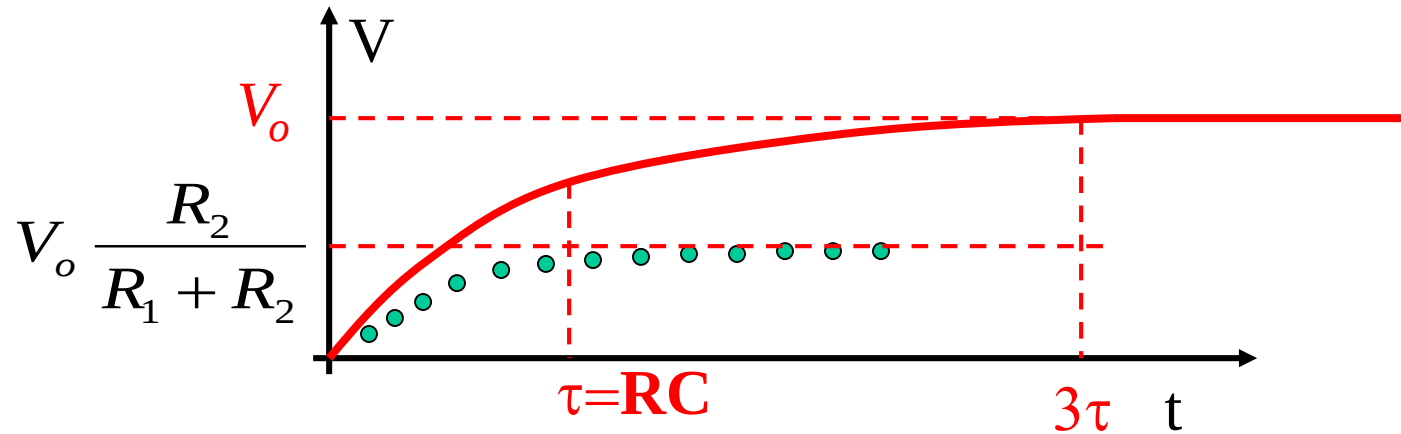
$$\tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$$

Carica di un condensatore



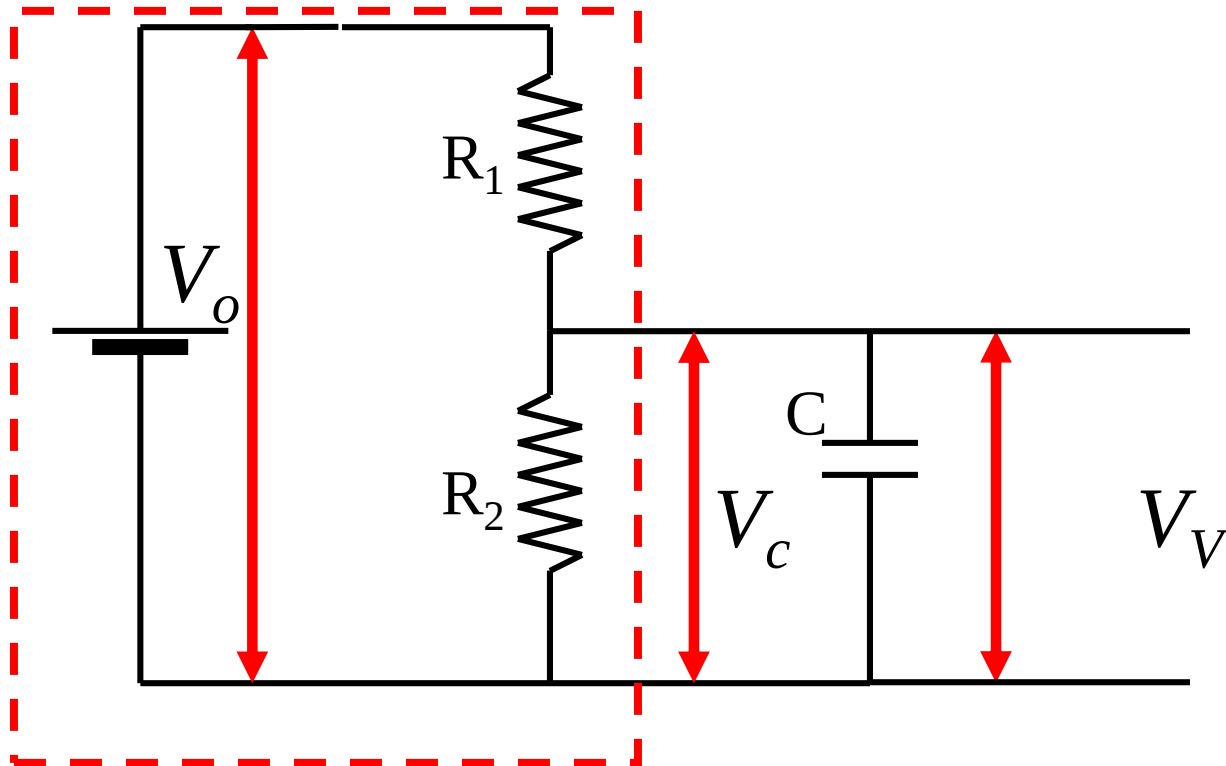
$$V_C(t) = V_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} (1 - e^{-t/\tau})$$

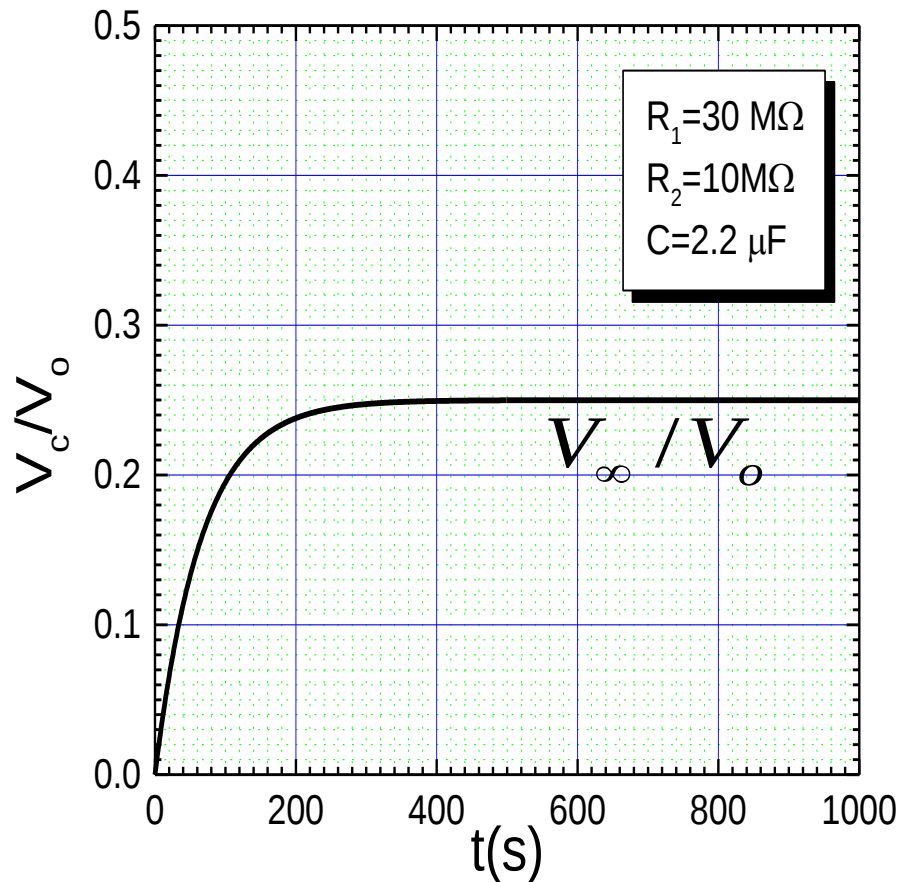
$$\tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$$



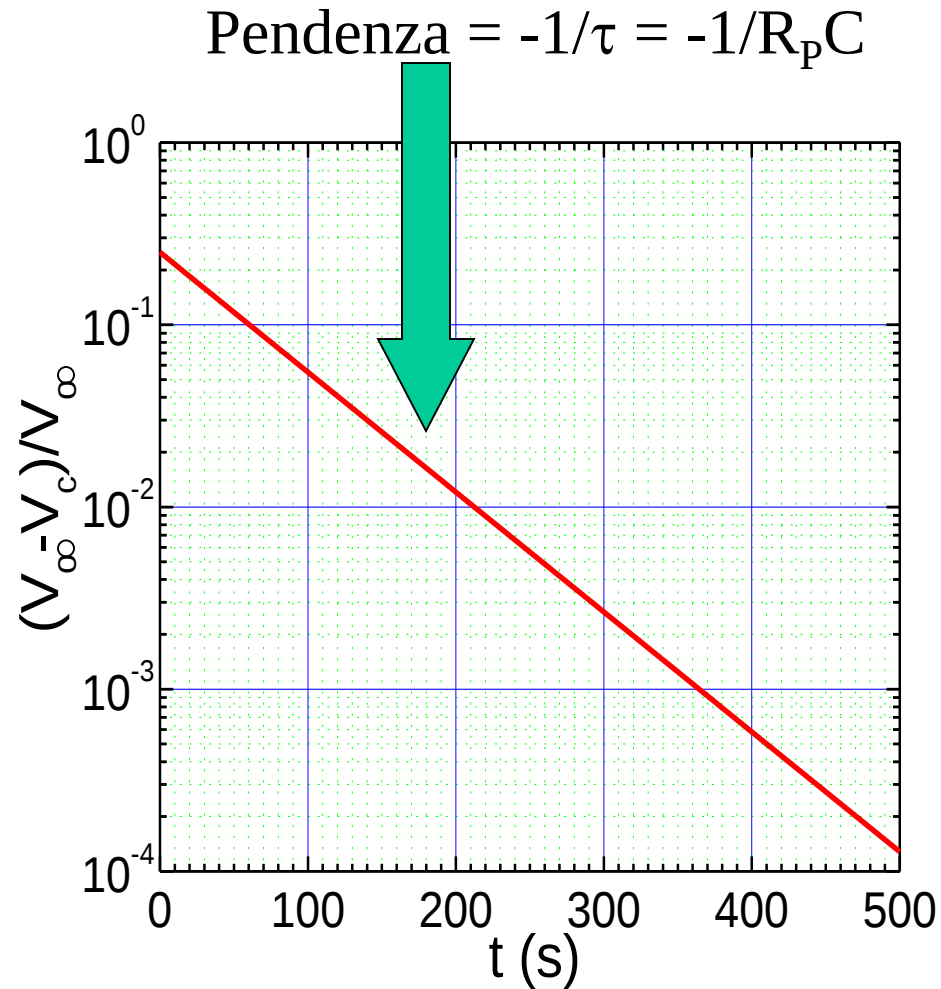
Seconda parte esercitazione 1 : carica condensatore (circuito RC con lunga costante di tempo)

- Montare il circuito sulla basetta, misurare V_V in funzione del tempo.
- Siccome con i valori suggeriti ($33\text{M}\Omega$ e $2.2\mu\text{F}$) il processo è lento, si possono misurare le tensioni con il voltmetro digitale a intervalli di tempo regolari scanditi da un cronometro. Potete anche filmare con il telefonino le letture di cronometro e voltmetro.
- Ricordare che R_2 è la resistenza interna del voltmetro, e che V_o è la tensione del generatore da misurare con il multimetro.





Da questo grafico si ricava il valore asintotico $\frac{V_\infty}{V_o} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ e quindi R_2 .

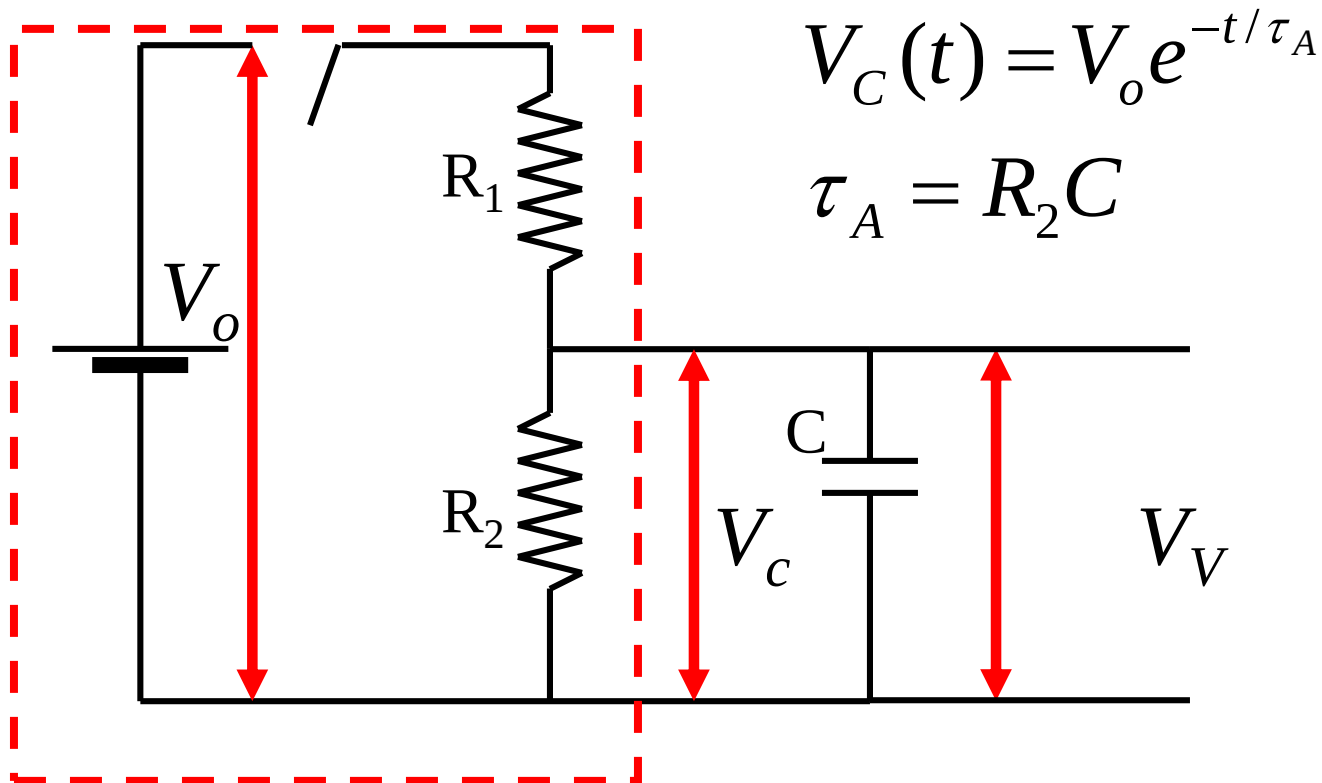


Allora si può graficare in scala semilog $(V_\infty - V_c) / V_\infty$. Dalla pendenza si ricava τ e quindi di nuovo R_2 .

2) scarica condensatore (circuito RC con lunga costante di tempo)

Con il condensatore completamente carico, aprire il circuito come mostrato sotto, e misurare V_V in funzione del tempo, a partire dall'istante di apertura del circuito.

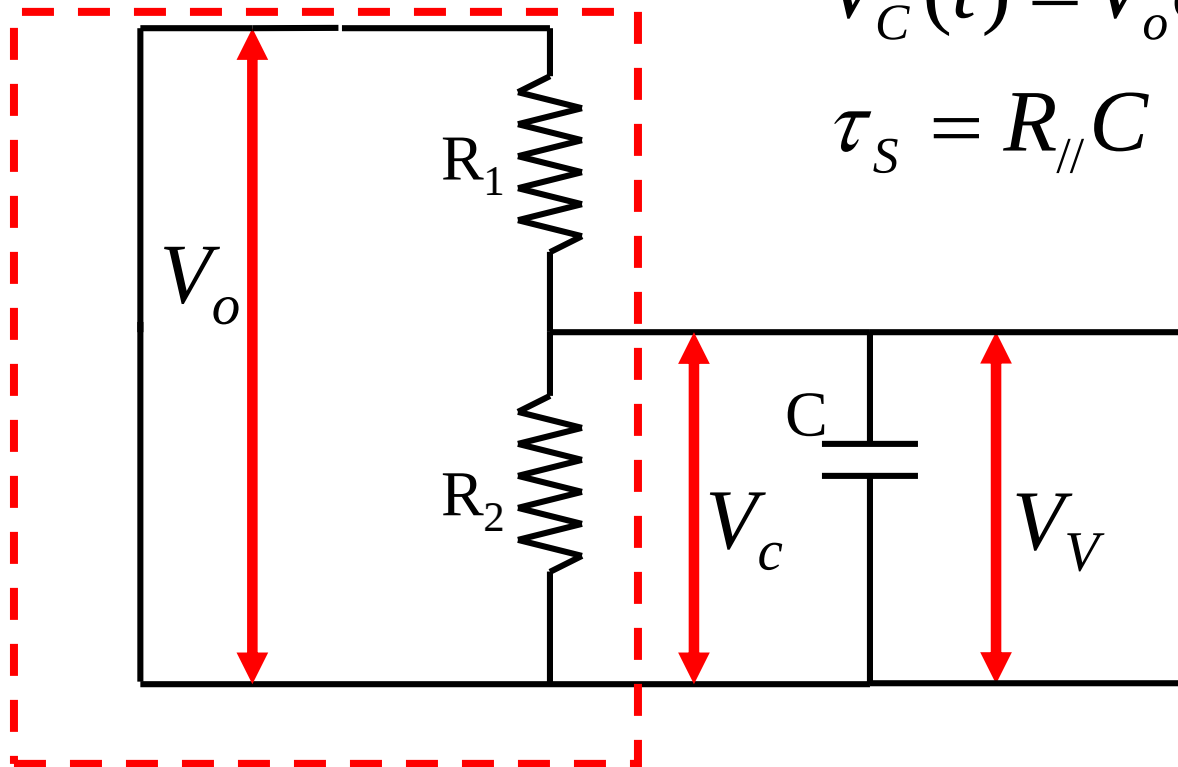
- Filmate con il telefonino le letture di cronometro e voltmetro.
- Ricordare che R_2 è la resistenza interna del voltmetro, e che V_o è la tensione del generatore da misurare con il multimetro.



2) scarica condensatore (circuito RC con lunga costante di tempo)

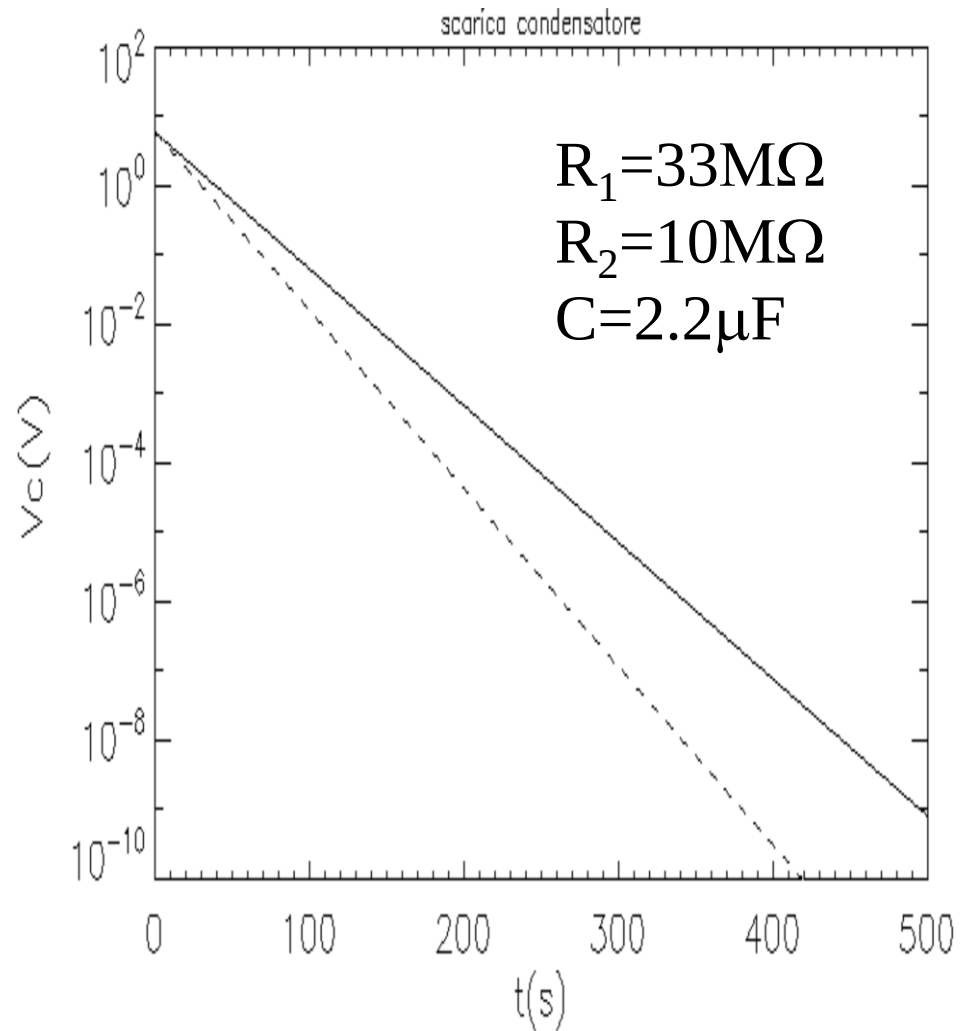
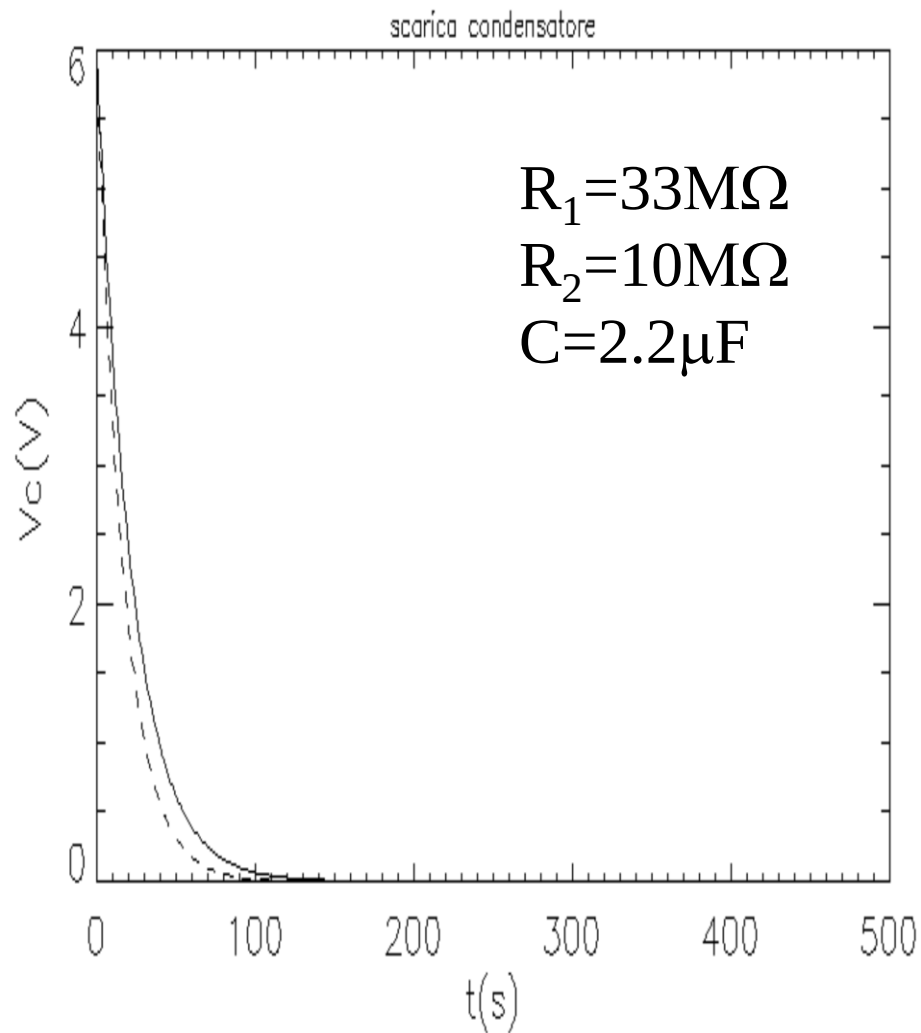
Lasciando il circuito montato come mostrato sotto, spengere il generatore e misurare V_V in funzione del tempo.

- Filmate con il telefonino le letture di cronometro e voltmetro.
- Ricordare che R_2 è la resistenza interna del voltmetro, e che V_o è la tensione del generatore da misurare con il multimetro.



$$V_C(t) = V_o e^{-t/\tau_S}$$

$$\tau_S = R_{//} C$$



Nei due casi stimare R_2

Le costanti di tempo sono, nei due casi:

$$\begin{cases} \tau_A = R_2 C & \text{aprendo} \\ \tau_S = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C & \text{spegnendo} \end{cases}$$

Trasferimento di potenza da un generatore a un carico

La potenza dissipata nel carico e'

$$W = V_R I_R$$

Il circuito e' un normale partitore, quindi

$$V_R = V_o \frac{R}{R + R_o} \quad ; \quad I_R = \frac{V_o}{R + R_o}$$

$$\Rightarrow W = \frac{V_o^2 R}{(R + R_o)^2}$$

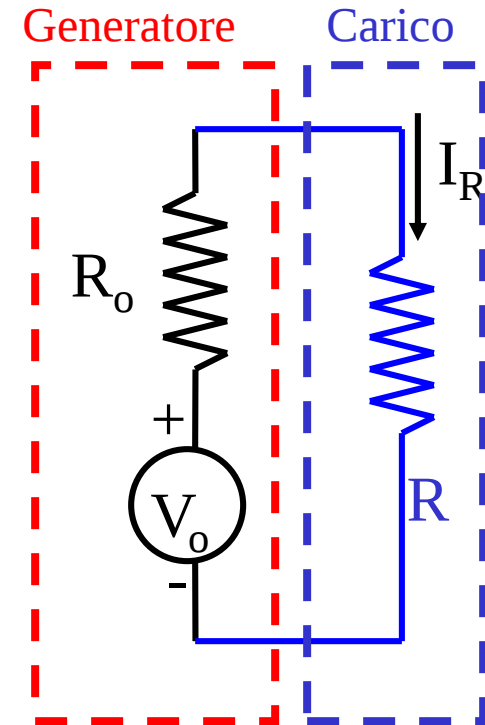
se si deriva rispetto a R si scopre che e' max. per

$$R = R_o$$

e vale

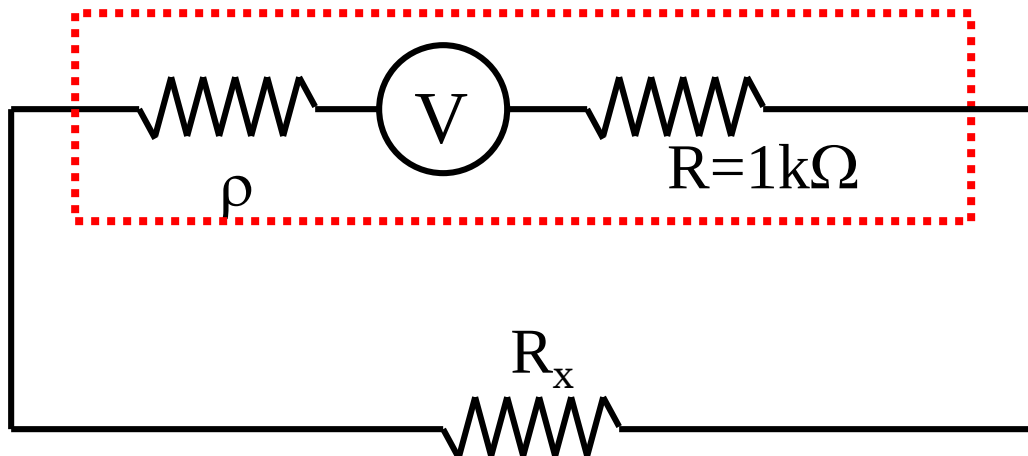
$$W_{\max} = \frac{V_o^2}{4R_o}$$

In queste condizioni si dice
che il carico è “adattato”



Misura del trasferimento di potenza dal generatore al carico

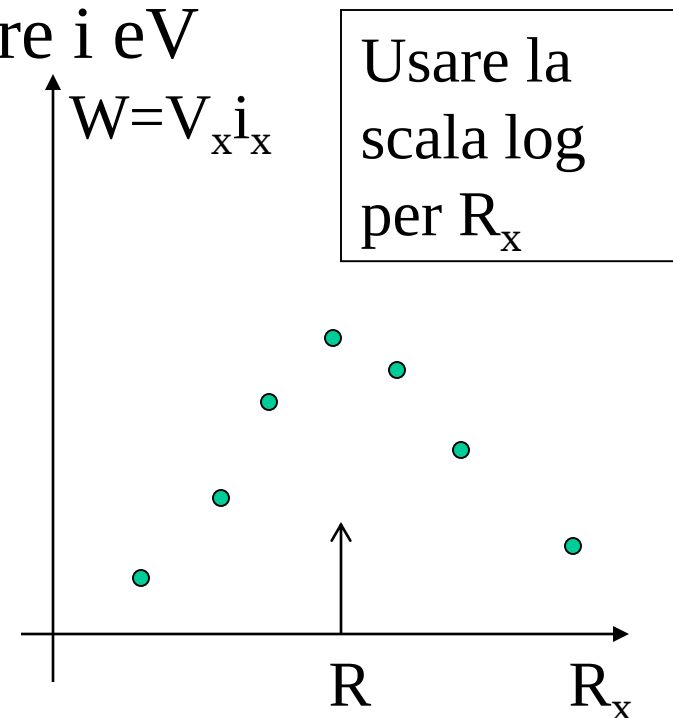
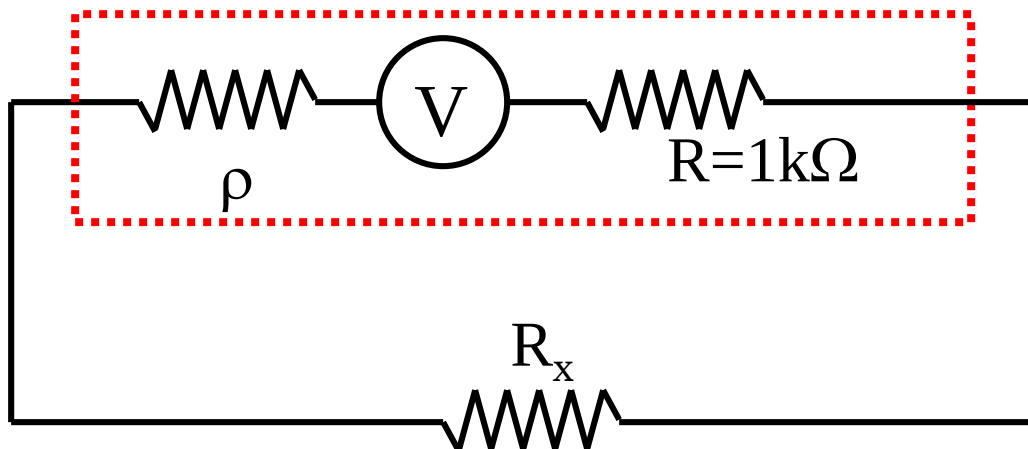
- **Si aumenta artificialmente la resistenza interna del generatore inserendo in serie $1\text{k}\Omega$.**
- Si misurano V_{R_x} e i_{R_x} nella resistenza R_x al variare di R_x .
- Si usano contemporaneamente lo strumento universale e il multimetro digitale per misurare i e V



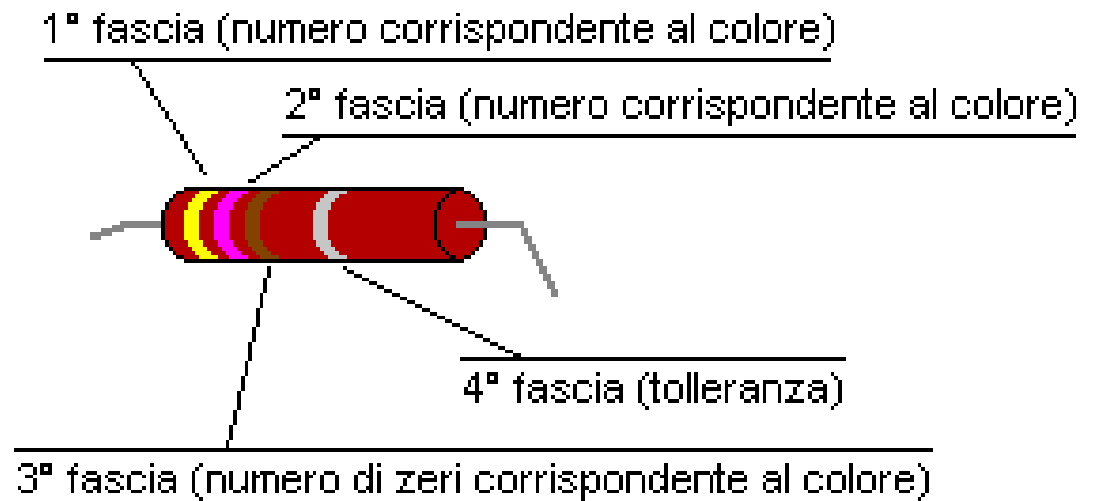
Usare R_x di 22, 47, 100, 220, 470, 1000, 2200, 4700, 10000, 22000, 47000 Ω

Misura del trasferimento di potenza dal generatore al carico

- Si aumenta artificialmente la resistenza interna del generatore inserendo in serie $1\text{k}\Omega$.
- Si misurano V_{R_x} e i_{R_x} nella resistenza R_x al variare di R_x .
- Si usano contemporaneamente lo strumento universale e il multimetro digitale per misurare i e V

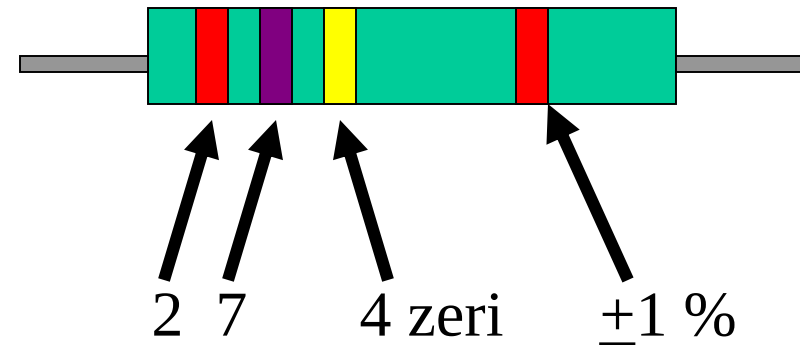


codice dei colori nei resistori



colore	1ª cifra	2ª cifra	3ª cifra
Nero	0	0	-
Marrone	1	1	0
Rosso	2	2	00
Arancio	3	3	000
Giallo	4	4	0000
Verde	5	5	00000
Blu	6	6	000000
Viola	7	7	-
Grigio	8	8	-
Bianco	9	9	-

Esempio:



= 270k Ω

TOLLERANZE

Rosso 1%	Oro 5%	Argento 10%	Mancante 20%
-------------	-----------	----------------	-----------------