

Legge di Ohm generalizzata per il condensatore

- Abbiamo visto che la corrente alternata che scorre nel circuito in cui è inserito un condensatore a cui si applica una differenza di potenziale *sinusoidale* è

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{d}{dt} (V_{oC} e^{j(\omega t + \varphi)}) = CV_{oC} j\omega e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$i_C = i = (j\omega C) V_C \rightarrow V_C = \frac{1}{j\omega C} i_C$$

- Dal punto di vista formale la formula appena trovata è simile alla legge di Ohm, basta pensare ad una «impedenza» del condensatore (analoga della resistenza per il resistore, ma complessa) definita come

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

- In tal caso si può scrivere la legge di Ohm generalizzata per il condensatore:

$$\vec{V}_C = \vec{Z}_C \vec{i}_C$$

Legge di Ohm generalizzata per l'induttore

- Un ragionamento analogo si può fare per l' induttore.
Dalla legge di Lenz per un induttore ideale:

$$V_L = L \frac{dI_L}{dt}$$

assumendolo attraversato da una corrente sinusoidale:

$$I_L = i_o e^{j\omega t} \Rightarrow V_L = L \frac{dI_L}{dt} = Li_o j\omega e^{j\omega t} = j\omega L I_L$$

- Quindi, definendo l'impedenza dell'induttore come:

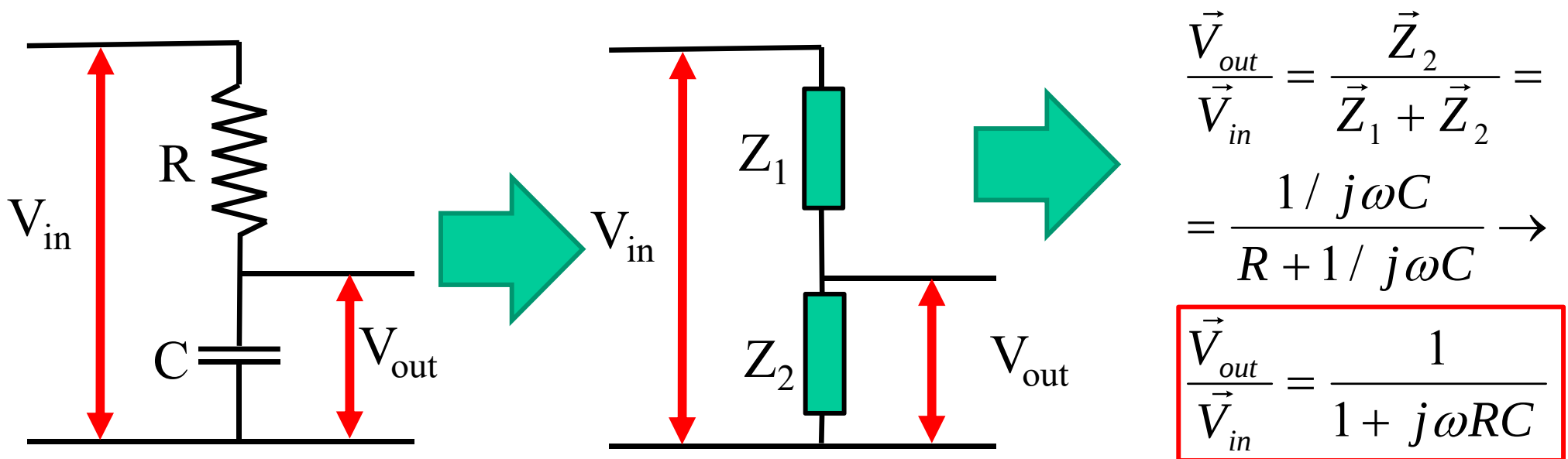
$$Z_L = j\omega L$$

si ottiene la legge di Ohm generalizzata per l'induttore:

$$\vec{V}_L = \vec{Z}_L \vec{I}_L$$

Legge di Ohm generalizzata

- Quindi, per circuiti attraversati da correnti *sinusoidali*, e contenenti *solo* resistori, condensatori e induttori, varrà la legge di Ohm generalizzata, e quindi si potranno utilizzare gli stessi metodi (maglie, nodi etc.) utilizzati per i circuiti con i resistori, usando le impedenze al posto delle resistenze.
- Ad esempio il circuito RC può essere considerato un partitore di tensione realizzato con due impedenze, l' impedenza del resistore e quella del condensatore:



- Se consideriamo il circuito RC come un blocco con un ingresso ed una uscita (vedi figura), vogliamo studiare V_{out} (segnale in uscita) al variare di V_{in} (segnale in ingresso, sinusoidale).

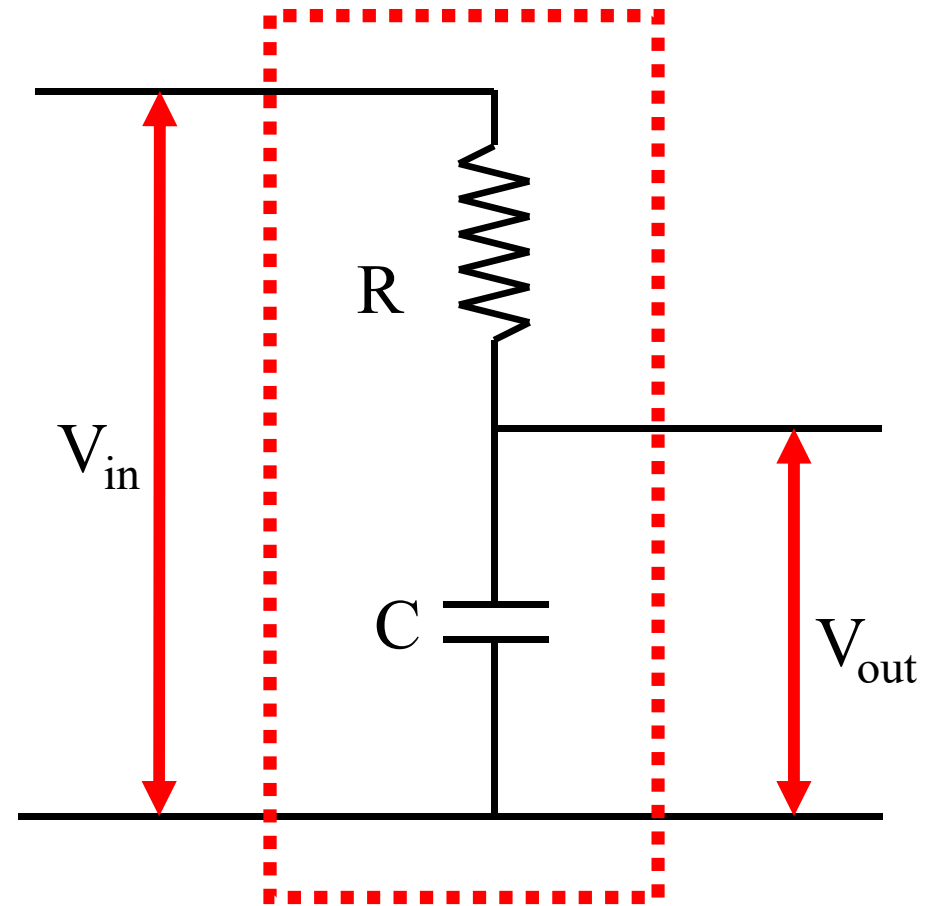
- Per la linearità dei componenti utilizzati, se V_{in} è sinusoidale, V_{out} è anch'esso sinusoidale, con la stessa frequenza ma con diverse ampiezza e fase, che si trovano con il metodo dei fasori:

$$\vec{V}_C = \frac{1}{1 + j\omega RC} \vec{V}_{in}$$

$$V_{oc} = \frac{V_{oin}}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad , \quad \varphi = \arctan(-\omega\tau)$$

- Data la risposta diversa alle diverse frequenze, questo blocco circuitale viene anche chiamato filtro, ed in particolare filtro passa-basso, perché trasmette in uscita le frequenze basse pressoché inalterate, mentre attenua le frequenze alte.

Circuito RC in regime sinusoidale



Circuito CR in regime sinusoidale

- In questo caso, riapplicando la formula del partitore abbiamo

$$\frac{\vec{V}_{out}}{\vec{V}_{in}} = \frac{\vec{Z}_2}{\vec{Z}_1 + \vec{Z}_2} = \frac{R}{R + 1/j\omega C}$$

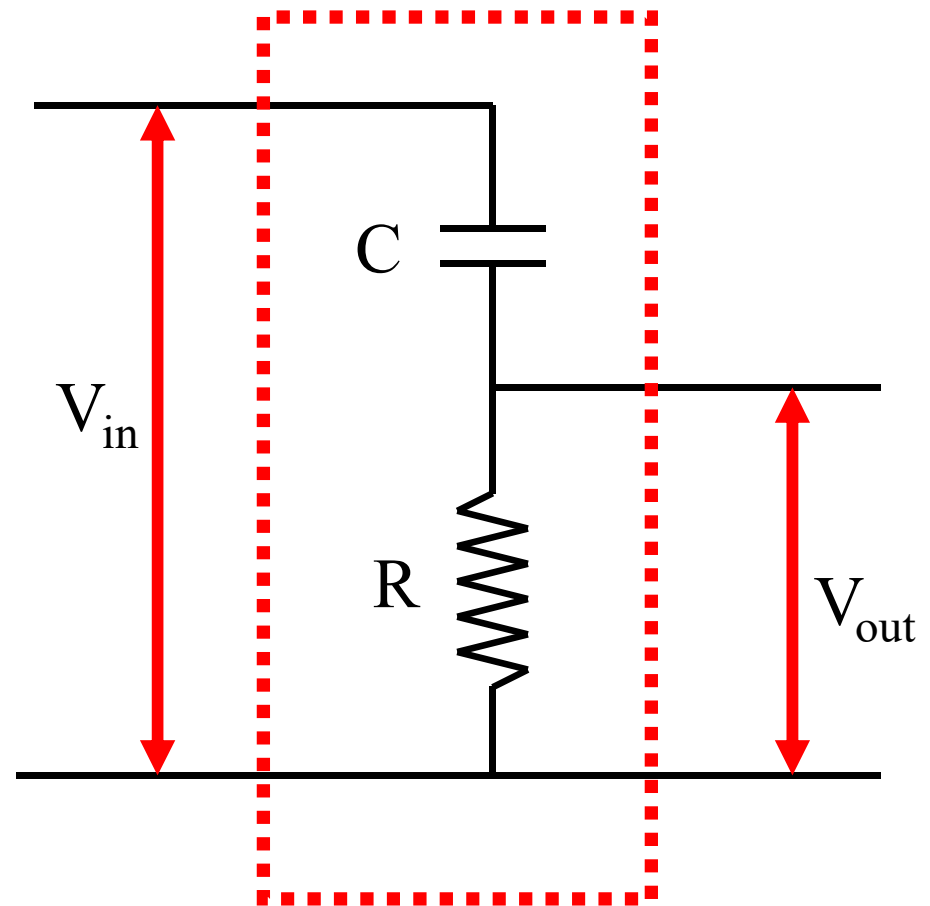
- Da cui

$$\vec{V}_R = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \vec{V}_{in}$$

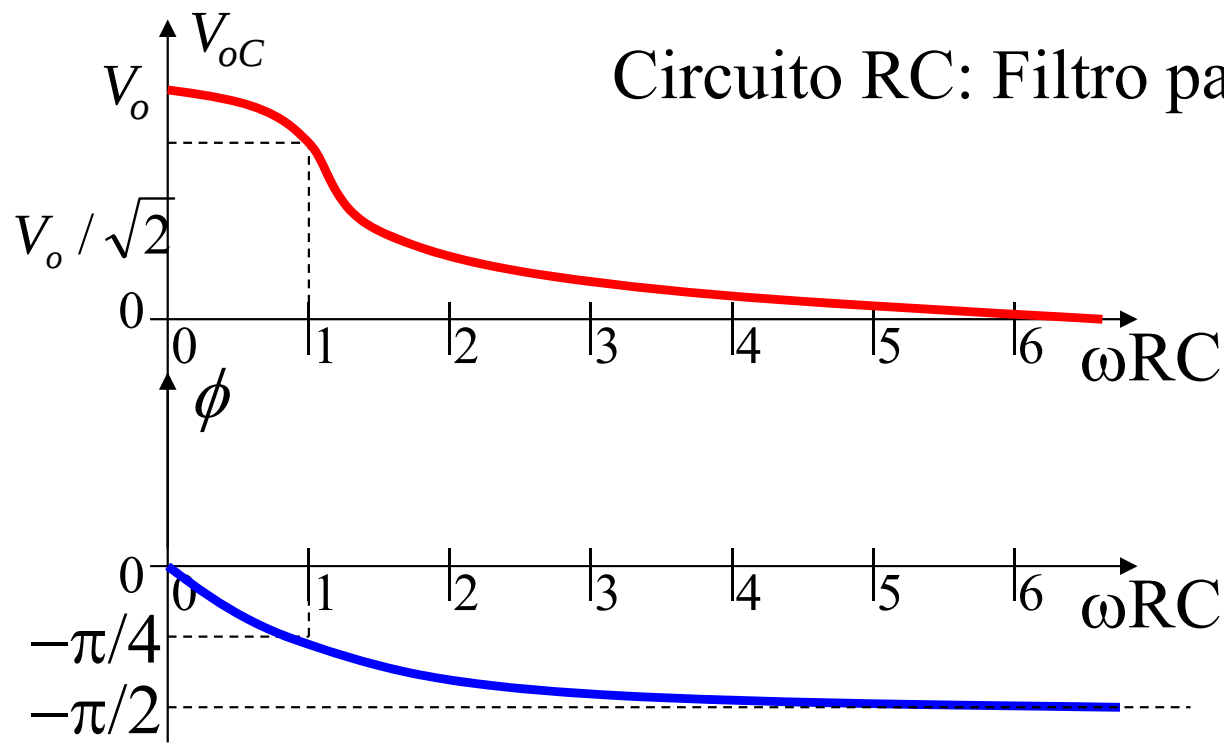
$$V_{oR} = \frac{\tau\omega V_{oin}}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}}$$

$$\varphi = \arctan (1 / \omega\tau)$$

- Il circuito CR è un filtro passa alto.



Circuito RC: Filtro passa basso:

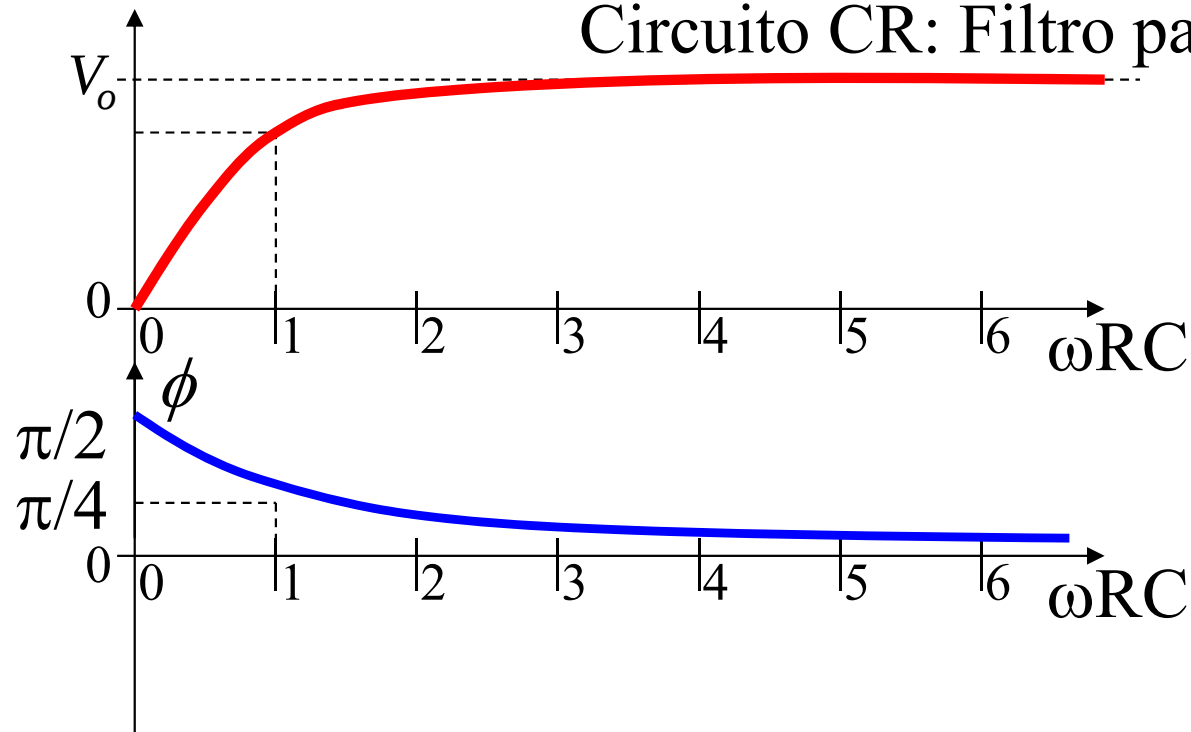


$$\vec{V}_C = \frac{1}{1 + j\omega RC} \vec{V}_{in}$$

$$V_{oC} = \frac{V_{oin}}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

$$\phi = \arctan(-\omega\tau)$$

Circuito CR: Filtro passa alto :

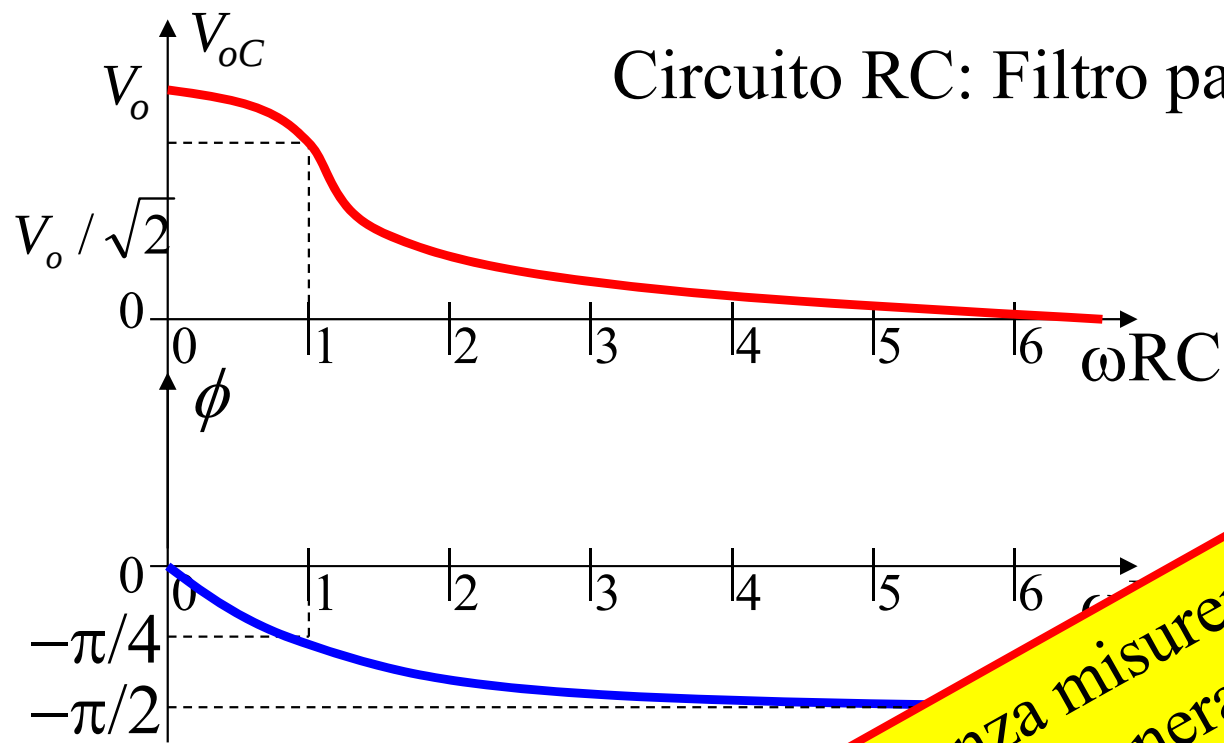


$$\vec{V}_R = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \vec{V}_{in}$$

$$V_{oR} = \frac{\tau\omega V_{oin}}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}}$$

$$\phi = \arctan(1 / \omega\tau)$$

Circuito RC: Filtro passa basso:



$$\vec{V}_C = \frac{1}{1 + j\omega RC} \vec{V}_{in}$$

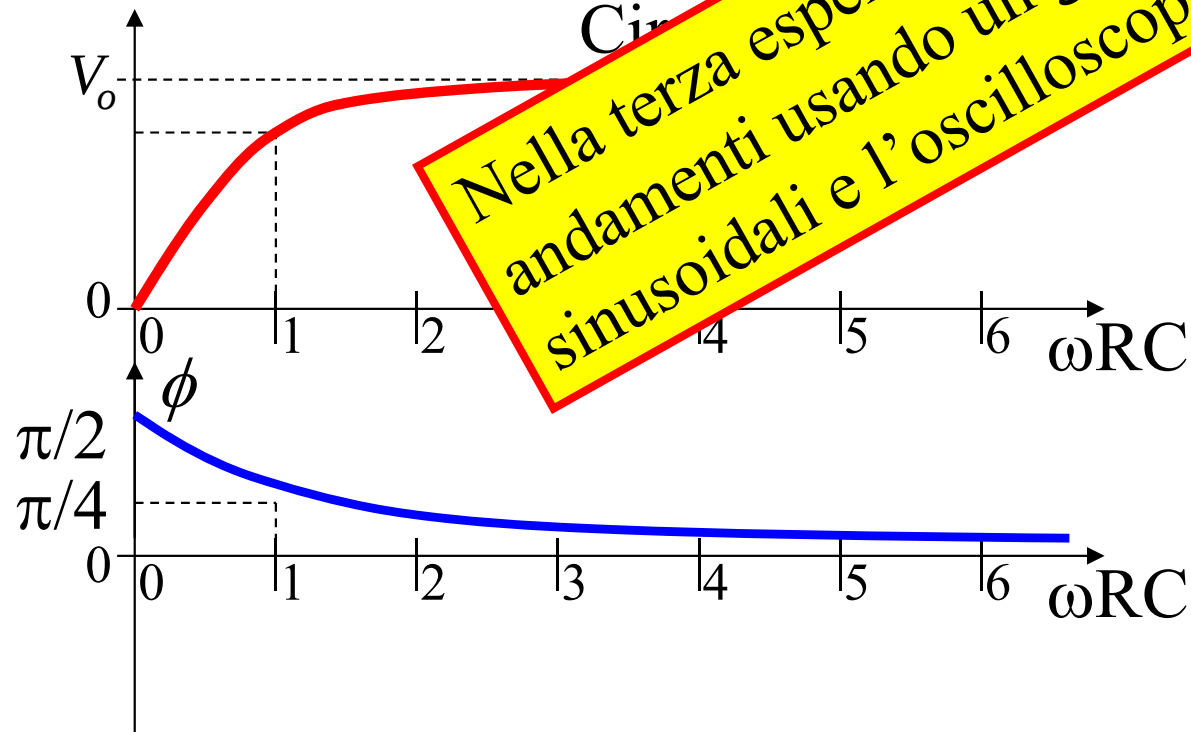
$$V_{oin}$$

$$\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}$$

$$\arctan(-\omega\tau)$$

Nella terza esperienza misurerete questi andamenti usando un generatore di onde sinusoidali e l'oscilloscopio

Circuito RC: Filtro passa alto:



$$\vec{V}_R = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \vec{V}_{in}$$

$$V_{oR} = \frac{\tau\omega V_{oin}}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}}$$

$$\phi = \arctan(1 / \omega\tau)$$

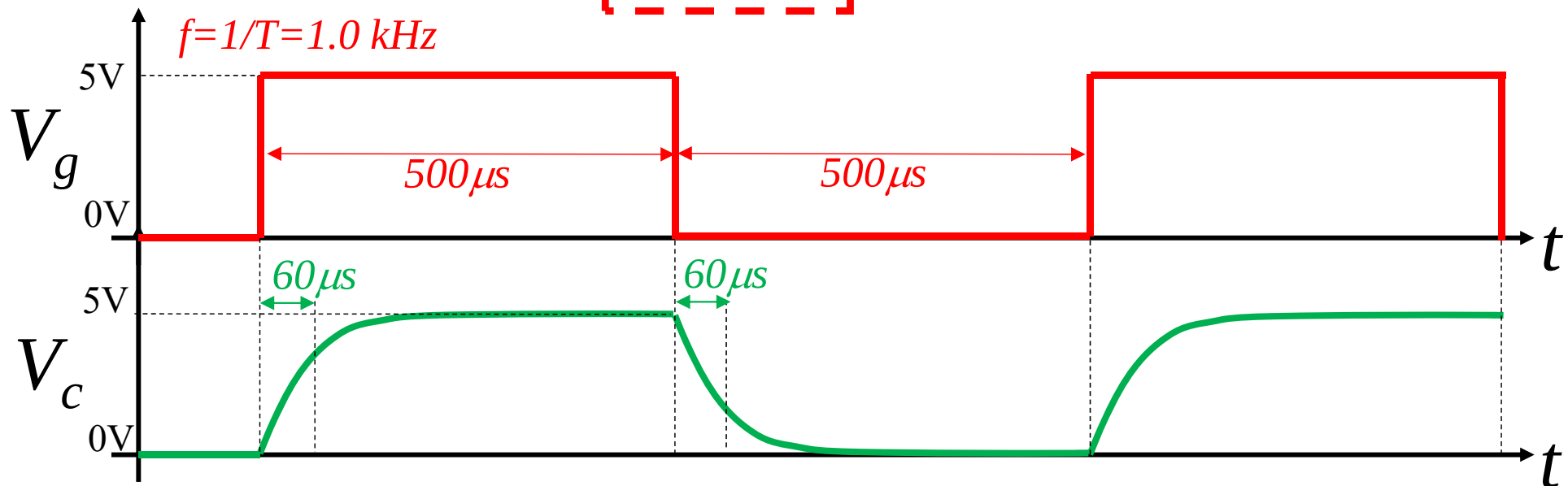
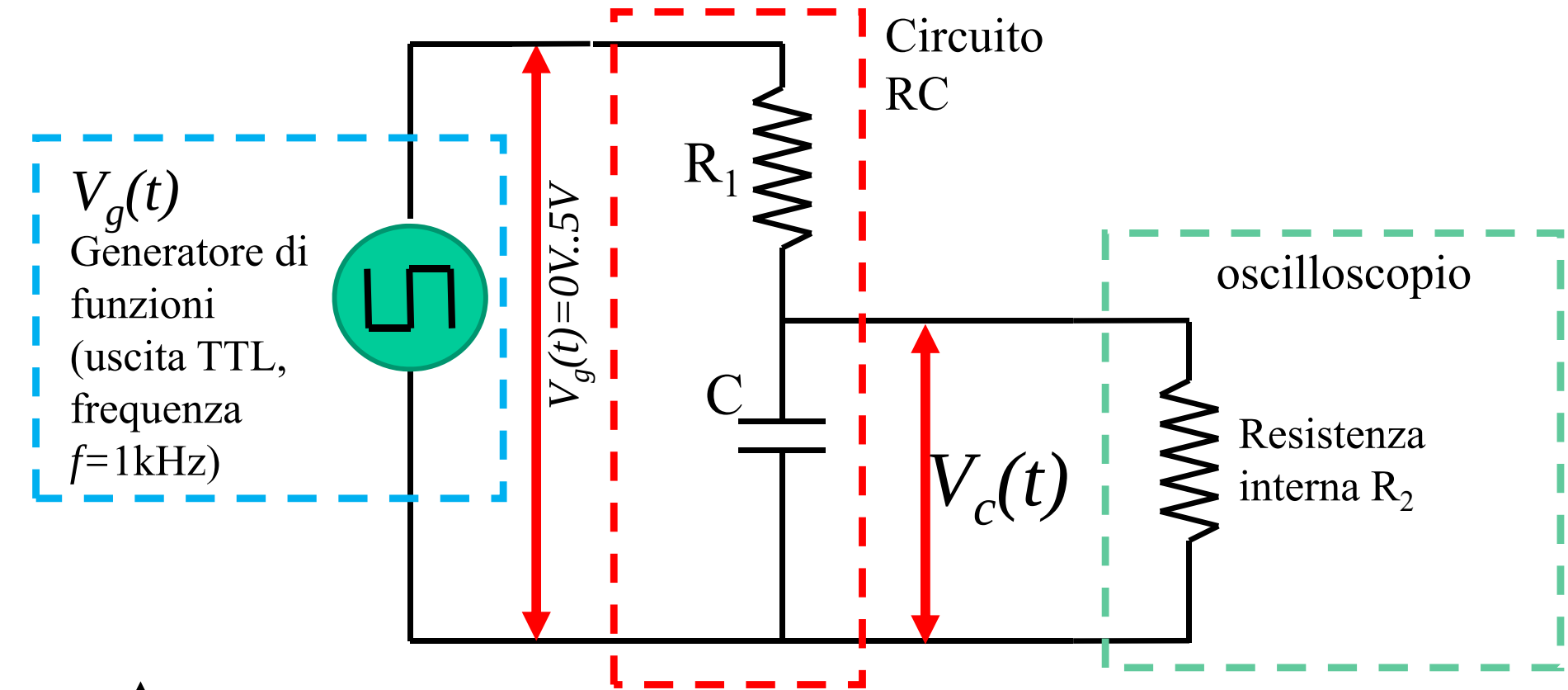
Seconda esperienza (11 Aprile 2018)

- Carica e scarica di un condensatore (con costante di tempo breve).
- Uso dell' oscilloscopio.
- Studio del circuito RC (onda quadra) e CR (onda quadra)
- Avrete a disposizione:
 - Condensatori
 - Resistenze
 - Cronometro
 - Multimetro digitale
 - Cavi di collegamento
 - Oscilloscopio iso-tech isr 622 a 2 canali
 - Generatore di segnali alternati (sinusoidali, quadri etc.)

Prima parte esercitazione 2 : carica e scarica del condensatore (circuito RC con breve costante di tempo)

- Sostituire R e C con valori inferiori ($2.7\text{k}\Omega$ e 22nF). La costante di tempo è molto diminuita ($RC=59\mu\text{s}$) e il processo è troppo veloce per usare voltmetro e cronometro.
- Però si può visualizzare lo stesso il processo di carica (e scarica) usando l'oscilloscopio.
- Invece che caricare e scaricare il condensatore collegandolo a mano all'alimentatore V_o , si usa un generatore di funzioni che può generare tensioni periodiche di diverse forme.
- L'uscita TTL genera una tensione periodica che si alterna tra 0V e 5V.
- Usando un periodo molto più lungo della costante di tempo, quando la tensione transisce da 0 a 5V inizia la carica del condensatore, che si completa prima che la tensione transisca nuovamente a 0V.
- Quando transisce da 5V a 0V parte la scarica. Anche questa si completa prima della successiva transizione del generatore da 0V a 5V.

Prima parte esercitazione 2 : carica e scarica del condensatore
(circuito RC con breve costante di tempo)



Generatore di funzioni



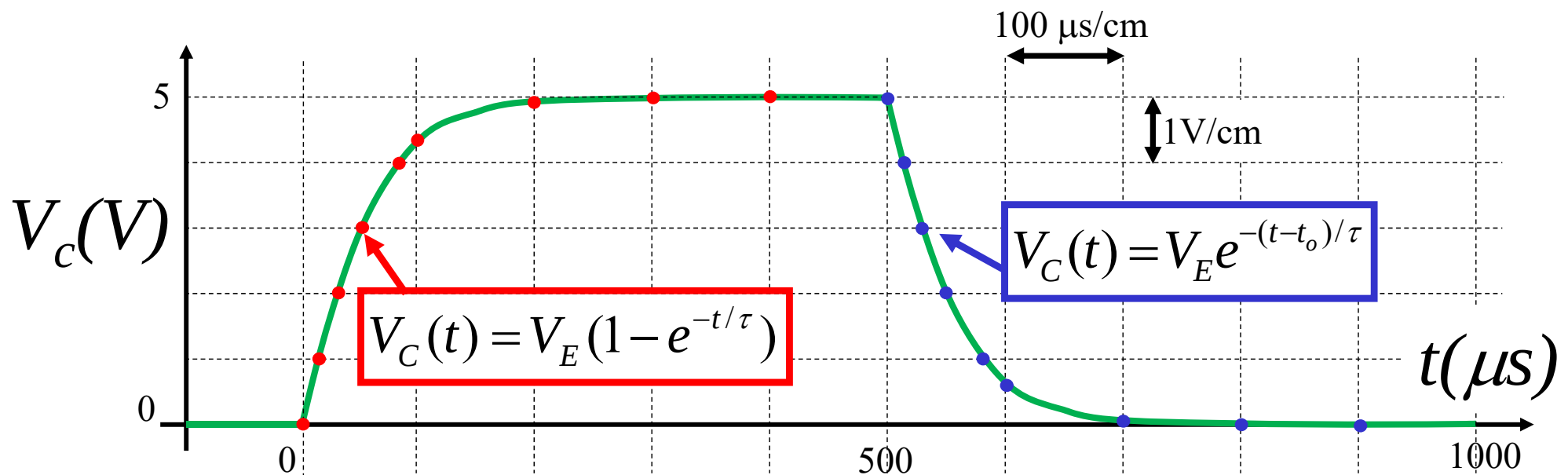
Regolazione frequenza

Uscita TTL del generatore di funzioni

Prima parte esercitazione 2 :

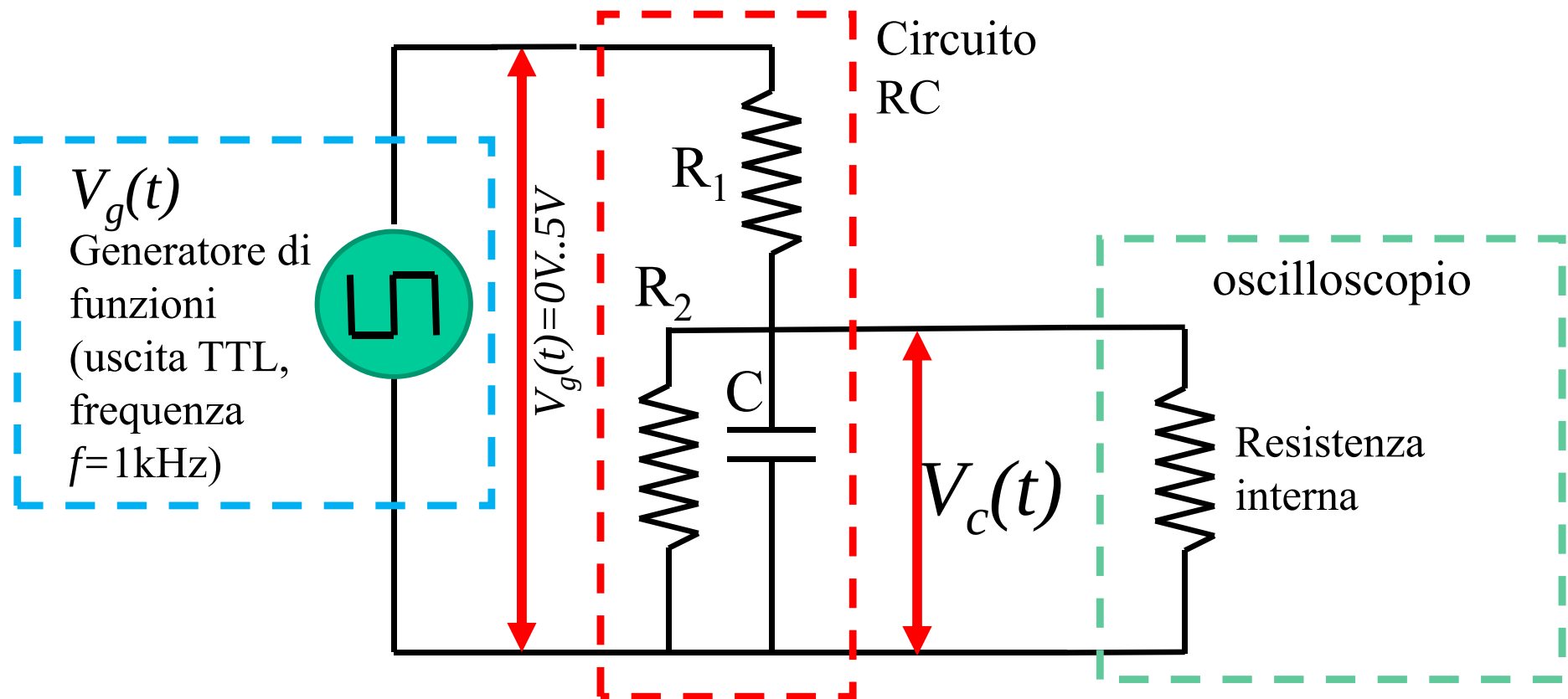
(circuito RC con breve costante di tempo)

- Scegliendo un periodo dell'onda quadra di 1 ms (frequenza 1 kHz) si ha abbastanza tempo nella fase alta e nella fase bassa della tensione del generatore per consentire la carica e scarica praticamente complete del condensatore.
- Sullo schermo si possono quindi campionare i valori della tensione al passare del tempo, e ricostruire lo stesso grafico fatto nella prima parte dell'esperienza, dal quale si misurerà nello stesso modo la nuova costante di tempo.
- Si possono usare anche i dati della scarica, con la formula relativa, e la costante di tempo deve venire la stessa entro gli errori.
- La resistenza interna dell'oscilloscopio è molto elevata ($1\text{M}\Omega$) e quindi non è facilmente misurabile in questo caso.

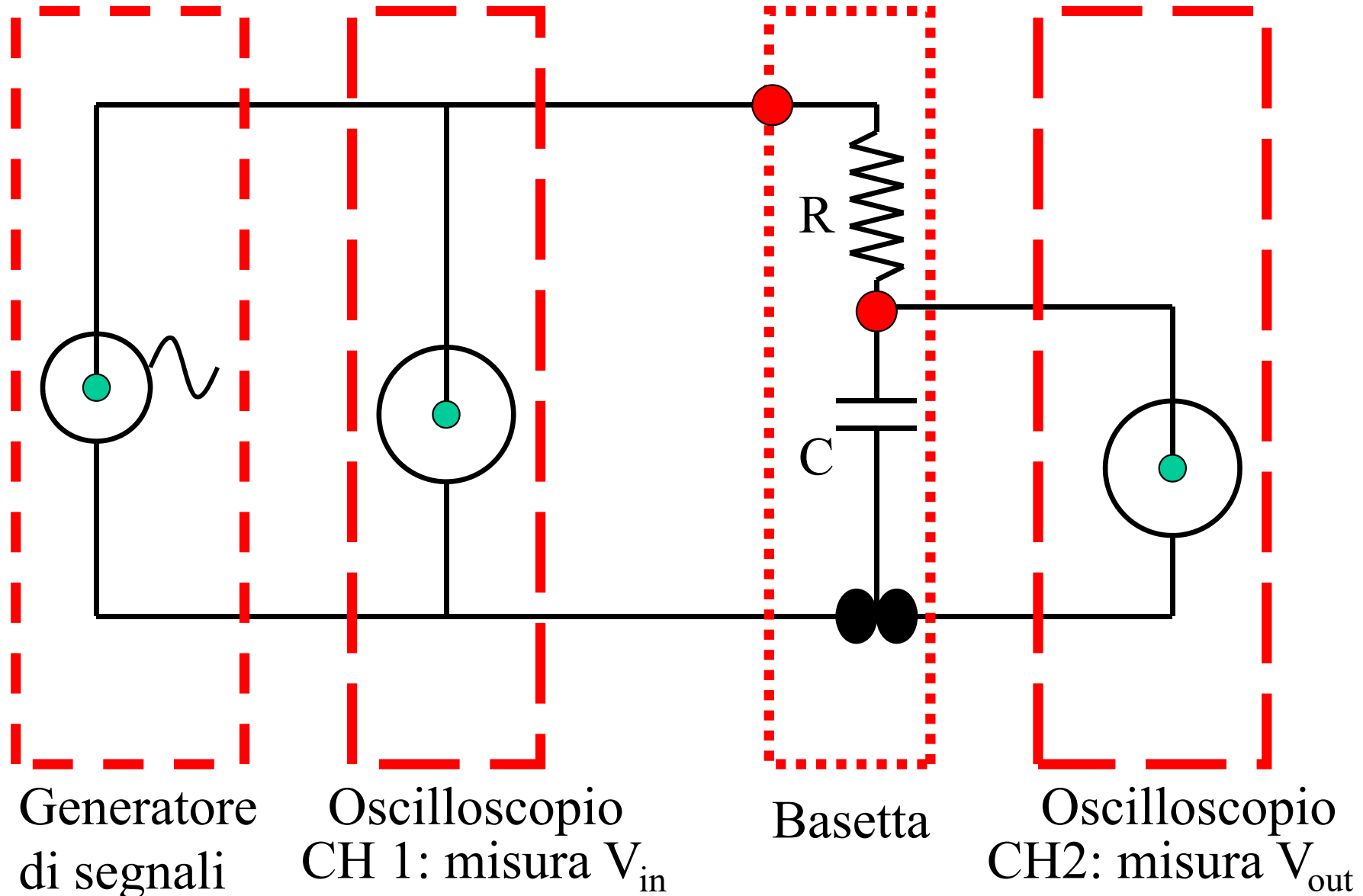


Seconda parte esercitazione 2 : (circuito RC con breve costante di tempo con partitore)

- Si aggiunge un resistore in parallelo al condensatore (ad es. da $2.7\text{k}\Omega$).
- Si ripetono le misure di tensione ai capi del condensatore in funzione del tempo. Che differenze ci sono rispetto al caso precedente ?
- Quale è il valore asintotico per la tensione di carica del condensatore?
- Come cambia la costante di tempo? Perché? (vedi lezioni)



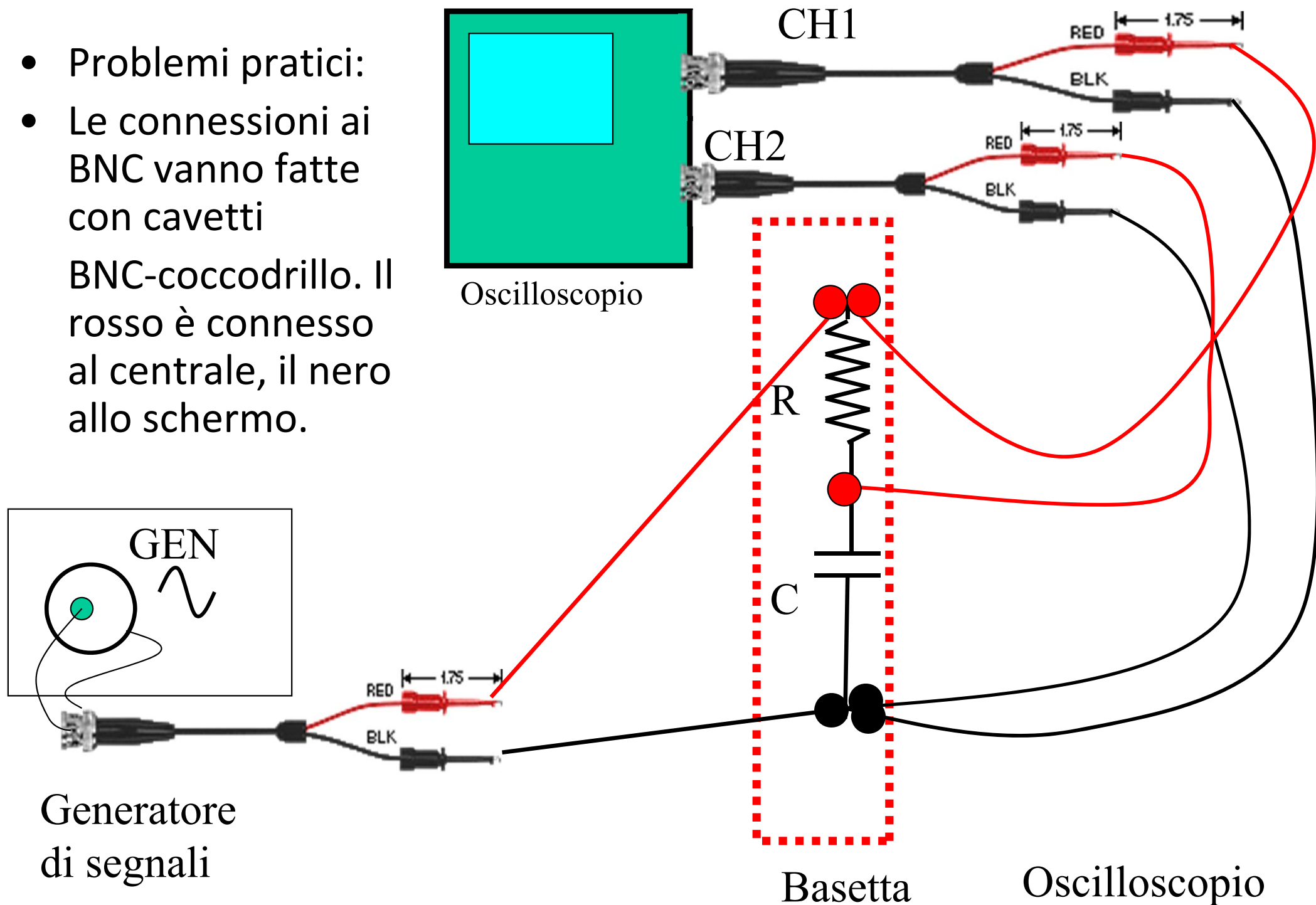
Circuito RC : schema di montaggio



● =coccodrilli rossi

● =coccodrilli neri

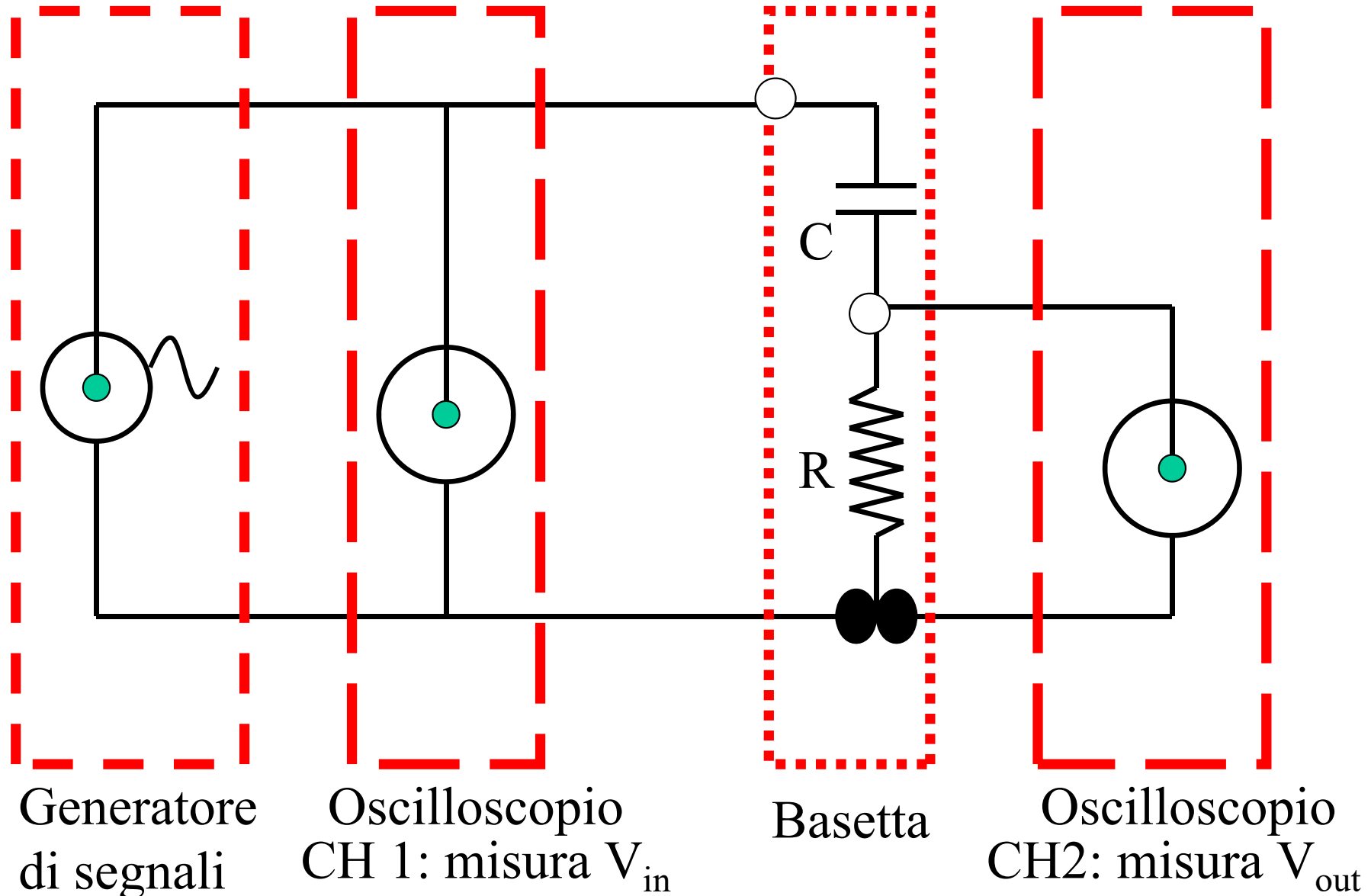
- Problemi pratici:
- Le connessioni ai BNC vanno fatte con cavetti BNC-coccodrillo. Il rosso è connesso al centrale, il nero allo schermo.



Terza parte esercitazione 2 :
(circuito CR con breve costante di tempo)

- Scambiando R con C nel circuito della parte 1 dell'esperienza, e prendendo il segnale ai capi di R, si misuri, con l'onda quadra in ingresso, la tensione in funzione del tempo.
- Si verifichi che il valore della costante di tempo è entro gli errori, compatibile con quella ricavata nella parte 1 dell'esperienza.
- Confrontare con il valore ottenuto a partire dalla misura di R e C con il ponte

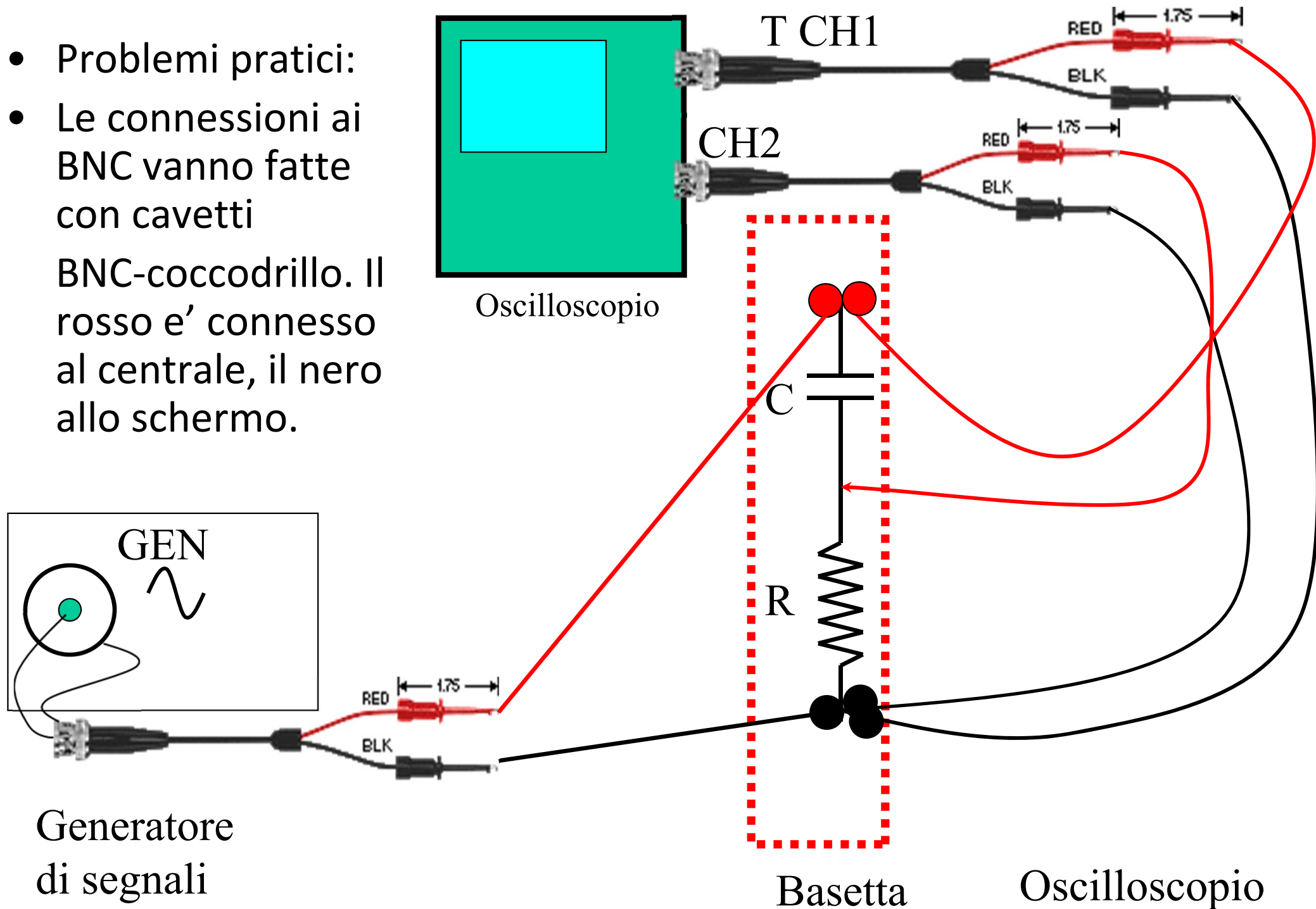
Circuito CR : schema di montaggio



○ = coccodrilli rossi

● = coccodrilli neri

- Problemi pratici:
- Le connessioni ai BNC vanno fatte con cavetti BNC-coccodrillo. Il rosso e' connesso al centrale, il nero allo schermo.



Terza parte esercitazione 2 : (circuito CR con breve costante di tempo)

- Scegliendo un periodo dell'onda quadra di 1 ms (frequenza 1 kHz) si ha abbastanza tempo nella fase alta e nella fase bassa della tensione del generatore per consentire la carica e scarica praticamente complete del condensatore.

