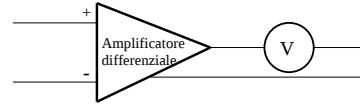


Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- Si può migliorare lo strumento di misura di correnti e tensioni in due modi:
 - Diminuendo le perturbazioni che esso introduce nel circuito
 - Costruendo circuiti che convertono il risultato della misura in forma digitale, in modo da
 - Usare una visualizzazione numerica, eliminando l'errore di lettura sulla scala graduata
 - poterlo acquisire su un computer per una successiva elaborazione.

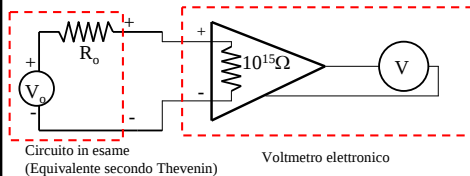
Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- Le perturbazioni introdotte dallo strumento analogico sono dovute alla resistenza relativamente bassa della bobina mobile (e' un avvolgimento di filo) ed alla corrente relativamente alta necessaria a produrre la coppia necessaria per muovere l'equipaggio mobile.
- Si possono utilizzare dei circuiti amplificatori, inserendoli tra il circuito sotto misura e l'amperometro, in modo da produrre una corrente nell'amperometro amplificata di un fattore $G > 1$ rispetto alla corrente estratta dal circuito in esame.
- All'interno di questi amplificatori si utilizzano Transistor a Effetto di Campo (FET, field effect transistor), che permettono di generare correnti rilevanti estraendo una corrente trascurabile ($i_A = 10^{-15} A$) dal circuito in esame.



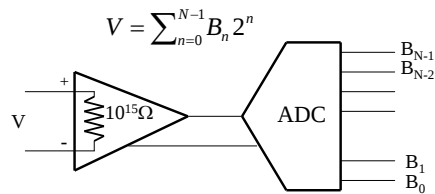
Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- Le perturbazioni introdotte dallo strumento analogico sono dovute alla resistenza relativamente bassa della bobina mobile (e' un avvolgimento di filo) ed alla corrente relativamente alta necessaria a produrre la coppia necessaria per muovere l'equipaggio mobile.
- Si possono utilizzare dei circuiti amplificatori, inserendoli tra il circuito sotto misura e l'amperometro, in modo da produrre una corrente nell'amperometro amplificata di un fattore $G > 1$ rispetto alla corrente estratta dal circuito in esame.
- All'interno di questi amplificatori si utilizzano Transistor a Effetto di Campo (FET, field effect transistor), che permettono di generare correnti rilevanti estraendo una corrente trascurabile ($i_A = 10^{-15} A$) dal circuito in esame.



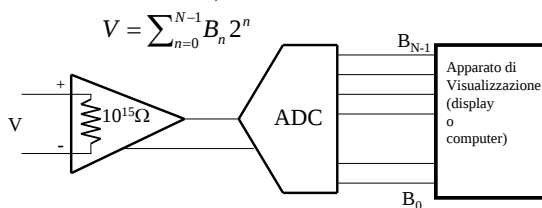
Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- La tensione in uscita dal voltmetro può essere convertita in un numero digitale utilizzando un apposito Convertitore Analogico Digitale (ADC = analog to digital converter).
- Si tratta di un circuito che converte una tensione in ingresso in un insieme di N livelli di tensione in uscita, ciascuno dei quali rappresenta un bit della rappresentazione binaria $\{B_n, n=0, N-1\}$ del valore della tensione ($B_n = 0$ o 1 a seconda che il livello di tensione sull'n-ma linea sia 0 o 5V).



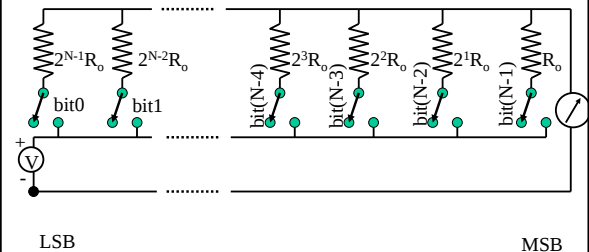
Voltmetri e Amperometri Digitali Elettronici

- La tensione in uscita dal voltmetro può essere convertita in un numero digitale utilizzando un apposito Convertitore Analogico Digitale (ADC = analog to digital converter).
- Si tratta di un circuito che converte una tensione in ingresso in un insieme di N livelli di tensione in uscita, ciascuno dei quali rappresenta un bit della rappresentazione binaria $\{B_n, n=0, N-1\}$ del valore della tensione ($B_n = 0$ o 1 a seconda che il livello di tensione sull'n-ma linea sia 0 o 5V).



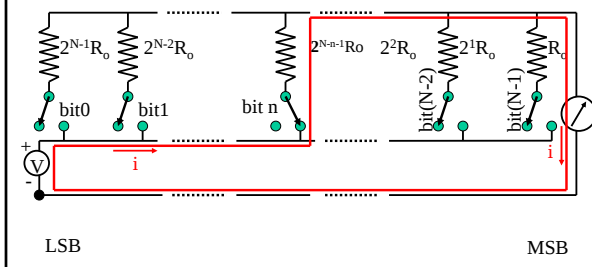
Convertitore Digitale Analogico - 1

- Consideriamo una rete fatta di N resistenze con valori che vanno da R_0 a $2^{N-1}R_0$.
- Usando i deviatori, ciascuna delle resistenze può essere connessa a V oppure no, a seconda che il relativo bit sia 1 o 0.

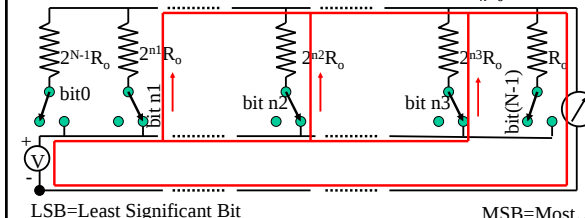


Convertitore Digitale Analogico - 1

- Quando si accende il bit n , nell' amperometro scorre una corrente $i = V / 2^{N-n-1} R_o$

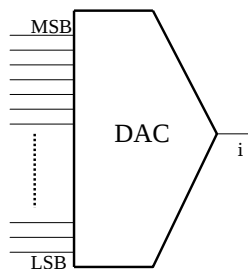


- Se si accendono i bit $n1, n2, n3$, nell' amperometro scorre una corrente $i = V(1/2^{N-n1-1}R_o + 1/2^{N-n2-1}R_o + 1/2^{N-n3-1}R_o)$
- Ma la corrente di ciascun bit e' un multiplo della corrente del bit piu' piccolo $i_o = V/2^{N-1}R_o$
- Quindi l' LSB produce una corrente i_o , il successivo $2i_o$, il successivo $4i_o$ e cosi' via fino a $2^{N-1}i_o$ per il MSB.
- Si puo' approssimare una i qualsiasi con la combinazione binaria dei bit opportuni (quantizzando la i con passo i_o). $i = i_o \sum_{n=0}^{N-1} B_n 2^n$

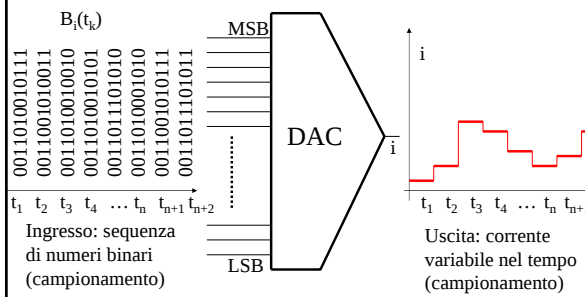


Convertitore Digitale- Analogico

- Un convertitore Digitale-Analogico (DAC, digital to analog converter) a N bit e' un circuito con N ingressi ed una uscita
- In ingresso ci sono le N tensioni che rappresentano il numero binario d' ingresso B_n : $V_i = 0$ o V a seconda che $B_i = 0$ o 1
- In uscita c' e' la corrente proporzionale al numero d' ingresso: $i = i_o \sum_{n=0}^{N-1} B_n 2^n$

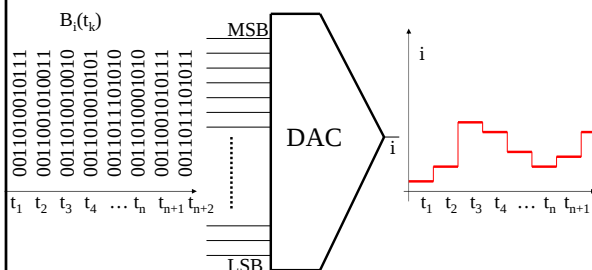


Convertitore Digitale- Analogico



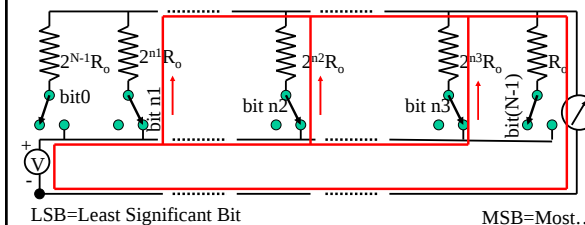
Convertitore Digitale- Analogico

- L' applicazione tipica e' il riproduttore di musica digitale (CD):



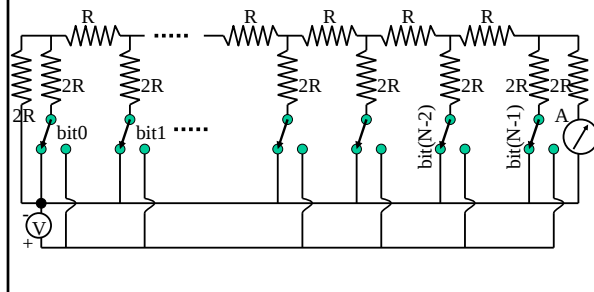
Convertitore Digitale Analogico - 1

- Il difetto di questo circuito e' che R_o deve essere molto maggiore della resistenza interna dell' amperometro (che gia' da sola puo' essere $1k\Omega$).
- Allora per 16 bit ($2^{16}=65536$ livelli di corrente) la resistenza piu' grande deve essere $>>2^{15}k\Omega$, e contemporaneamente precisa entro $1k\Omega$. Non si fa !

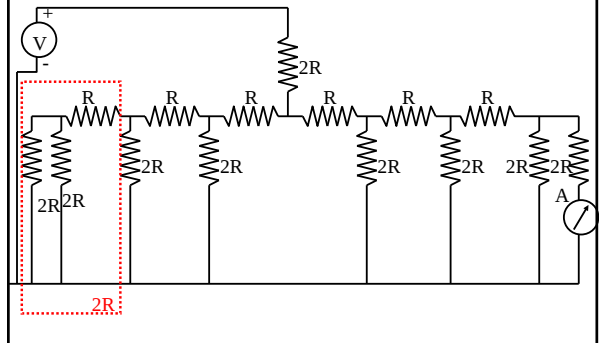


Convertitore Digitale Analogico - 2

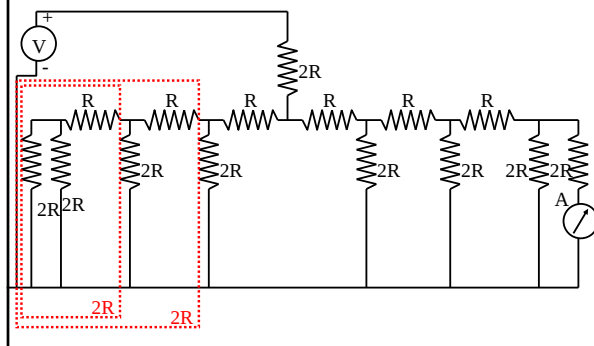
- Consideriamo invece una rete fatta di resistenze R e $2R$ come sotto.
- Usando i deviatori, ciascuna delle resistenze $2R$ può essere connessa a 0 oppure a V a seconda che il relativo bit sia 0 o 1.



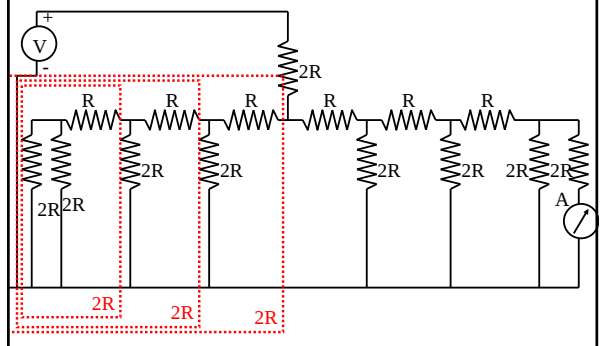
- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



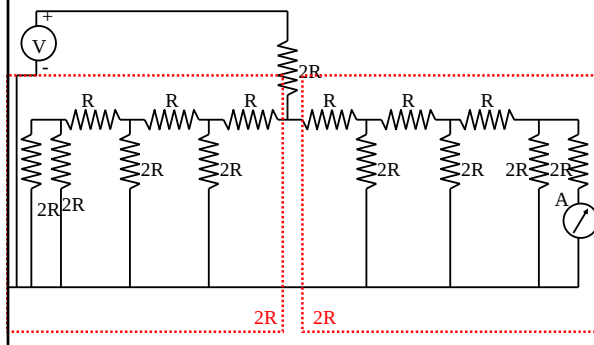
- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



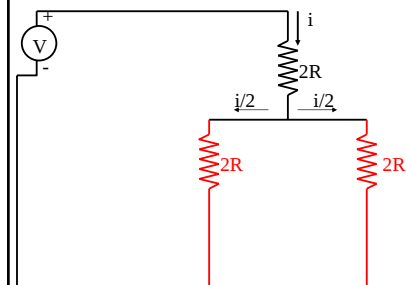
- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



- Quando si connette a $+V$ uno qualsiasi dei bit, la corrente attraverso di esso si divide in parti uguali nei due rami del circuito.
- Infatti:



- Inoltre $i = V/3R$

-

- L' ADC si costruisce dal DAC.
- Un contatore alterna all' ingresso dell' DAC tutti i numeri binari possibili (da 0 a 2^{N-1}). Dal DAC esce quindi una rampa di corrente crescente al crescere del numero.
- Un comparatore confronta la corrente in uscita dal DAC con la corrente da misurare: quando sono uguali il contatore viene fermato: il numero binario a cui e' arrivato e' la rappresentazione binaria della corrente in ingresso.
- Questo numero puo' essere trasferito al visualizzatore o al computer per immagazzinarlo.
- Nella scheda audio di un normale computer ci sono 2 ADC (e' stereo) che fanno questo lavoro di campionatura dei segnali musicali 44100 volte al secondo, con risoluzione di 16 bit.

Contatore: parte da 0 e arriva a 2^N

MSB

DAC

LSB

i

i_o

Comparator: diventa alto quando i diventa maggiore di i_o

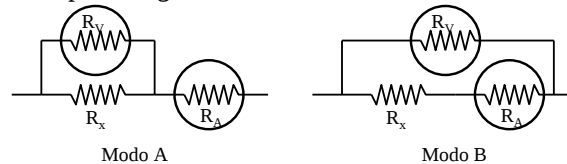
Ferma il contatore quando diventa alto

The diagram illustrates a DAC system with a feedback loop. A 'clock' block (blue) provides a timing signal to a 'Contatore: parte da 0 e arriva a 2^{N-1} ' (green). The counter outputs a series of bits, labeled 'MSB 2^{N-1} ' and 'LSB 2^0 ', which are fed into a 'DAC' block. The DAC outputs a current i , which is then converted to a voltage by an 'Amplificatore Differenziale Ad alta R_i '. The output voltage i_o is fed back to a 'Comparatore: diventa alto quando i diventa maggiore di i_o '. The comparator's output is used to 'Ferma il contatore quando diventa alto' (stop the counter when it becomes high), which is indicated by a feedback line from the comparator back to the counter.

- Contiene al suo interno tutta l' elettronica di cui sopra.
- Comunque non e' uno strumento perfetto !
- Leggere il manuale per capire sensibilita' e precisione.

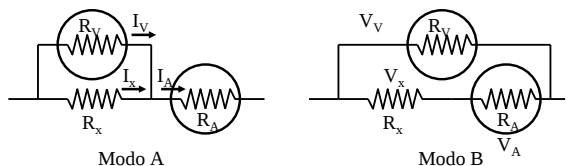


- Il modo più banale di misurare una resistenza è quello di misurare la differenza di potenziale V ai suoi capi e la corrente I che ci scorre. Poi si usa la legge di Ohm: $R_x = V/I$.
- Avendo a disposizione due strumenti di misura, si può eseguire la misura in due modi:



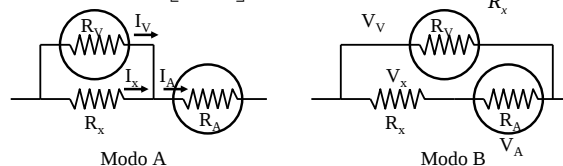
Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

- Nel modo A la ddp misurata e' proprio quella ai capi di R_x , ma la corrente misurata e' la somma di quella in R_x e di quella nel voltmetro.
- Nel modo B la corrente misurata e' proprio quella attraverso R_x , ma la ddp e' la somma di quella ai capi di R_x e della caduta sull' amperometro.



Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

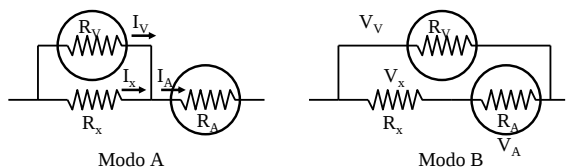
$$\begin{aligned}
 I_A &= I_V + I_x & I_A &= I_x \\
 R_V I_V &= R_x I_x & V_V &= I_x (R_x + R_A) \quad ; \quad V_x = I_x R_x \\
 \Rightarrow I_x &= I_A \frac{1}{1 + \frac{R_x}{R_V}} & \Rightarrow V_x &= V_V \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R_x}} \\
 \Rightarrow R_x &= \frac{V_V}{I_A} \left[1 + \frac{R_x}{R_V} \right] & \Rightarrow R_x &= \frac{V_x}{I_x} = \frac{V_V}{I_A} \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R_x}}
 \end{aligned}$$



Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

$$R_x = \frac{V_V}{I_A} \left[1 + \frac{R_x}{R_V} \right] \quad R_x = \frac{V_V}{I_A} \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R_x}}$$

- Quindi in ambedue i casi il rapporto di tensione e corrente misurate e' una prima approssimazione del valore della resistenza.
- Nel modo A la misura e' tanto piu' precisa quanto $R_V > R_x$.
- Nel modo B la misura e' tanto piu' precisa quanto piu' $R_A < R_x$

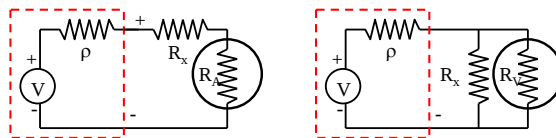


Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

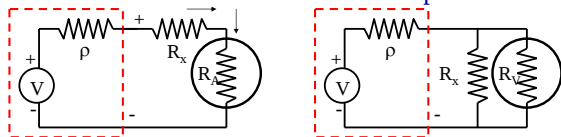
- Se si ha a disposizione un solo multimetro, si eseguono sequenzialmente la misura di corrente e quella di tensione.



- La resistenza sara' inserita in un circuito che ci fa scorrere corrente:

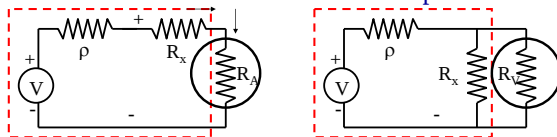


Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

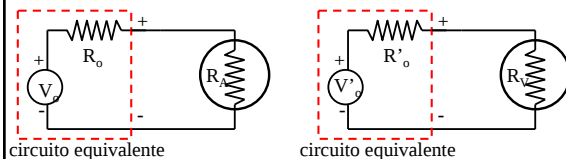


- Nella prima configurazione la corrente che scorre nell' amperometro e' uguale a quella che scorre nella resistenza; nel secondo caso la ddp misurata dal voltmetro e' uguale a quella ai capi della resistenza (ma la corrente nella R_x e' diversa da prima..)

Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

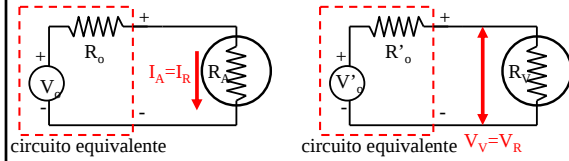


- Possiamo schematizzare il circuito esterno al multimetro secondo Thevenin: $V_o = V$, $R_o = \rho + R_x$; $R'_o = \rho / R_x$, $V'_o = V R_x / (\rho + R_x)$



Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

- Possiamo schematizzare il circuito esterno al multimetro secondo Thevenin: $V_0 = V$, $R_0 = \rho + R_x$; $R'_0 = \rho // R_x$, $V'_0 = VR_x / (\rho + R_x)$



- La tensione e la corrente misurate nei due casi sono quindi:

$$I_x = \frac{V_0}{R_0 + R_A} = \frac{V}{\rho + R_x + R_A} = \frac{V}{R_x \left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_x}\right)}$$

$$V_x = V'_0 \frac{R_V}{R_V + R_0} = \left(\frac{VR_x}{\rho + R_x}\right) \left(\frac{R_V}{R_V + \rho // R_x}\right) = \dots\dots$$

Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

$$I_x = \frac{V_0}{R_0 + R_A} = \frac{V}{\rho + R_x + R_A} = \frac{V}{R_x \left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_x}\right)}$$

$$V_x = \left(\frac{VR_x}{\rho + R_x}\right) \left(\frac{R_V}{R_V + \rho // R_x}\right) = \dots\dots$$

$$\frac{V_x}{I_x} = \frac{R_x \left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_x}\right)}{\left(\frac{R_x}{\rho + R_x}\right) \left(\frac{R_V}{R_V + \rho // R_x}\right)} = R_x \frac{\left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_x}\right)}{\left(1 + \frac{\rho}{R_x}\right) \left(1 + \frac{\rho}{R_V + \rho // R_x}\right)}$$

Quindi all'ordine 0: $R_x^{(0)} = \frac{V_x}{I_x}$

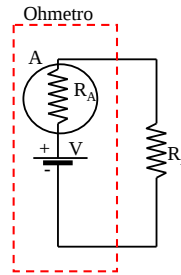
Misure di resistenza: Metodo Voltamperometrico

$$\frac{V_x}{I_x} = \frac{R_x \left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_x}\right)}{\left(\frac{R_x}{\rho + R_x}\right) \left(\frac{R_V}{R_V + \rho // R_x}\right)} = R_x \frac{\left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_x}\right)}{\left(1 + \frac{\rho}{R_x}\right) \left(1 + \frac{\rho}{R_V + \rho // R_x}\right)}$$

Quindi all'ordine 0: $R_x^{(0)} = \frac{V_x}{I_x}$

E all'ordine 1: $R_x^{(1)} = R_x^{(0)} \frac{\left(1 + \frac{\rho}{R_x^{(0)}}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\rho}{R_V + \rho // R_x^{(0)}}\right)}{\left(1 + \frac{\rho + R_A}{R_x^{(0)}}\right)}$

Misure di Resistenza: Ohmmetro



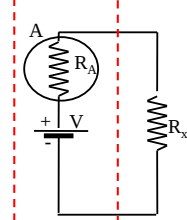
$$I = \frac{V}{R_A + R_x} \Rightarrow R_x = \frac{V}{I} - R_A$$

- E' uno strumento tarato con cui si eseguono misure di resistenza in modo semplice e rapido, anche se con sensibilita' e precisione modeste.
- E' costituito da una batteria con in serie un milliamperometro. Si misura la corrente che circola quando il circuito e' chiuso sulla resistenza incognita.
- La scala e' graduata in modo che ci si legga direttamente la resistenza Rx
- E' una scala fortemente non lineare.

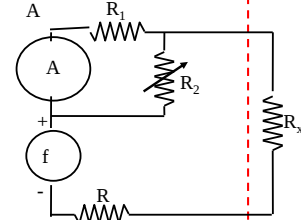
Misure di Resistenza: Ohmmetro

- Questo circuito non consente di variare la sensibilita' dello strumento ne' di compensare variazioni di tensione della batteria.
 - R=resistenza che permette di variare la portata; f=f.e.m. batteria
 - R1=resistenza interna amperometro
 - R2=resistenza addizionale di shunt, variabile (>>RA) per compensare la scarica della batteria

Ohmetro di base



Ohmetro reale



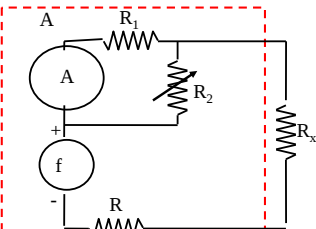
Misure di Resistenza: Ohmmetro

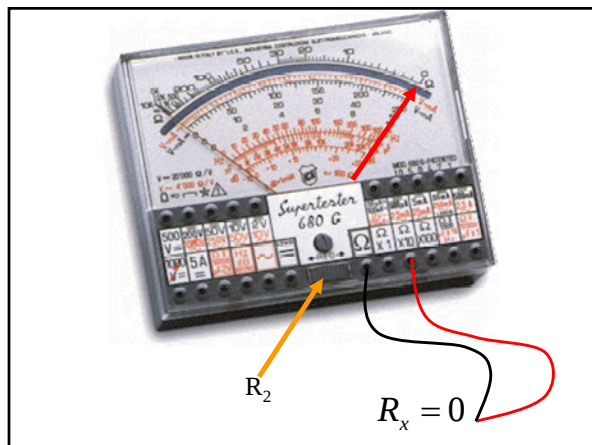
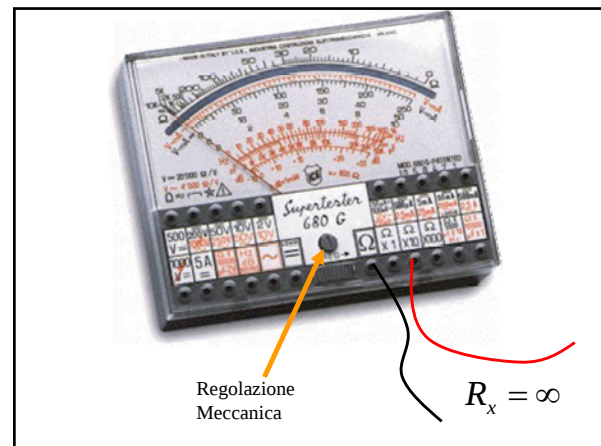
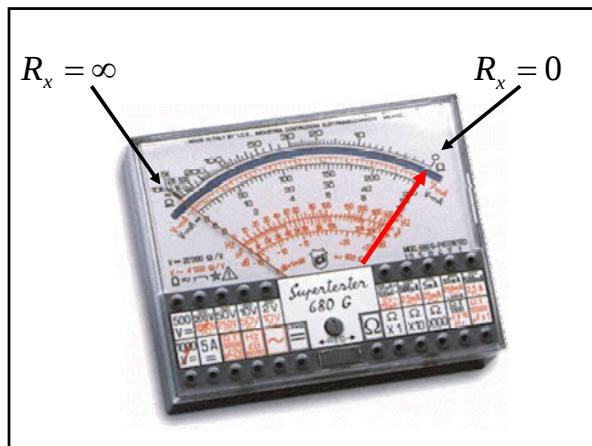
- La corrente I che passa nell' amperometro vale

$$I_A = I \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{f}{R + R_x + \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1}} \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{f}{(R + R_x)(1 + R_1 / R_2) + R_1}$$

- Quindi l' andamento di $I_A(R_x)$ e' iperbolico inverso: la corrente aumenta al diminuire della resistenza incognita.
- Si fissano f, R, R1, R2 in modo che $I(R_x = 0) = I_{FS}$.

$$I_A(R_x = 0) = I_{FS} = \frac{f}{R(1 + R_1 / R_2) + R_1}$$





Misure di Resistenza: Ohmmetro

- La natura non lineare dello strumento rende molto imprecisa la misura per R_x grande. Da:

$$I_A = \frac{f}{(R + R_x)(1 + R_1/R_2) + R_1} \quad \text{usando} \quad I_{FS} = \frac{f}{R(1 + R_1/R_2) + R_1}$$

si può ricavare R_x in funzione di I_A e poi differenziare rispetto a I_A : si ottiene:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\frac{\Delta I_A}{I_A}}{1 - \frac{I_A}{I_{FS}}} \rightarrow \infty \quad \text{se} \quad I_A \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad \text{se} \quad I_A \rightarrow \infty$$

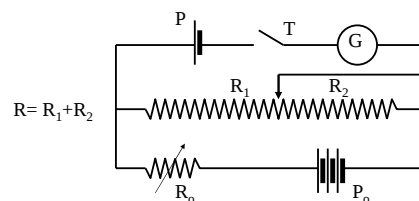
- Si conclude che l'errore relativo diverge ai due estremi della scala. Si deve quindi scegliere sempre un fondo scala che porti l'indice entro $\pm 30\%$ della metà della scala.

Misure di forze elettromotrici

- Il metodo potenziometrico o di Poggendorf permette di misurare la forza elettromotrice di un generatore confrontandola con una forza elettromotrice nota con precisione (pila campione).
- Si utilizzano un potenziometro ed un galvanometro (un amperometro estremamente sensibile) che viene usato come strumento di zero.

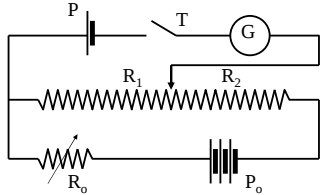
Misure di forze elettromotrici

- Si montano i componenti in modo che la f.e.m. campione si opponga alla f.e.m. da misurare nel ramo del galvanometro. Questa condizione si ottiene agendo sul potenziometro:



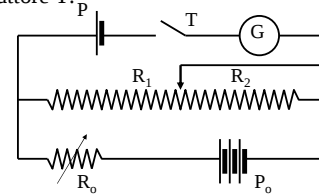
Misure di forze elettromotrici

- Quando l'interruttore T è aperto, la ddp ai capi della sezione R_1 del potenziometro è $V_1 = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$.



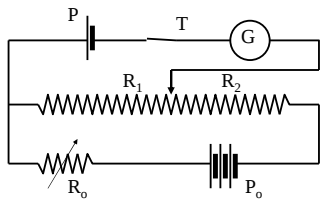
Misure di forze elettromotrici

- Quando l'interruttore T è aperto, la ddp ai capi della sezione R_1 del potenziometro è $V_1 = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$.
- Si regola il cursore del potenziometro in modo che $V_1 = P$.
- Questa condizione si può ottenere con grande sensibilità, verificando l'immobilità del galvanometro al chiudersi dell'interruttore T.



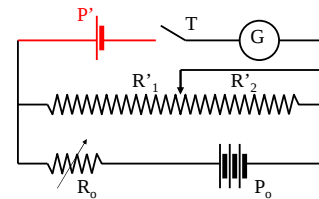
Misure di forze elettromotrici

- In queste condizioni $P = V_1 = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$.



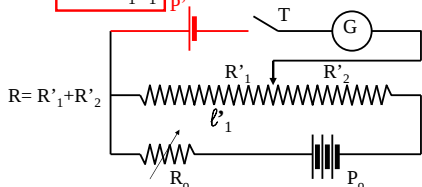
Misure di forze elettromotrici

- In queste condizioni $P = V_1 = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$.
- A questo punto si sostituisce la pila incognita P con una pila campione P' .
- L'equilibrio si otterrà in una nuova posizione del potenziometro: $P' = P_0 R'_1 / (R'_1 + R_0 + R'_2)$.



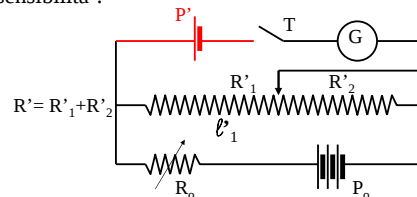
Misure di forze elettromotrici

- Confrontando le due relazioni $P = P_0 R_1 / (R_1 + R_0 + R_2)$ e $P' = P_0 R'_1 / (R'_1 + R_0 + R'_2)$ si ottiene (siccome $R'_1 + R'_2 = R_1 + R_2$ e quindi il denominatore è sempre lo stesso)
- $P = P' R_1 / R'_1$ dalla quale si misura P. Se il potenziometro è un semplice pezzo di conduttore omogeneo e di sezione costante, dalla legge di Ohm si ha $R_1 = \rho \ell_1 / S$ e $R'_1 = \rho \ell'_1 / S$ da cui $P = P' \ell_1 / \ell'_1$.



Misure di forze elettromotrici

- $P = P' \ell_1 / \ell'_1$: la misura di P viene quindi effettuata grazie a due misure di lunghezza.
- Il galvanometro viene usato come strumento di zero, quindi il risultato è indipendente dalla sua calibrazione e dalla sua precisione, ma dipende solo dalla sua grande sensibilità.



Esperienza del 27 Marzo 2013

- Divisa in due parti:
- Misure in corrente continua su una catena di resistori in serie – Scopo:
 - Imparare ad usare lo strumento universale ed il multimetro digitale
 - Verifica delle leggi di Ohm e di Thevenin
 - Verifica delle perturbazioni introdotte dagli strumenti
- Trasferimento di potenza – Scopo:
 - Imparare ad usare lo strumento universale ed il multimetro digitale
 - Verifica dell'effetto della resistenza interna del generatore (che viene aumentata artificialmente).

Esperienza del 27 Marzo 2013

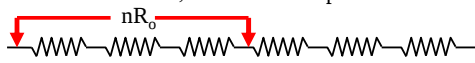
Avrete a disposizione:

- “Strumento universale” (multimetro analogico)
- Multimetro elettronico digitale
- Alimentatore (generatore reale di tensione)
- Batteria (generatore reale di tensione)
- Catena di resistori ($10 \times 100 \text{ k}\Omega$)
- Resistori vari

Misure sulla catena di resistori:

Misura preliminare.

- Verificare coi multimetri i valori delle resistenze
- Verificare i valori della serie di n resistori, per n che va da 1 a 10, con la catena aperta



- Verificare i valori della serie di n resistori, per n che va da 1 a 9, con la catena chiusa su se stessa.

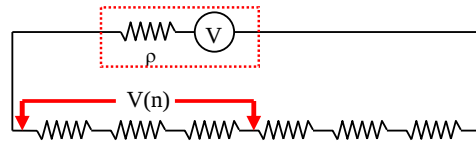


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si connette la catena al generatore.

- Si misurano le ddp $V(n)$ con
 - Strumento universale FS 2V
 - Strumento universale FS 10 V
 - Multimetro elettronico digitale

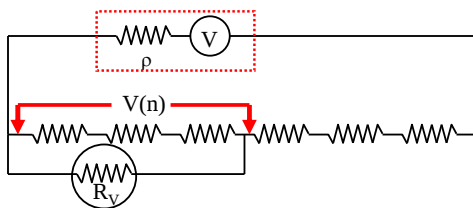


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si connette la catena al generatore.

- Si misurano le ddp $V(n)$ con
 - Strumento universale FS 2V
 - Strumento universale FS 10 V
 - Multimetro elettronico digitale

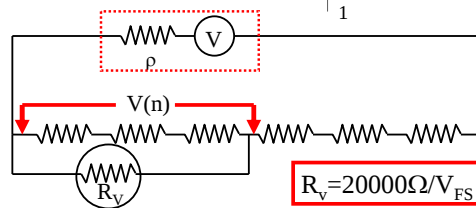
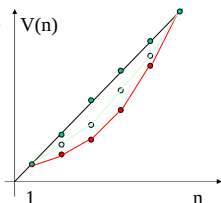


Misure sulla catena di resistori:

Misura della ddp ai capi di n resistori.

Si riportano in grafico le $V(n)$

- – Strumento universale FS 2V
- – Strumento universale FS 10 V
- – Multimetro elettronico digitale

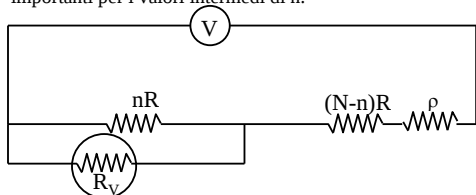


$$R_v = 20000 \Omega / V_{FS}$$

Misure sulla catena di resistori:

La perturbazione e' tanto maggiore quanto maggiore e' il numero di resistenze effettivamente in parallelo al voltmetro, perche' in quel caso R_v puo' diventare addirittura inferiore alla resistenza equivalente.

La resistenza "vista" da R_v e', secondo Thevenin, il parallelo tra nR e $(N-n)R + \rho$, ed e' quindi bassa sia quando n e' vicino a 1 che quando n e' vicino a N . Ci aspettiamo quindi piccole perturbazioni in questi due casi, e perturbazioni piu' importanti per i valori intermedi di n .

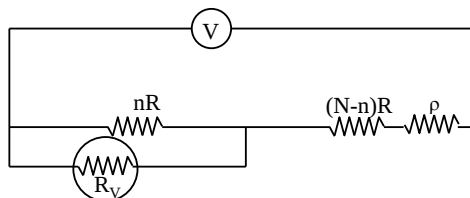


Misure sulla catena di resistori:

Per risolvere il problema basta considerare il partitore tra la resistenza $R_1 = (N-n)R + \rho$ e la resistenza $R_2 = nR / R_v$.

Possiamo quindi scrivere subito (trascurando ρ):

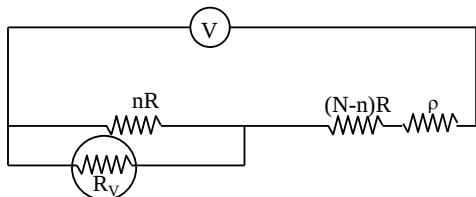
$$V_v = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V \frac{\frac{nRR_v}{nR + R_v}}{\frac{nRR_v}{nR + R_v} + (N-n)R} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_v}(N-n)}$$



Misure sulla catena di resistori:

Da cui si vede che la formula si riduce al caso banale $V_v = (n/N)V$ quando $R_v \gg n(N-n)R$.

$$V_v = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V \frac{\frac{nRR_v}{nR + R_v}}{\frac{nRR_v}{nR + R_v} + (N-n)R} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_v}(N-n)}$$



Misure sulla catena di resistori:

Se conosciamo la resistenza interna del voltmetro R_v ed il valore delle singole resistenze R , possiamo correggere i valori di V_v misurati, ed ottenere i valori che si leggerebbero se il voltmetro fosse ideale:

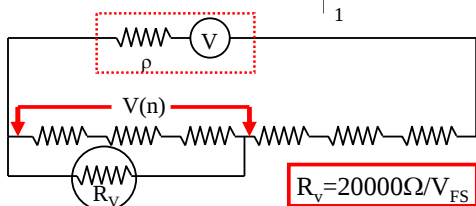
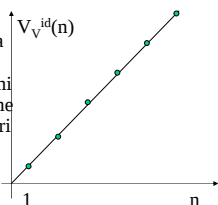
$$V_v^{mis} = V \frac{n}{N + \frac{nR}{R_v}(N-n)} ; \quad V_v^{id} = V \frac{n}{N}$$

facendo il rapporto si ottiene

$$V_v^{id} = V_v^{mis} \frac{N + \frac{nR}{R_v}(N-n)}{N} = V_v^{mis} \left[1 + \frac{nR}{R_v} \left(1 - \frac{n}{N} \right) \right]$$

Misure sulla catena di resistori:

Si riportano in grafico le $V_v^{id}(n)$ corrette per la perturbazione introdotta dallo strumento di misura usando la formula precedente, e si otterra' in ogni caso che sono tutte lungo la retta, anche se con barre d' errore diverse, maggiori nel caso a fondo scala piu' alto.



Trasferimento di potenza da un generatore a un carico

La potenza dissipata nel carico e'

$$W = V_R I_R$$

Il circuito e' un normale partitore, quindi

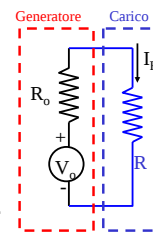
$$V_R = V_o \frac{R}{R + R_o} ; \quad I_R = \frac{V_o}{R + R_o}$$

$$\Rightarrow W = \frac{V_o^2 R}{(R + R_o)^2}$$

se si deriva rispetto a R si scopre che e' max. per

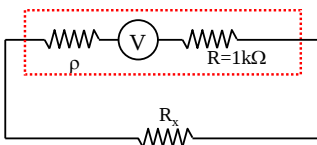
$$R = R_o \text{ e vale } W_{\max} = \frac{V_o^2}{4R_o}$$

In queste condizioni si dice che il carico e' "adattato"



Misura del trasferimento di potenza dal generatore al carico

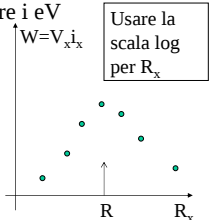
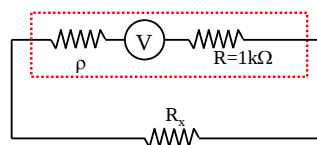
- Si aumenta artificialmente la resistenza interna del generatore inserendo in serie $1k\Omega$.
- Si misurano V_{R_x} e i_{R_x} nella resistenza R_x al variare di R_x .
- Si usano contemporaneamente lo strumento universale e il multimetro digitale per misurare i e V



Usare R_x di 22, 47, 100, 220, 470, 1000, 2200, 4700, 10000, 22000, 47000 Ω

Misura del trasferimento di potenza dal generatore al carico

- Si aumenta artificialmente la resistenza interna del generatore inserendo in serie $1k\Omega$.
- Si misurano V_{R_x} e i_{R_x} nella resistenza R_x al variare di R_x .
- Si usano contemporaneamente lo strumento universale e il multimetro digitale per misurare i e V

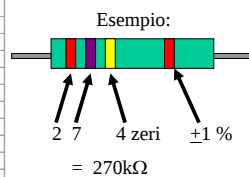


codice dei colori nei resistori



colore	1^a cifra	2^a cifra	3^a cifra
Nero	0	0	-
Marrone	1	1	0
Rosso	2	2	00
Arancio	3	3	000
Giallo	4	4	0000
Verde	5	5	00000
Blu	6	6	000000
Viola	7	7	-
Grigio	8	8	-
Bianco	9	9	-

TOLLERANZE	Rosso 1%	Oro 5%	Argento 10%	Mancante 20%
------------	----------	--------	-------------	--------------

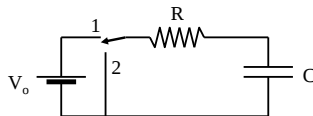


Correnti variabili nel tempo

- Finora abbiamo studiato circuiti in corrente continua, cioè circuiti in cui siamo “a regime”, molto tempo ($t \gg \tau_c$) dopo l’inizio del processo, quando tutte le correnti si sono stabilizzate.
- Oggi cominciamo a studiare situazioni più dinamiche, partendo dal primo circuito che introduce una costante di tempo nel sistema: la carica e scarica di un condensatore attraverso un resistore.
- Poi generalizzeremo a circuiti più complessi e al caso particolarmente importante di correnti variabili in modo periodico.

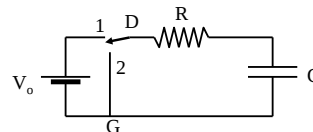
Carica e scarica di un condensatore

- Un condensatore può essere caricato collegando le sue armature ad un generatore di tensione.
- Nel circuito sarà sempre presente una resistenza, sia essa quella interna del generatore, quella dei conduttori di collegamento, o quella di un resistore inserito in serie per rallentare il processo.



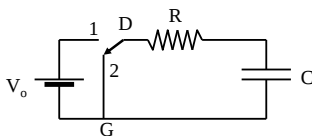
Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo quindi il circuito sotto, con il deviatore D che può connettere il punto D al generatore (nella posizione 1), oppure al conduttore G (“massa”, o riferimento delle ddp) nella posizione 2.



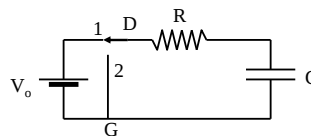
Carica e scarica di un condensatore

- Se il deviatore e' stato nella posizione 2 per un tempo abbastanza lungo, il condensatore e' completamente scarico.



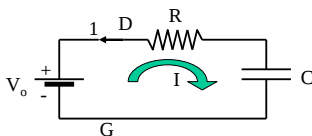
Carica e scarica di un condensatore

- Al tempo $t=0$ commutiamo il deviatore nella posizione 1, e quindi connettiamo il condensatore al generatore attraverso la resistenza.



Carica e scarica di un condensatore

- Al tempo $t=0$ commutiamo il deviatore nella posizione 1, e quindi connettiamo il condensatore al generatore attraverso la resistenza.
- Risolviamo il circuito considerando il verso orario della corrente come positivo:



Carica e scarica di un condensatore

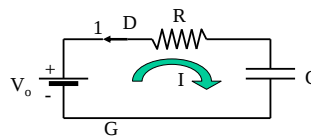
- Possiamo scrivere subito $V_o = IR + V_C$

- E quindi

$$V_o = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C} \Rightarrow RC \frac{dQ}{dt} = CV_o - Q$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{CV_o - Q} = \frac{dt}{RC} \Rightarrow -\ln(CV_o - Q) \Big|_{t_0}^t = \frac{t}{RC} \Big|_{t_0}^t$$

$$\boxed{-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o - Q_0}\right) = \frac{t}{RC}}$$



Carica e scarica di un condensatore

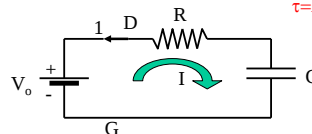
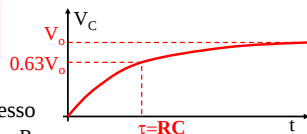
qui Q_0 e' la eventuale carica iniziale. Nel nostro caso

$Q_0 = Q(t=0) = 0$ e quindi

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\boxed{V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o(1 - e^{-t/\tau})}$$

dove $\tau = RC$ e' la costante di tempo del processo



Carica e scarica di un condensatore

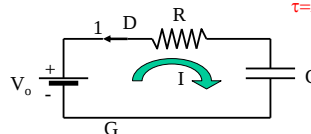
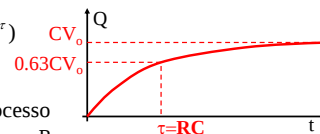
qui Q_0 e' la eventuale carica iniziale. Nel nostro caso

$Q_0 = Q(t=0) = 0$ e quindi

$$-\ln\left(\frac{CV_o - Q}{CV_o}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow \boxed{Q(t) = CV_o(1 - e^{-t/\tau})}$$

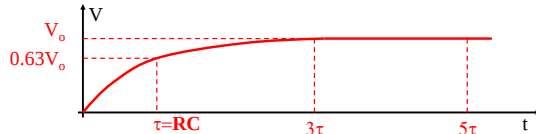
$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

dove $\tau = RC$ e' la costante di tempo del processo



Carica e scarica di un condensatore

- Dopo un tempo pari a circa 3 o 4 costanti di tempo τ il processo è praticamente a regime:
- $V(\tau)=[1-\exp(-1)]V_0=0.63V_0$
- $V(3\tau)=[1-\exp(-3)]V_0=0.95V_0$
- $V(4\tau)=[1-\exp(-4)]V_0=0.98V_0$
- $V(5\tau)=[1-\exp(-5)]V_0=0.993V_0$



- Ordine di grandezza: $R=1M\Omega$, $C=1\mu F \rightarrow \tau=1s$
- Per altri valori, si scala linearmente !

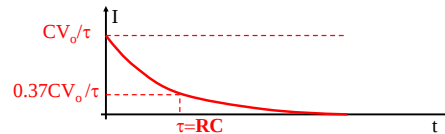
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

$$Q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_0}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_0 e^{-t/\tau}$



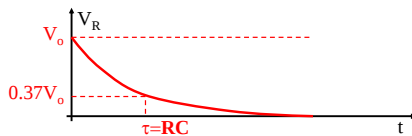
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

$$Q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_0}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_0 e^{-t/\tau}$



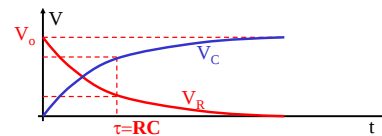
Carica e scarica di un condensatore

La tensione ai capi di R e la corrente si trovano

facilmente da $I = \frac{dQ}{dt}$ e $V = RI$ sapendo che

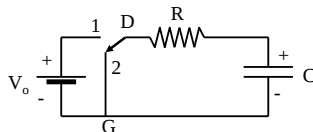
$$Q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau}).$$

Si ottiene subito $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{CV_0}{\tau} e^{-t/\tau}$ e $V_R = V_0 e^{-t/\tau}$



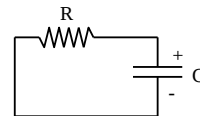
Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo adesso il processo di scarica.
- Dopo averlo caricato ad una carica Q ed una ddp V_0 , connettiamo il condensatore alla resistenza R commutando il deviatore nella posizione 2.



Carica e scarica di un condensatore

- Consideriamo adesso il processo di scarica.
- Dopo averlo caricato ad una carica Q ed una ddp V_0 , connettiamo il condensatore alla resistenza R commutando il deviatore nella posizione 2.
- Il condensatore si scaricherà facendo fluire corrente in R in modo da annullare le cariche sulle sue armature.



Carica e scarica di un condensatore

con la solita convenzione per il verso

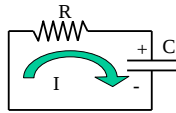
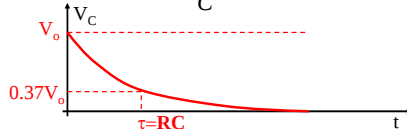
della corrente otteniamo:

$$-IR - V_C = 0$$

$$-\frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

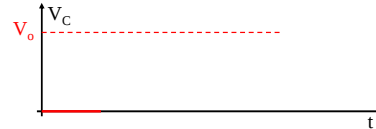
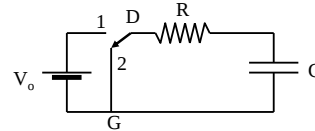
e quindi $Q(t) = CV_0 e^{-t/\tau}$

ed anche $V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_0 e^{-t/\tau}$



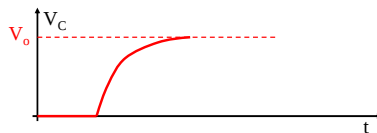
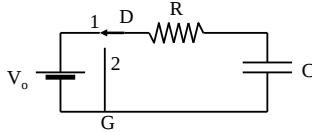
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



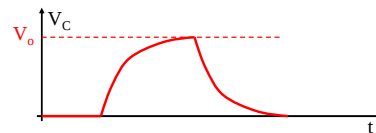
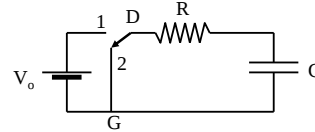
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



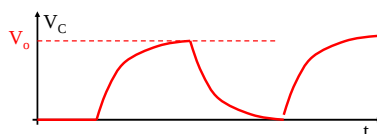
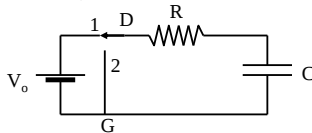
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



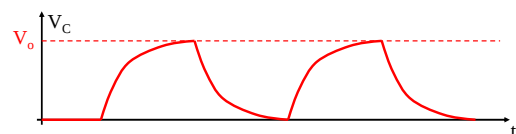
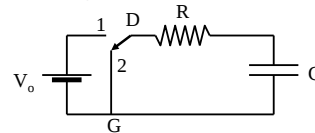
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:



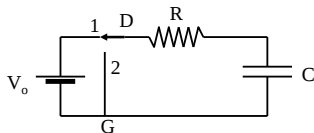
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:

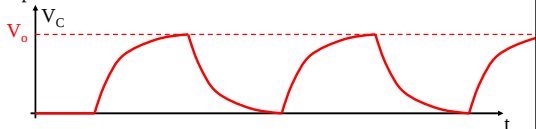


Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, aspettando ogni volta molte costanti di tempo:

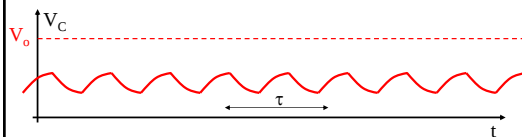


- Al passare del tempo otteniamo una tensione periodica ai capi del condensatore.



Carica e scarica di un condensatore

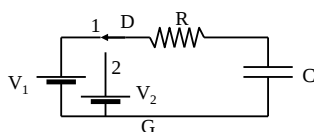
- Se non aspettiamo molte costanti di tempo, il condensatore non farà a tempo a caricarsi e scaricarsi completamente.
- Otterremo una forma d'onda di questo genere:



- Vediamo quantitativamente cosa succede.

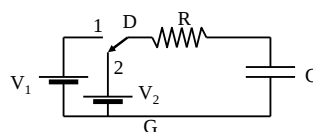
Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .



Carica e scarica di un condensatore

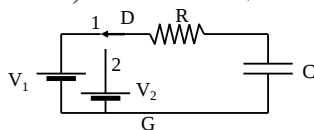
- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .



Carica e scarica di un condensatore

- Supponiamo di commutare periodicamente D, tra la tensione V_2 e la tensione V_1 .
- Possiamo modificare la formula che avevamo trovato per la carica del condensatore:

$$-\ln\left(\frac{CV_{gen} - Q(t)}{CV_{gen} - Q_{ini}}\right) = \frac{t}{RC} \Rightarrow -\ln\left(\frac{CV_{new} - Q(t)}{CV_{new} - CV_{old}}\right) = \frac{t}{RC}$$

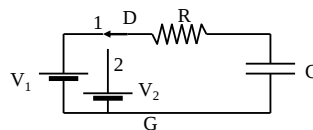


- Ottenendo $V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau}$
- Qui new e old sono i valori di V_C rispettivamente prima e dopo la commutazione, cioè alternativamente V_1 e V_2 .

Carica e scarica di un condensatore

- In pratica, se il deviatore viene mosso su 2, abbiamo $V_{old} = V_1$ e $V_{new} = V_2$; quando invece il deviatore viene mosso su 1, abbiamo $V_{old} = V_2$ e $V_{new} = V_1$.
- In ogni caso:

$$V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau}$$



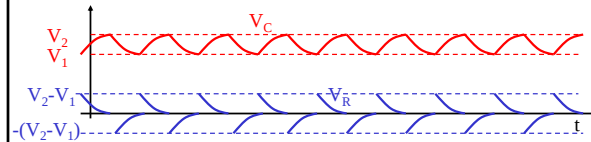
Carica e scarica di un condensatore

$$V_C(t) = V_{new} - (V_{new} - V_{old})e^{-t/\tau} \Rightarrow V_{old} < V_C(t) < V_{new}$$

- Ad esempio se $V_{new} = V_o$ e $V_{old} = 0$ si ottiene il caso della carica del condensatore; se $V_{new} = 0$ e $V_{old} = V_o$ si ottiene la scarica.
- In generale avremo anche:

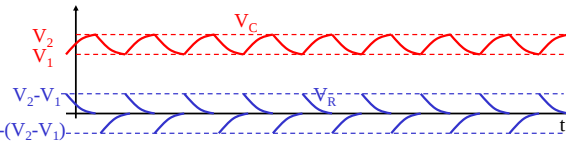
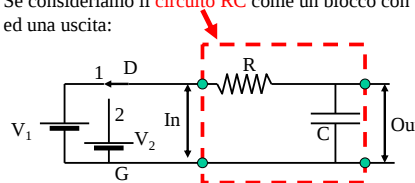
$$V_R(t) = RI = R \frac{dQ}{dt} = RC \frac{dV_C}{dt} = (V_{new} - V_{old}) e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow 0 < |V_R(t)| < |V_{new} - V_{old}|$$



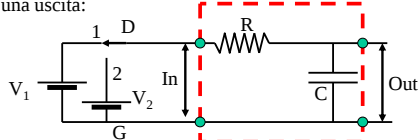
Carica e scarica di un condensatore

- Se consideriamo il **circuito RC** come un blocco con un ingresso ed una uscita:

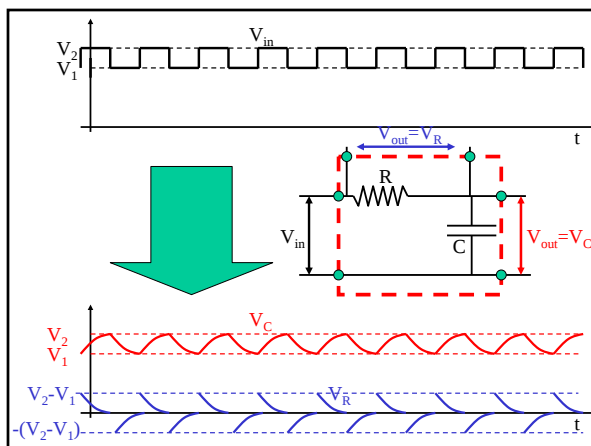
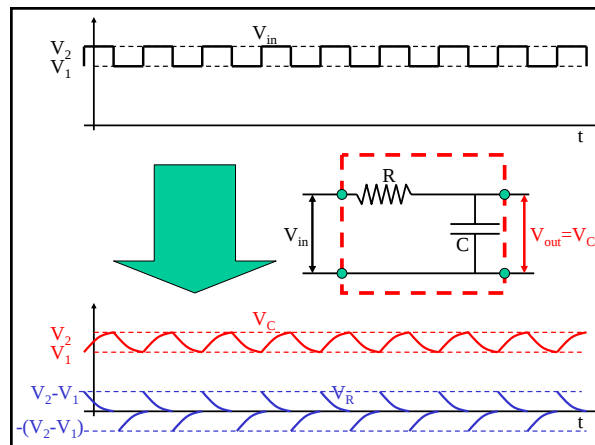
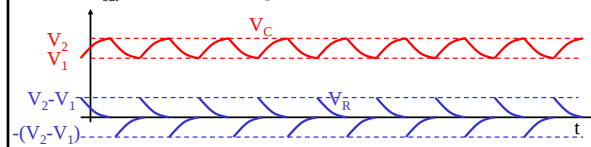


Carica e scarica di un condensatore

- Se consideriamo il **circuito RC** come un blocco con un ingresso ed una uscita:

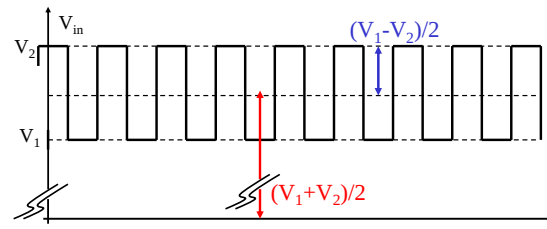


- Abbiamo applicato una V_{in} quadra tra V_1 e V_2 , e ottenuto in uscita una V_{out} fatta da rami di esponenziali crescenti e decrescenti



CR come "filtro per la continua"

- E' interessante considerare la tensione quadra V_{in} come la somma di una tensione costante di valore $(V_1 + V_2)/2$ e di una componente a media nulla di valore $\pm(V_1 - V_2)/2$:
- $V_{in} = (V_1 + V_2)/2 \pm (V_1 - V_2)/2$



CR come “filtro per la continua”

- $V_{in} = (V_1 + V_2)/2 \pm (V_1 - V_2)/2$
- Dai nostri risultati e' evidente che il valore del segnale in uscita **ai capi della resistenza** dipende solo dalla componente $\pm(V_1 - V_2)/2$, ed e' assolutamente indipendente dal valore continuo $(V_1 + V_2)/2$.
- Cioe' V_1 e V_2 possono essere anche molto grandi, ma ai capi della resistenza si misura un segnale che dipende solo dalla loro differenza.
- Far passare il segnale attraverso il condensatore permette quindi di **disaccoppiare la componente alternata da quella continua**.

