

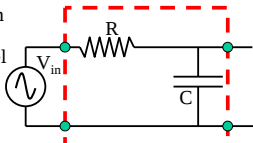
- Consideriamo il solito circuito RC, ma utilizziamo una V_{in} sinusoidale invece che quadra.

Regime sinusoidale

- Il caso sinusoidale e' molto importante perche'

– Una forma d' onda periodica qualsiasi puo' essere sviluppata in serie di armoniche (sviluppo di Fourier). Siccome le equazioni del circuito sono lineari, la risposta all' onda qualsiasi e' la somma delle risposte alle singole componenti sinusoidali.

– Ci sono generatori di segnali sinusoidali importanti (la rete elettrica ad es., e molti componenti elettromeccanici (alternatori ad es.).



$$V_{in} = V_o \cos(\omega t)$$

$$V(t) - R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$V(t) - RC \frac{dV_C}{dt} - V_C = 0$$

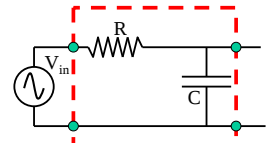
$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = V_o \cos(\omega t)$$

si cerca una soluzione del tipo

$$V_C = V_{oc} \cos(\omega t + \phi)$$

Sostituendo si trovano le costanti

$$V_{oc} \text{ e } \phi$$



Regime sinusoidale

si preferisce pero' usare la notazione complessa, che rende piu' semplici i calcoli. Si usa l' identita'

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \sin(\alpha)$$

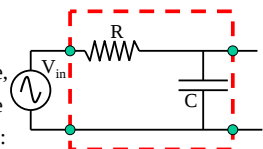
e si considera, convenzionalmente, l' equazione per $V(t)$ come la parte reale di una equazione complessa :

Quindi :

$$V_C = V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} \text{ e } V_{in} = V_o e^{j\omega t} \text{ e quindi}$$

$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = V_o \cos(\omega t) \Rightarrow RCj\omega V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} + V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} = V_o e^{j\omega t}$$

Regime sinusoidale



Regime sinusoidale

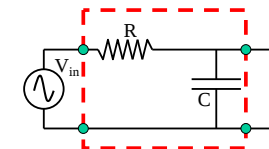
$$RCj\omega V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} + V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)} = V_o e^{j\omega t}$$

$$RCj\omega V_{oc} e^{j\omega t} e^{j\phi} + V_{oc} e^{j\omega t} e^{j\phi} = V_o e^{j\omega t}$$

$$RCj\omega V_{oc} e^{j\phi} + V_{oc} e^{j\phi} = V_o$$

$$V_{oc} e^{j\phi} = \frac{V_o}{RCj\omega + 1} \text{ e quindi}$$

$$V_{oc} = \frac{V_o}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}$$



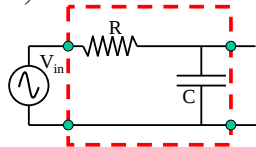
Regime sinusoidale

inoltre si puo' anche scrivere

$$V_{oc} e^{j\phi} = \frac{V_o}{RCj\omega + 1} = \frac{V_o}{(RC\omega)^2 + 1} (1 - jRC\omega)$$

usando il fatto che $\phi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(V_{oc} e^{j\phi})}{\text{Re}(V_{oc} e^{j\phi})}\right)$ si trova subito

$$\phi = \arctan\left(-\frac{RC\omega}{1}\right) = \arctan(-RC\omega) = \arctan(-\tau\omega)$$



- Possiamo quindi graficare, in Regime sinusoidale, funzione della frequenza del segnale d' ingresso, l' ampiezza del segnale in uscita, ed il suo sfasamento:

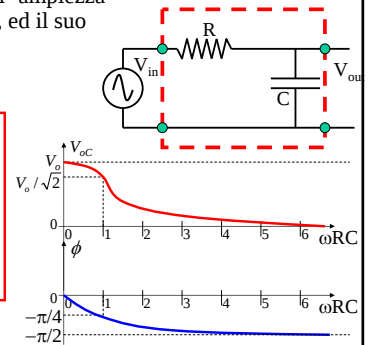
$$V_{in} = V_o e^{j\omega t} \Rightarrow$$

$$V_{out} = V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)}$$

dove

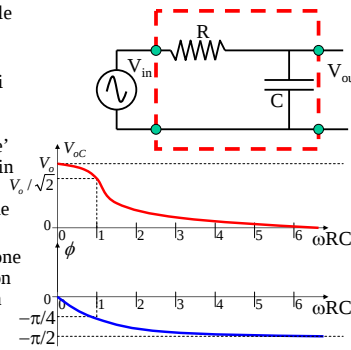
$$V_{oc} = \frac{V_o}{\sqrt{(\tau\omega)^2 + 1}}$$

$$\phi = \arctan(-\omega\tau)$$



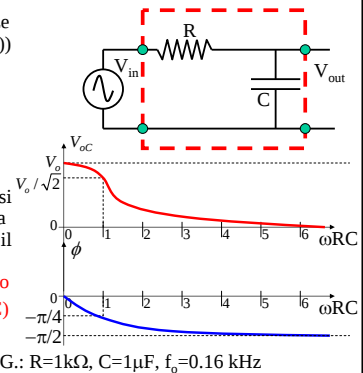
Regime sinusoidale

- Per $\omega \rightarrow 0$ la tensione ai capi del condensatore tende ad essere in ogni istante uguale a quella del generatore: condizioni quasistatiche
- Per $\omega \rightarrow \infty$ le variazioni di tensione in ingresso sono talmente veloci che il condensatore non riesce ne' a caricarsi ne' a scaricarsi in tempo. Di conseguenza la tensione ai suoi capi rimane nulla.
- Per ω intermedi, la tensione del condensatore segue, con un certo ritardo e ridotta in ampiezza, la tensione di ingresso.



Regime sinusoidale

- Possiamo dire quindi che le pulsazioni ω molto minori di $1/RC$ (frequenze molto minori di $1/(2\pi RC)$) passano attraverso il blocco RC, mentre le pulsazioni ω molto maggiori di $1/RC$ non passano attraverso il blocco RC.
- Si conclude che, quando si prende il segnale in uscita ai capi del condensatore, il blocco RC si comporta come un **filtro passa basso**
- La frequenza $f_0 = 1/(2\pi RC)$ viene detta **frequenza di taglio del filtro**.



O.D.G.: $R=1\text{k}\Omega$, $C=1\mu\text{F}$, $f_0=0.16\text{ kHz}$

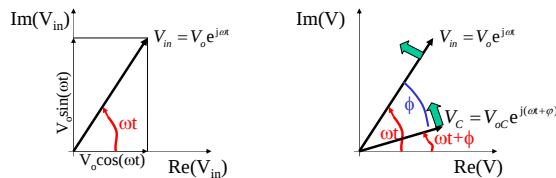
I fasori

- Alla rappresentazione complessa delle tensioni corrisponde una rappresentazione geometrica interessante.
- Nel piano complesso i segnali

$$V_{in} = V_o \cos(\omega t) \Rightarrow V_{in} = V_o e^{j\omega t}$$

$$V_C = V_{oc} \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow V_C = V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)}$$

- Sono vettori che ruotano in senso antiorario con velocità ω :



Corrente

- La corrente che scorre nel condensatore e'

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{d}{dt} (V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)}) = CV_{oc} j\omega e^{j(\omega t + \phi)}$$

$$i_C = i = (j\omega C) V_C$$

$$i = j\omega C V_C = \frac{j\omega C V_{in}}{RCj\omega + 1}$$

Legge di Ohm Generalizzata:
basta pensare ad una "impedenza" del condensatore pari a $1/j\omega C$

scrivendo la corrente nella forma $i = I_o e^{j(\omega t + \phi_I)}$ si ottiene :

$$I_o = V_o \frac{\omega C}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

$$\phi_I = \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau}\right)$$

Corrente

- La corrente che scorre nel condensatore e'

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{d}{dt} (V_{oc} e^{j(\omega t + \phi)}) = CV_{oc} j\omega e^{j(\omega t + \phi)}$$

$$i_C = i = (j\omega C) V_C$$

$$i = j\omega C V_C = \frac{j\omega C V_{in}}{RCj\omega + 1}$$

Legge di Ohm Generalizzata:
basta pensare ad una "impedenza" del condensatore pari a $1/j\omega C$

scrivendo la corrente nella forma $i = I_o e^{j(\omega t + \phi_I)}$ si ottiene :

$$I_o = \frac{\omega C}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} V_o$$

$$\phi_I = \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau}\right)$$

da confrontare con

$$V_{oc} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} V_o$$

$$\phi_{V_C} = \arctan(-\omega\tau)$$

Corrente

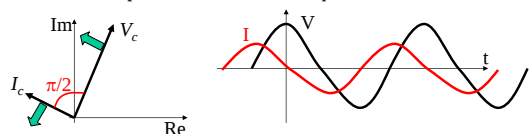
- La corrente nel condensatore e' quindi sfasata rispetto alla tensione ai suoi capi:

$$\tan(\phi_I - \phi_{V_C}) = \frac{\tan(\phi_I) - \tan(\phi_{V_C})}{1 + \tan(\phi_{V_C})\tan(\phi_I)} = \frac{\frac{1}{\omega\tau} + \omega\tau}{1 - \omega\tau \frac{1}{\omega\tau}} = +\infty$$

- Quindi

$$\phi_I - \phi_{V_C} = \frac{\pi}{2}$$

- La tensione ai capi del condensatore ha un ritardo di 90° rispetto alla corrente, indipendentemente dalla frequenza.



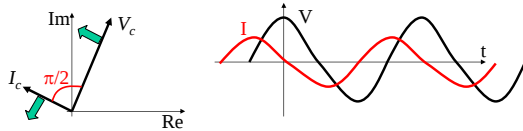
Corrente

- Con la notazione complessa si ritrova subito lo stesso risultato

$$\text{da } i_C = i = (j\omega C)V_C$$

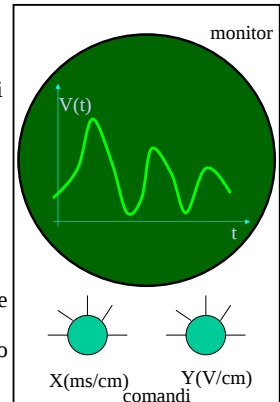
$$V_{oC} e^{j(\omega t + \varphi)} = \frac{1}{j\omega C} I_o e^{j(\omega t + \varphi_1)} = -j \frac{1}{\omega C} I_o e^{j(\omega t + \varphi_1)} = e^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\omega C} I_o e^{j(\omega t + \varphi_1)}$$

$$V_{oC} e^{j\varphi} = \frac{I_o}{\omega C} e^{j(\varphi_1 - \frac{\pi}{2})} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_{V_C} = \frac{\pi}{2}$$



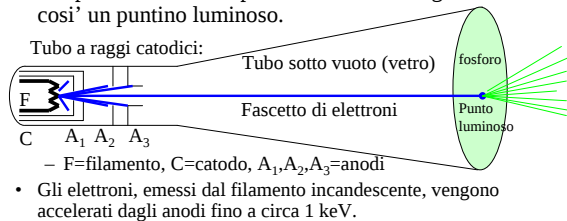
L' oscilloscopio

- E' lo strumento piu' utilizzato per studiare grandezze elettriche variabili nel tempo.
- Ha uno schermo sul quale viene visualizzato il grafico della grandezza in funzione del tempo:
- Grazie ai comandi accessori possono essere variate le scale del grafico in un grande intervallo di valori, in modo da visualizzare segnali lenti o veloci, di grande o piccola ampiezza.



L' oscilloscopio analogico

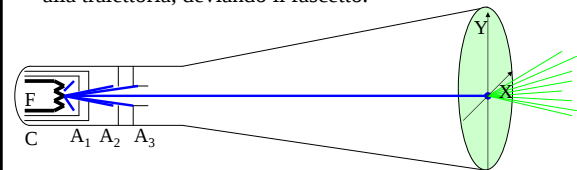
- Nell' oscilloscopio analogico la visualizzazione viene ottenuta focalizzando un fascetto di elettroni in diversi punti di uno schermo ricoperto di materiale fosforescente. Arrivando nel centro dello schermo gli elettroni cedono la loro energia agli atomi del fosforo, che poi si diseccitano producendo fotoni e generando cosi' un puntino luminoso.



- Gli elettroni, emessi dal filamento incandescente, vengono accelerati dagli anodi fino a circa 1 keV.

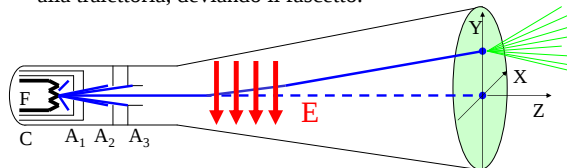
L' oscilloscopio analogico

- La posizione del punto luminoso sullo schermo puo' essere modificata deviando la traiettoria del fascetto di elettroni all' interno del tubo.
- Ad esempio, applicando un campo elettrico ortogonale al fascetto, si esercita una forza in direzione ortogonale alla traiettoria, deviando il fascetto.



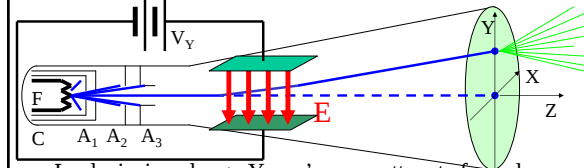
L' oscilloscopio analogico

- La posizione del punto luminoso sullo schermo puo' essere modificata deviando la traiettoria del fascetto di elettroni all' interno del tubo.
- Ad esempio, applicando un campo elettrico ortogonale al fascetto, si esercita una forza in direzione ortogonale alla traiettoria, deviando il fascetto.



L' oscilloscopio analogico

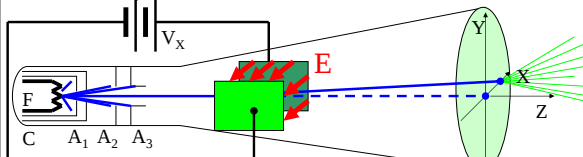
- La posizione del punto luminoso sullo schermo puo' essere modificata deviando la traiettoria del fascetto di elettroni all' interno del tubo.
- Ad esempio, applicando un campo elettrico ortogonale al fascetto, si esercita una forza in direzione ortogonale alla traiettoria, deviando il fascetto.



- La deviazione lungo Y puo' essere ottenuta facendo passare il fascetto tra le due armature di un condensatore (parallele a XZ) al quale viene applicata una tensione V_Y .

L' oscilloscopio analogico

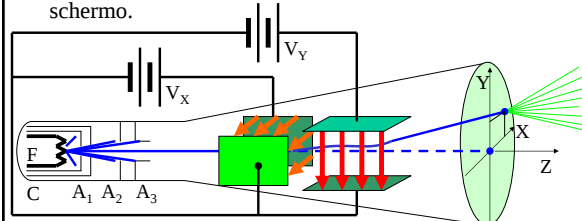
- La posizione del punto luminoso sullo schermo puo' essere modificata deviando la traiettoria del fascetto di elettroni all' interno del tubo.
- Ad esempio, applicando un campo elettrico ortogonale al fascetto, si esercita una forza in direzione ortogonale alla traiettoria, deviando il fascetto.



- La deviazione lungo X puo' essere ottenuta facendo passare il fascetto tra le armature di un altro condensatore (parallelo a ZY) al quale viene applicata una tensione V_x .

L' oscilloscopio analogico

- Nel tubo catodico sono presenti ambedue i condensatori (detti placchette di deflessione).
- Combinando opportunamente le tensioni V_x e V_y si puo' spostare il puntino luminoso in un punto qualsiasi dello schermo.



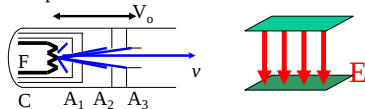
- Le deflessioni sono proporzionali alle tensioni V_x e V_y applicate alle placchette.

L' oscilloscopio analogico

- Collegiamo adesso la deflessione sullo schermo alla differenza di potenziale applicata alle placchette di deflessione.
- L' elettrone esce dal catodo e viene accelerato dagli anodi. Se l' ultimo anodo si trova ad un potenziale V_o , l' elettrone acquista una energia $E=eV_o$. E quindi uscirà dal cannone elettronico con una velocita' data da

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV_o \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV_o}{m}}$$

- Continuera' a muoversi con questa velocita' nel vuoto del tubo a raggi catodici finche' non entrera' nel campo elettrico presente tra le placchette di deflessione.



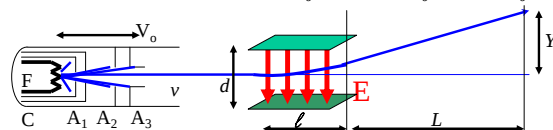
L' oscilloscopio analogico

- Il campo sara' $E=V_y/d$
- Nel campo l' elettrone subira' una forza diretta lungo l' asse y (ortogonale alle sua velocita' iniziale) e quindi la traiettoria viene deflessa. Siccome la forza e' costante, il moto e' uniformemente accelerato lungo y, mentre e' uniforme lungo z:

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \text{con} \quad a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eV_y}{md}$$

$$z = v_o t$$

- Eliminando t si ottiene $y = \frac{1}{2}a_y \frac{z^2}{v_o^2} = \frac{1}{2} \frac{eV_y}{md} \frac{m}{2eV_o} z^2 = \frac{1}{4d} \frac{V_y}{V_o} z^2$



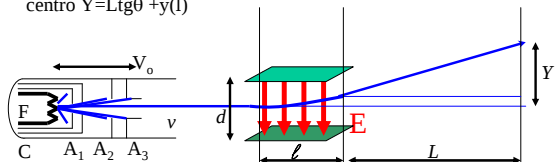
L' oscilloscopio analogico

- All' uscita delle placchette (dopo una distanza l lungo l' asse z) l' elettrone si sara' spostato lungo Y di una quantita'

$$y(l) = \frac{1}{4d} \frac{V_y}{V_o} l^2 \quad \text{ed uscirà con un angolo}$$

$$\tan(\theta) = \left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=l} = \frac{d}{dz} \left[\frac{1}{4d} \frac{V_y}{V_o} z^2 \right]_{z=l} = \left[\frac{1}{2d} \frac{V_y}{V_o} z \right]_{z=l} = \frac{1}{2d} \frac{V_y}{V_o} l$$

- Quindi dopo una ulteriore distanza L si sposterà ulteriormente lungo Y di $L \tan \theta$, ed arriverà sullo schermo ad una distanza dal centro $Y = L \tan \theta + y(l)$



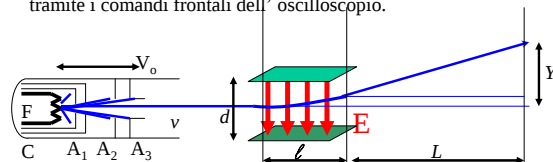
L' oscilloscopio analogico

- Si ottiene quindi

$$Y = y(l) + L \tan(\theta) = \frac{1}{4d} \frac{V_y}{V_o} l^2 + L \frac{1}{2d} \frac{V_y}{V_o} l = \frac{1}{2d} \frac{V_y}{V_o} l \left[\frac{l}{2} + L \right]$$

$$Y = D V_y$$

- La deflessione Y e' quindi proporzionale alla differenza di potenziale V_y . Lo stesso di scorso si puo' fare per X. La costante D e' detta fattore di deflessione (in cm/V) e puo' essere regolata tramite i comandi frontali dell' oscilloscopio.



L' oscilloscopio analogico

- Normalmente si vuole studiare una tensione variabile nel tempo $V(t)$. Lo si fa connettendola all' ingresso verticale, in modo che la deflessione verticale del punto luminoso sullo schermo sia

$$Y = D_y V(t)$$

- Contemporaneamente viene generata internamente all' oscilloscopio una tensione V_x a dente di sega:

$$X = D_x t$$

- Quindi la tensione da studiare provoca lo spostamento verticale del punto luminoso, e contemporaneamente questo si sposta a velocità costante orizzontalmente. Il risultato è un grafico della tensione in funzione del tempo.
- Ovviamente, il fattore di deflessione orizzontale va regolato in modo da poter osservare tutte le variazioni del segnale $V(t)$, e quello verticale va regolato in modo che l' ampiezza della deflessione sia sufficiente alla visualizzazione.

L' oscilloscopio analogico

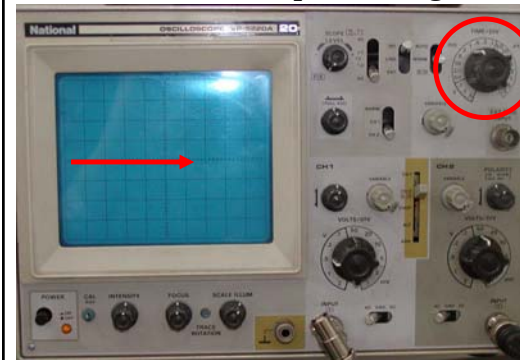


L' oscilloscopio analogico



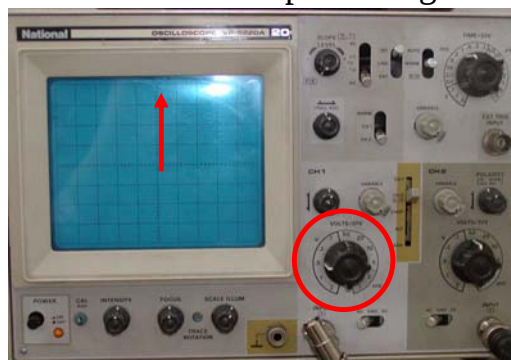
Velocità' del dente di sega, da 0.5s a 0.2 μ s per quadrante

L' oscilloscopio analogico

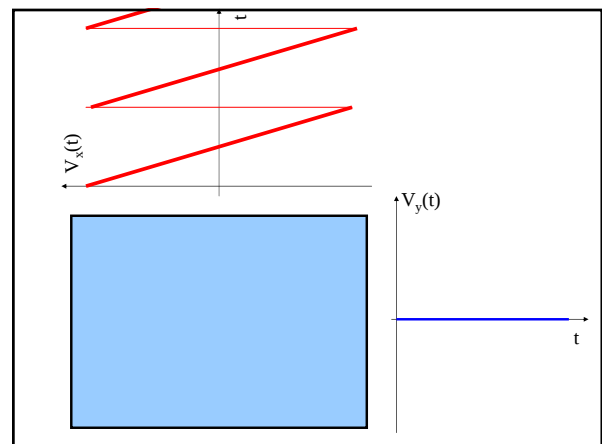


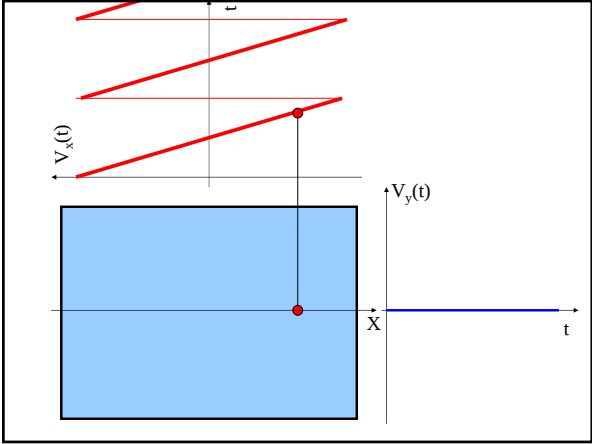
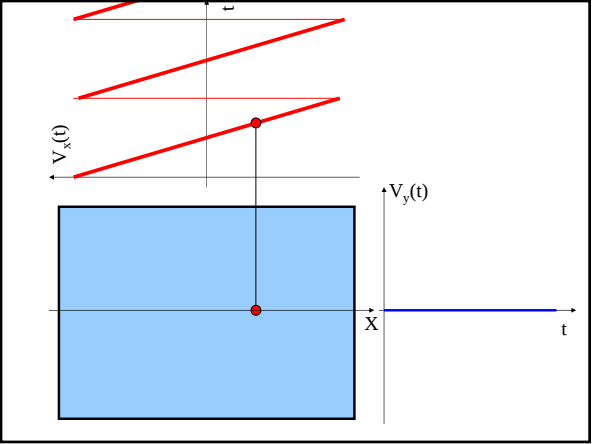
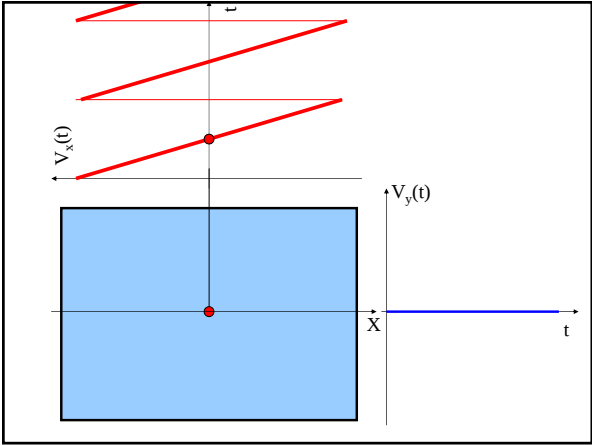
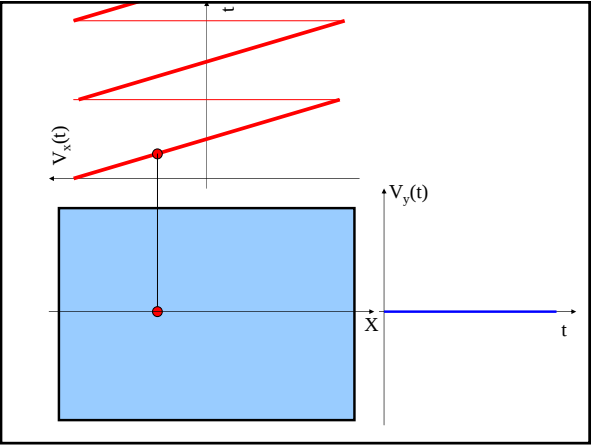
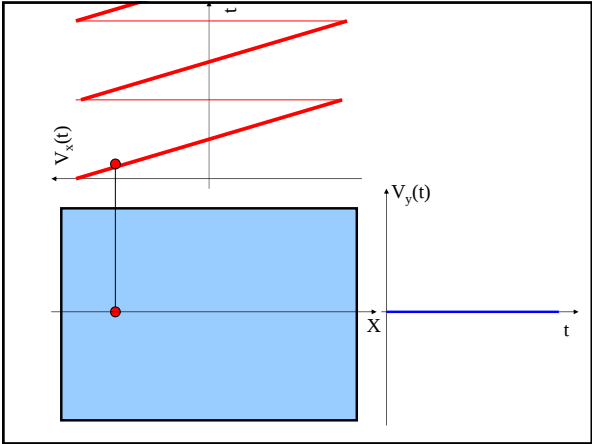
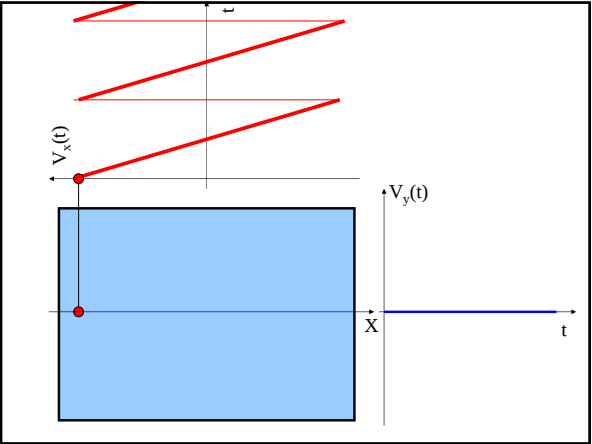
Velocità' del dente di sega, da 0.5s a 0.2 μ s per quadrante

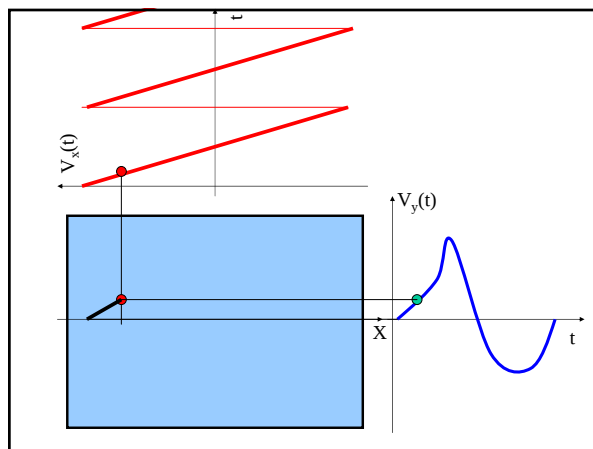
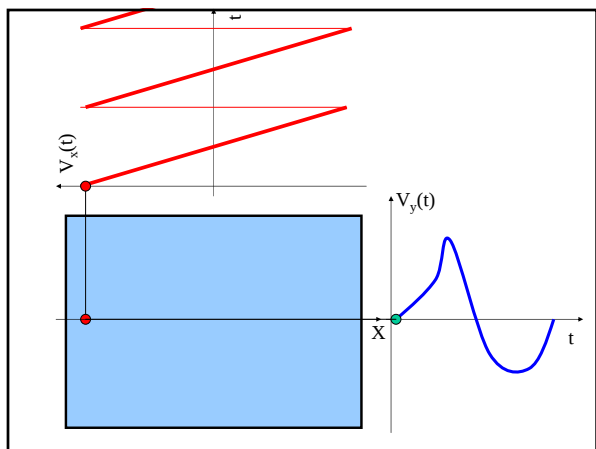
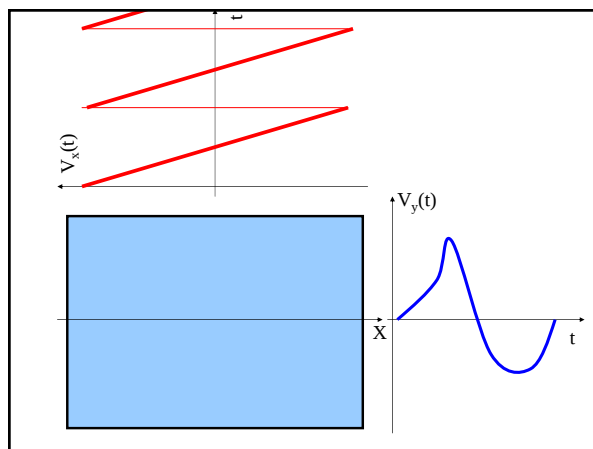
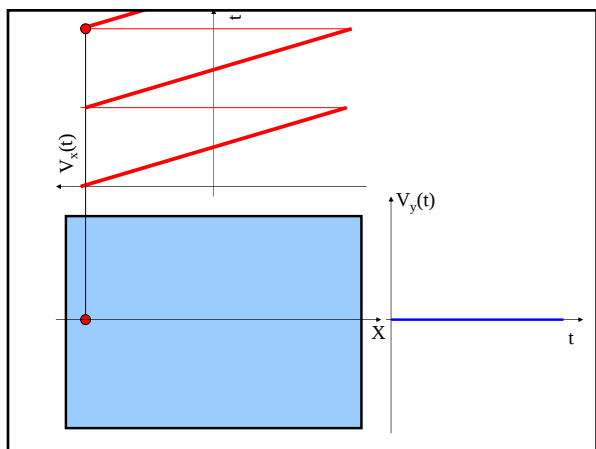
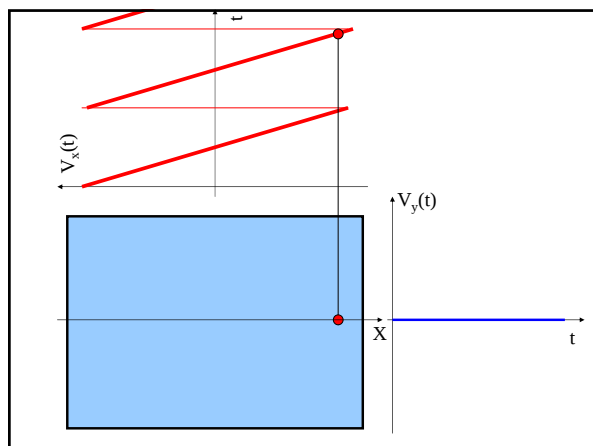
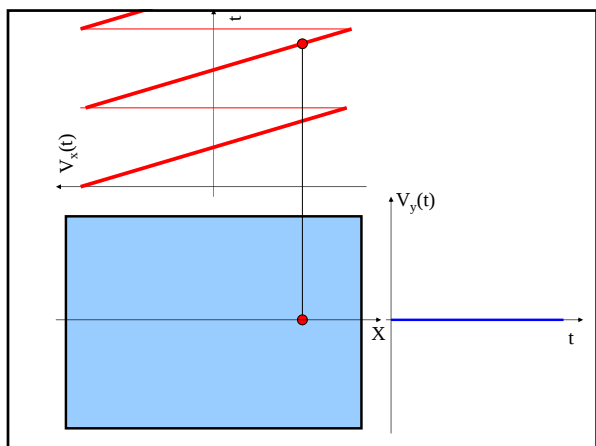
L' oscilloscopio analogico

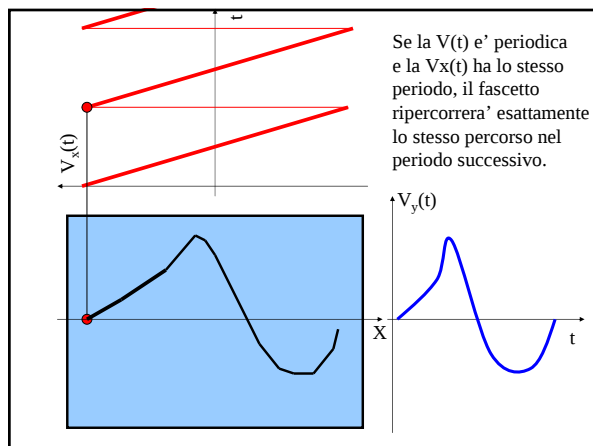
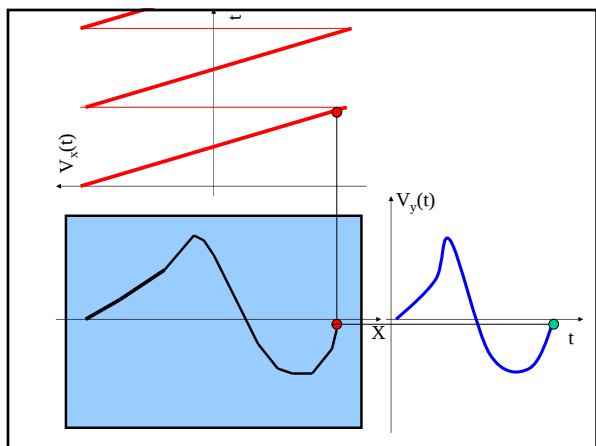
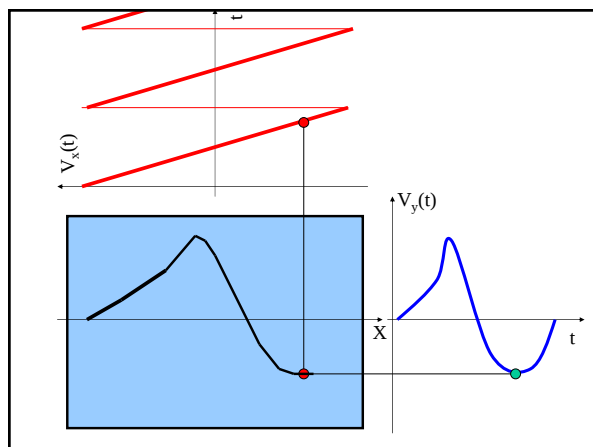
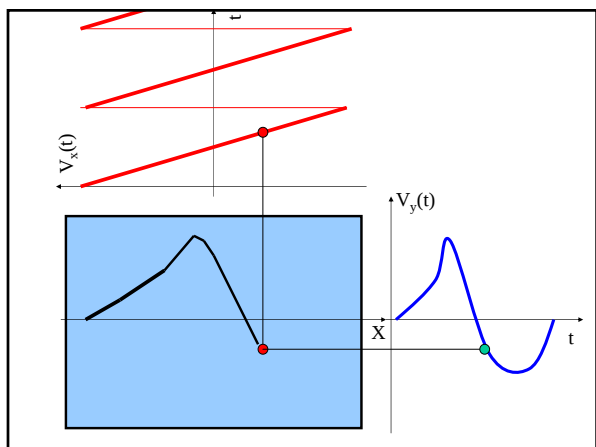
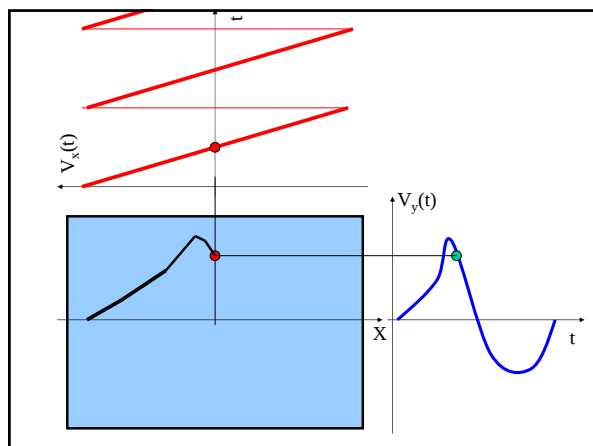
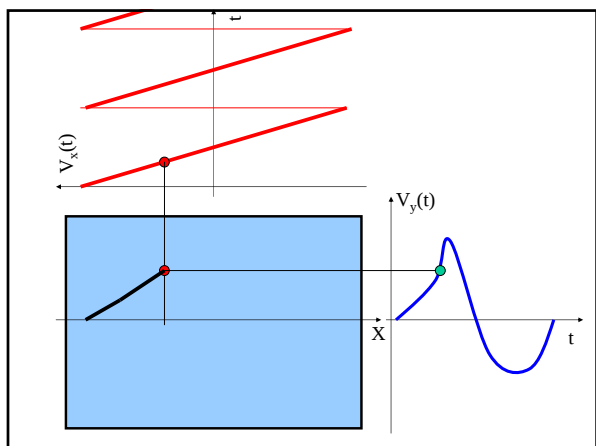


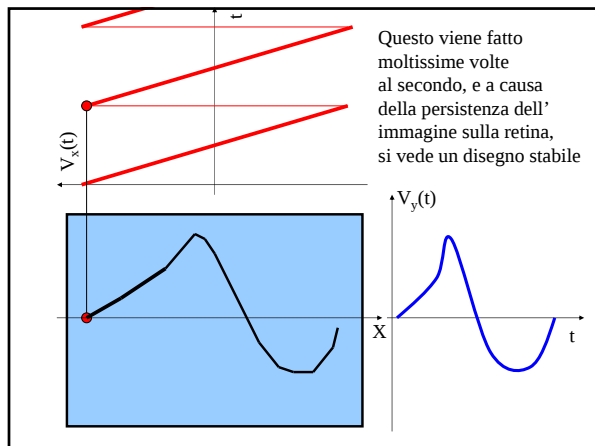
Fattore di deflessione Verticale (da 2V a 1 mV per divisione)





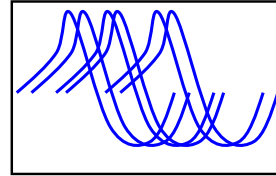




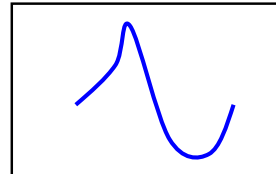


L' oscilloscopio analogico

- E' quindi essenziale sincronizzare il periodo del dente di sega a quello dell' onda in esame.
- Periodo non sincronizzato: →

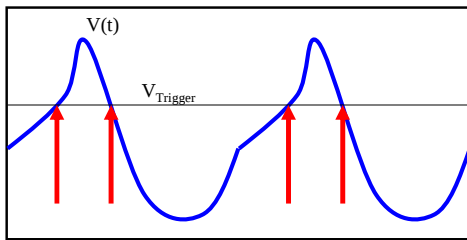


- Periodo sincronizzato: →



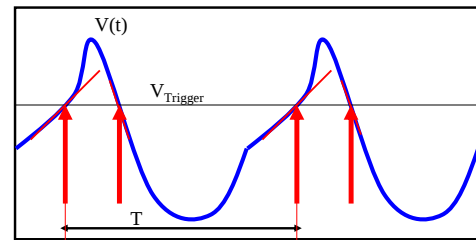
L' oscilloscopio analogico

- C'e' un circuito all' interno dell' oscilloscopio detto "circuito di Trigger", che risolve questo problema.
- Il circuito confronta il livello e la pendenza del segnale d' ingresso con dei valori di riferimento che si possono impostare.



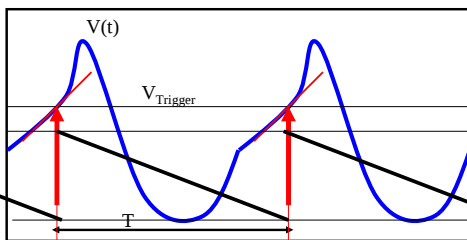
L' oscilloscopio analogico

- C'e' un circuito all' interno dell' oscilloscopio detto "circuito di trigger", che risolve questo problema.
- Il circuito confronta il livello e la pendenza del segnale d' ingresso con dei valori di riferimento che si possono impostare.

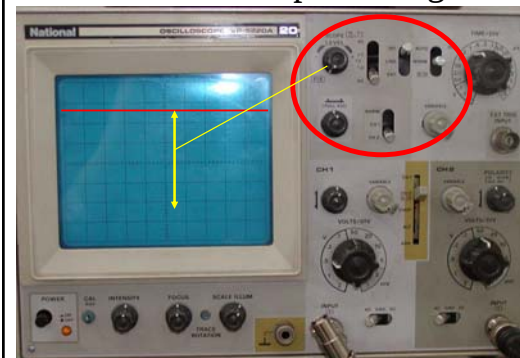


L' oscilloscopio analogico

- Il "circuito di trigger" fa partire il dente di sega tutte le volte che il livello del segnale e la sua pendenza sono quelli impostati.
- In questo modo si sincronizza il dente di sega al segnale

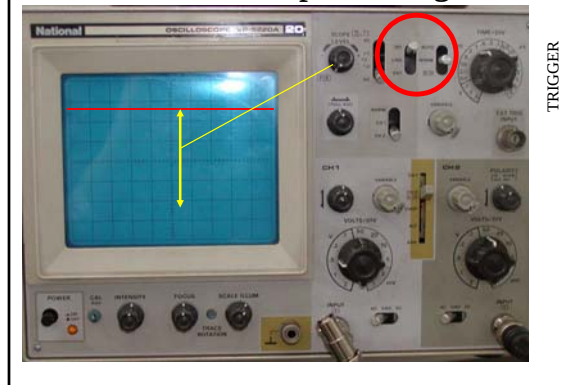


L' oscilloscopio analogico

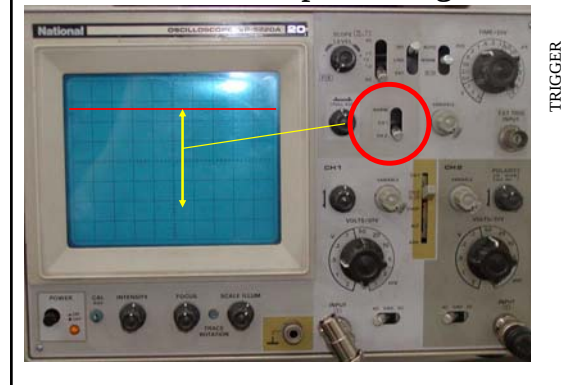


TRIGGER

L' oscilloscopio analogico

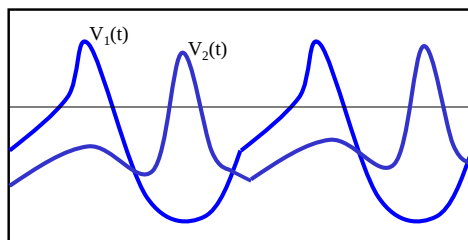


L' oscilloscopio analogico



L' oscilloscopio analogico

- Il modo migliore per imparare ad usarlo e' lavorarci ! L' oscilloscopio che avrete a disposizione e' un National VP-5220A, oscilloscopio a due canali.
- Si possono visualizzare contemporaneamente due segnali indipendenti, chiamati canale 1 e canale 2:



L' oscilloscopio analogico

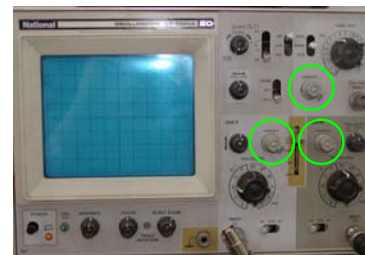
- Di solito la prima cosa da fare e' verificare i comandi di "Trigger".
- INT-LINE-EXT
 - Su INT funziona il circuito di trigger che sincronizza automaticamente il dente di sega al segnale
 - Su LINE il dente di sega e' sincrono con la tensione di rete a 50 Hz
 - Su EXT il dente di sega e' sincrono con un segnale applicato dall' esterno, ad un apposito "ingresso di Trigger"
- NORM-CH1-CH2
 - Permette di selezionare il segnale a cui sincronizzare il dente di sega. Se il canale di interesse e' l' 1, si usera' CH1, senno' CH2; nei due casi il trigger e' il segnale applicato all' ingresso scelto. Su norm la sorgente e' il segnale visualizzato sul tubo a raggi catodici.

L' oscilloscopio analogico

- LEVEL, FIX, SLOPE controlla il valore della tensione di riferimento del trigger e la pendenza di riferimento. Quando e' completamente ruotato in senso orario, su FIX, e' regolato in modo automatico. Si puo' tirare la manopola o spingerla per selezionare la pendenza; girandola si regola il livello.
- La prima cosa da fare e' mettere il trigger su auto: questo permettera' di vedere il segnale, anche se non sincronizzato, e di regolare cosi' le deflessioni verticale e orizzontale.
- Una volta visualizzato il segnale, se non e' sincrono, si potra' utilizzare il trigger interno regolando livello e pendenza.

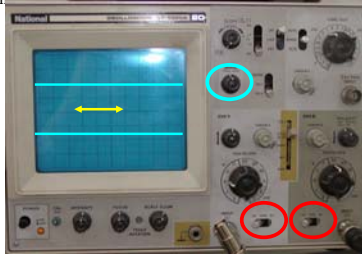
Uso dell' Oscilloscopio

- La prima cosa da fare e' mettere su "cal" i potenziometri di taratura dei fattori di deflessione e della base dei tempi (cerchiati di verde nella figura). Vanno ruotati completamente in senso orario.



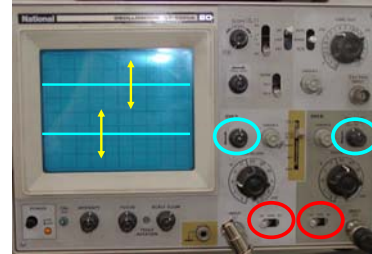
Uso dell' Oscilloscopio

- La seconda cosa da fare e' regolare lo zero delle tracce:
 - Si mette il trigger su AUTO
 - Si mettono a zero i segnali in ingresso a CH1 e CH2, commutando su GND i commutatori identificati in rosso
 - Si regola la posizione orizzontale delle tracce con il potenziometro identificato in azzurro.



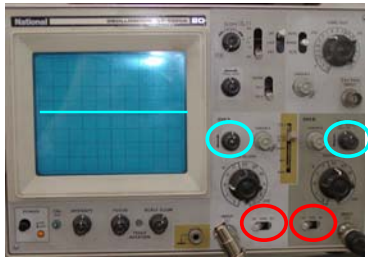
Uso dell' Oscilloscopio

- La seconda cosa da fare e' regolare lo zero delle tracce:
 - Si mette il trigger su AUTO
 - Si mettono a zero i segnali in ingresso a CH1 e CH2, commutando su GND i commutatori identificati in rosso
 - Si regola la posizione delle tracce con i potenziometri identificati in azzurro.



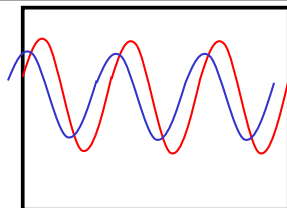
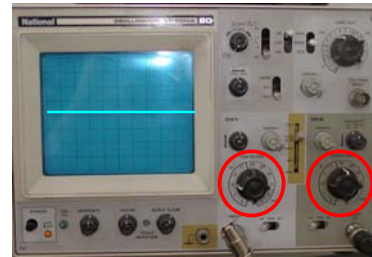
Uso dell' Oscilloscopio

- La seconda cosa da fare e' regolare lo zero delle tracce:
 - Si mette il trigger su AUTO
 - Si mettono a zero i segnali in ingresso a CH1 e CH2, commutando su GND i commutatori identificati in rosso
 - Si regola la posizione delle tracce con i potenziometri identificati in azzurro.



Uso dell' Oscilloscopio

- A questo punto si rimettono i commutatori di ingresso su AC
- Regolando il fattore di deflessione verticale (identificato in rosso) si dovrebbero vedere i due segnali.

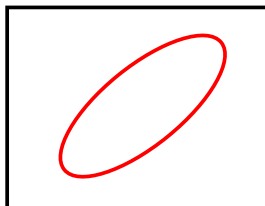


Due metodi possibili:

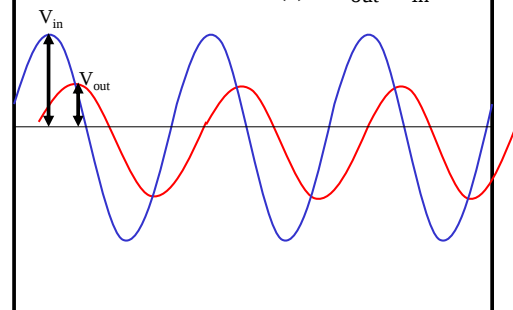
Su auto/norm si grafica $V(\text{CH1})$ e $V(\text{CH2})$ in funzione di t

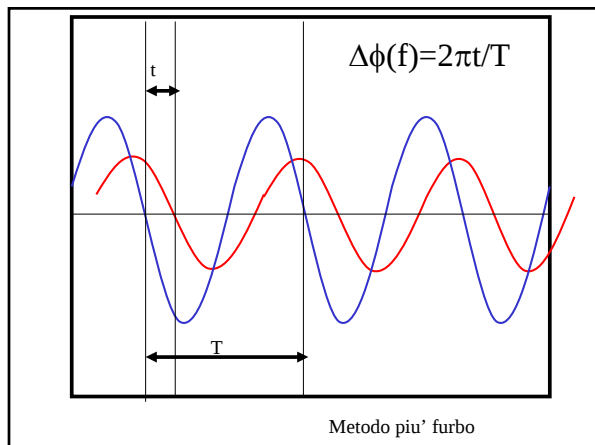
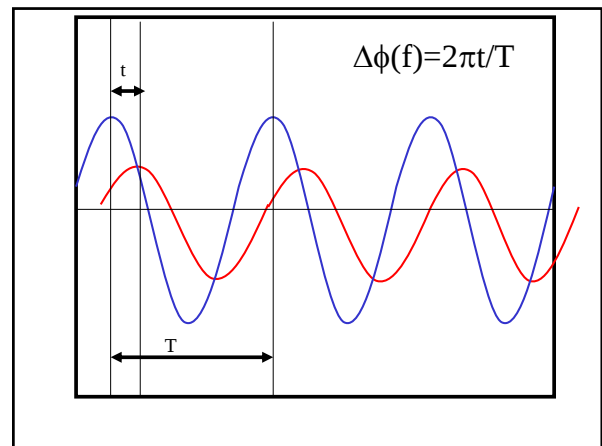
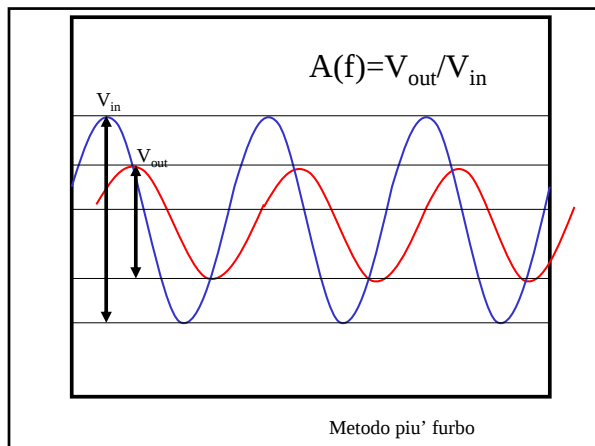


Su X-Y si grafica $V(\text{CH1})$ in funzione di $V(\text{CH2})$ e quindi si vede una ellisse:



$$A(f) = V_{\text{out}} / V_{\text{in}}$$





Metodo dell' ellisse

- Si applicano i segnali ai due assi ortogonali.

$$X = V_X \cos \omega t$$

$$Y = V_Y \cos(\omega t + \varphi)$$

- Eliminando t viene una eq. Y(X) di una ellisse.

