

ACS

Attitude Control System

at·ti·tude (ˈtɪˈtʊd, -tyʊd) *n.* **1.** A position of the body or manner of carrying oneself



Dove cercare

Questo materiale si trova nell' archivio INGV
www.earth-prints.org:

<http://hdl.handle.net/2122/3462>

contatto:
Giovanni Romeo
giovanni.romeo@ingv.it



Ricetta per un buon ACS

- Teoria dei controlli
- Elettronica
- Meccanica razionale
- due uova



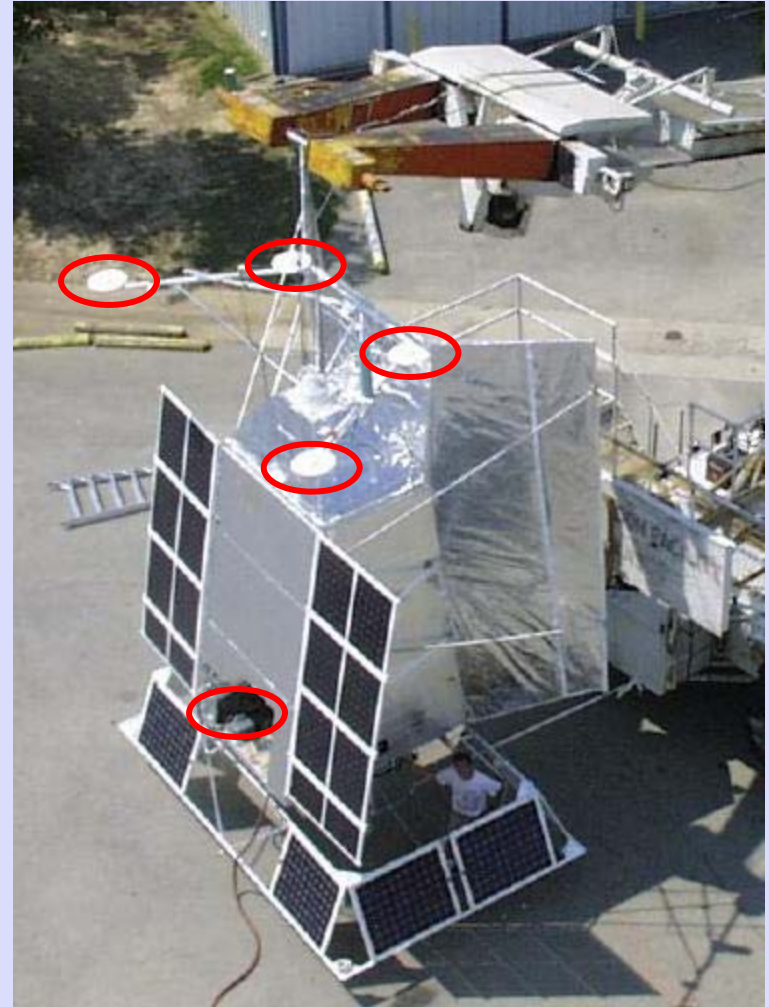
PEGASO launch, Svalbard 2004



Lancio di PegasoD



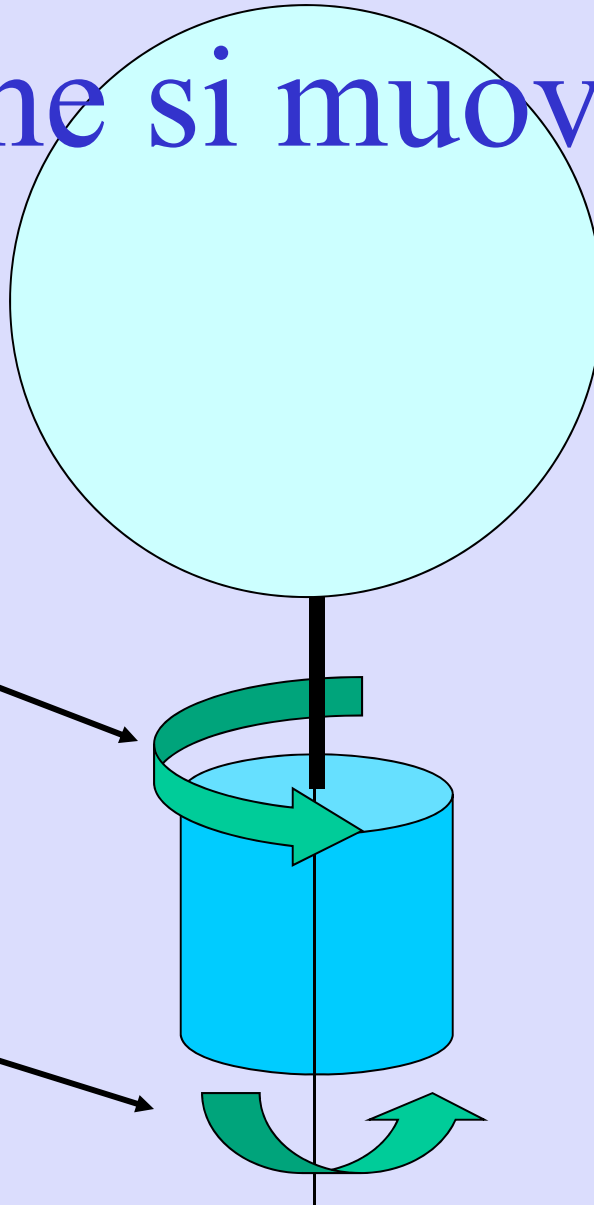
Boomerang



Come si muove ?

Può ruotare

Può dondolare



A che cosa servono le due uova



Luigi



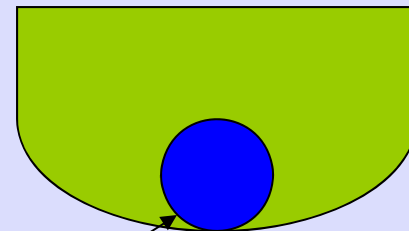
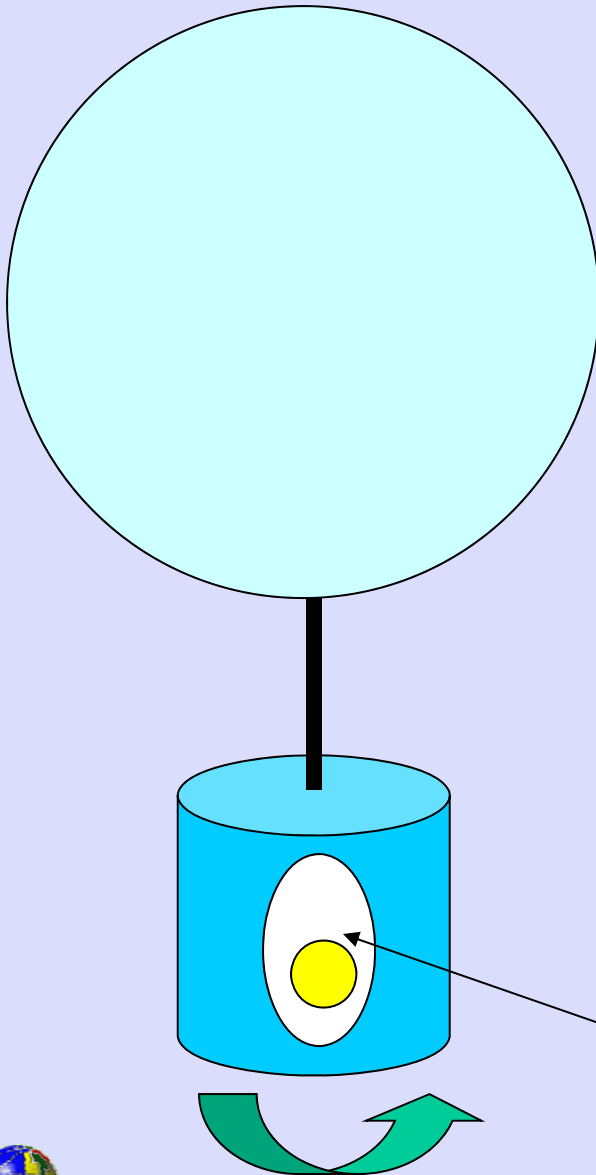
Sara

Gli attriti interni dissipano l'energia del sistema, e le oscillazioni si smorzano



Smorzatore di pendolamento

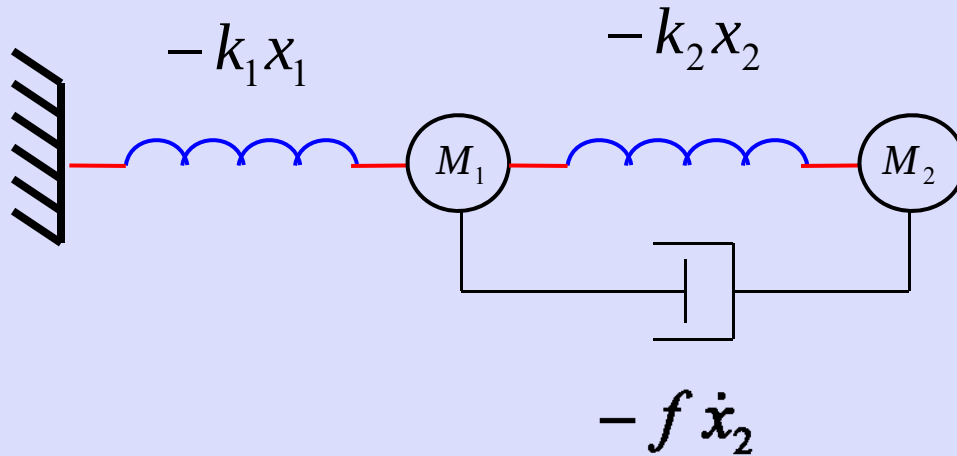
Un recipiente dal fondo semisferico, riempito di un fluido viscoso ospita una sfera di materiale ad alta densità, libero di rotolare sul fondo. I pendoli sono accoppiati e l'energia trasferita alla sfera viene dissipata dalla resistenza del mezzo.



Smorzatore



Complichiamo le uova



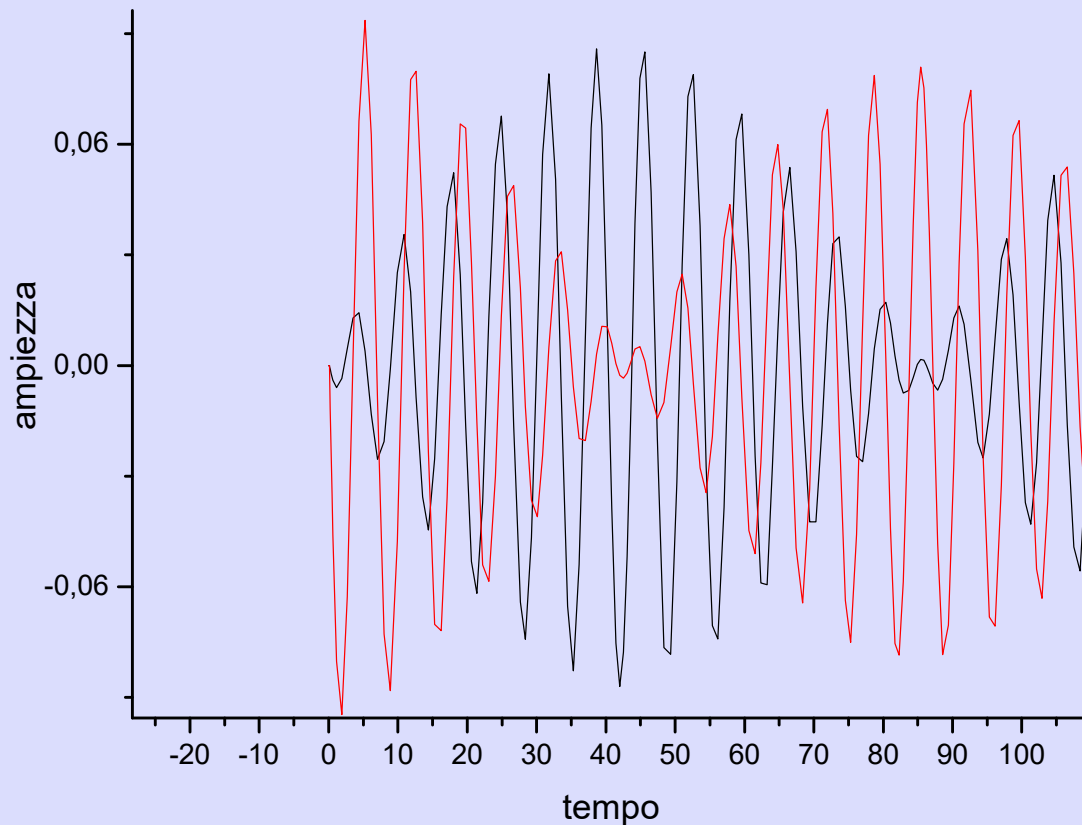
$$L = T - V$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} = 0$$

$$F = \frac{1}{2} \dot{x}_2^2 f$$



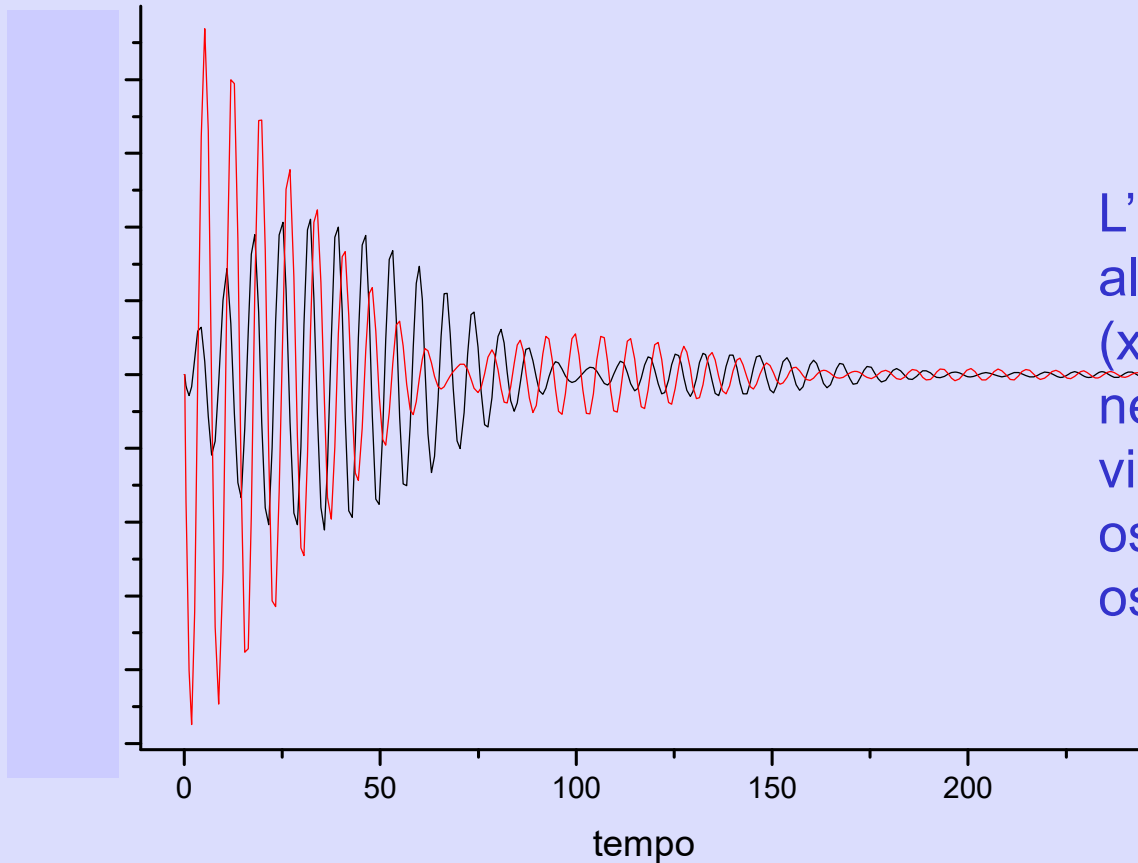
Oscillatori alla stessa frequenza



L'energia dell'oscillatore principale (x1, traccia rossa) si trasferisce all'oscillatore secondario (x2) e viceversa.



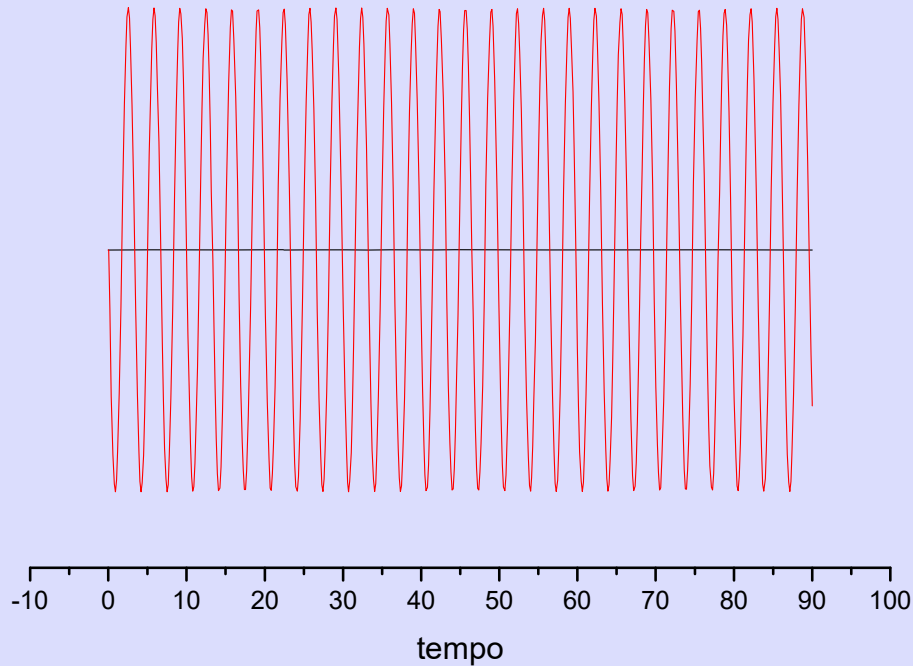
Oscillatore secondario smorzato



L'energia trasferita all'oscillatore secondario (x2, traccia nera), dissipata nell'ammortizzatore, non viene restituita all'oscillatore primario, le cui oscillazioni si smorzano



Oscillatore secondario sovrasmorzato



L'energia non viene trasferita in un oscillatore secondario sovrasmorzato (taccia orizzontale nera) e l'oscillatore primario oscilla indisturbato.

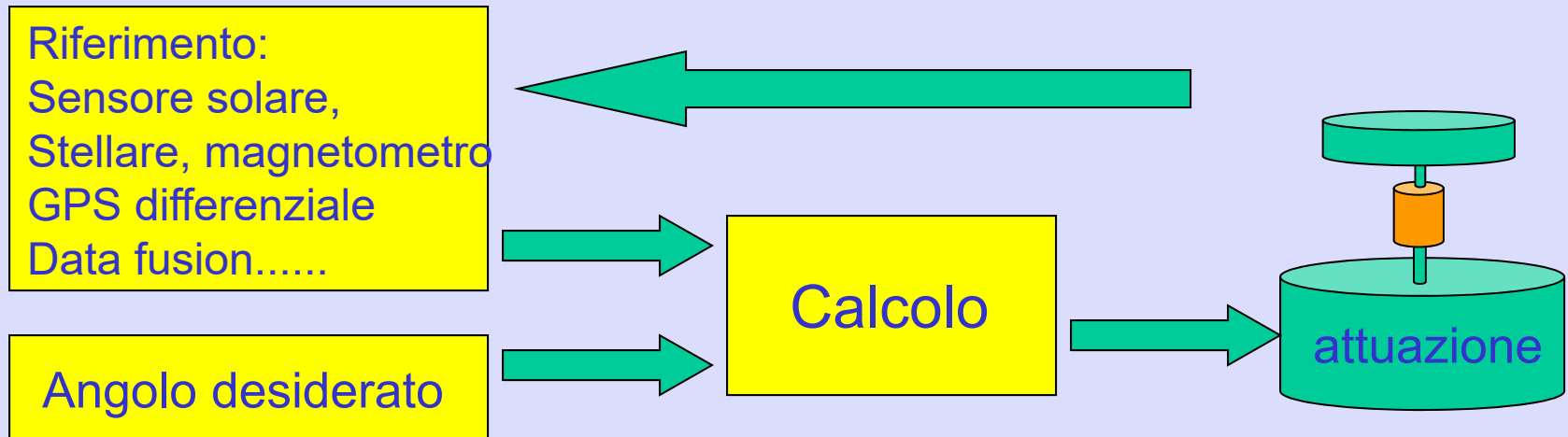


Un solo angolo (buon per noi!)

Tutte le parti mobili non debbono spostare il baricentro, così da non innescare nuove oscillazioni, e ci rimane da fissare una sola variabile, riducendo la complessità del sistema. Come facciamo a ruotare il nostro carico utile, non avendo appigli? (siamo appesi ad un filino e praticamente nello spazio!). E' comunque quello che fate puntando il vostro telescopio dalla Terra, ma la massa del pianeta è un pochino più grande di quella dell'astronomo medio, telescopio compreso.



Lo scheletro dell' ACS



L'ACS è un sistema reazionato: Il programma di volo impone un angolo da ottenere. Questo viene comparato con i dati restituiti dal sensore angolare ed agisce su un attuatore modificando l'assetto della gondola. Naturalmente questo cambia il valore rilevato dal sensore angolare: questo processo opera una continua correzione dell'assetto, cercando di far sì che il desiderato coincida con il misurato.



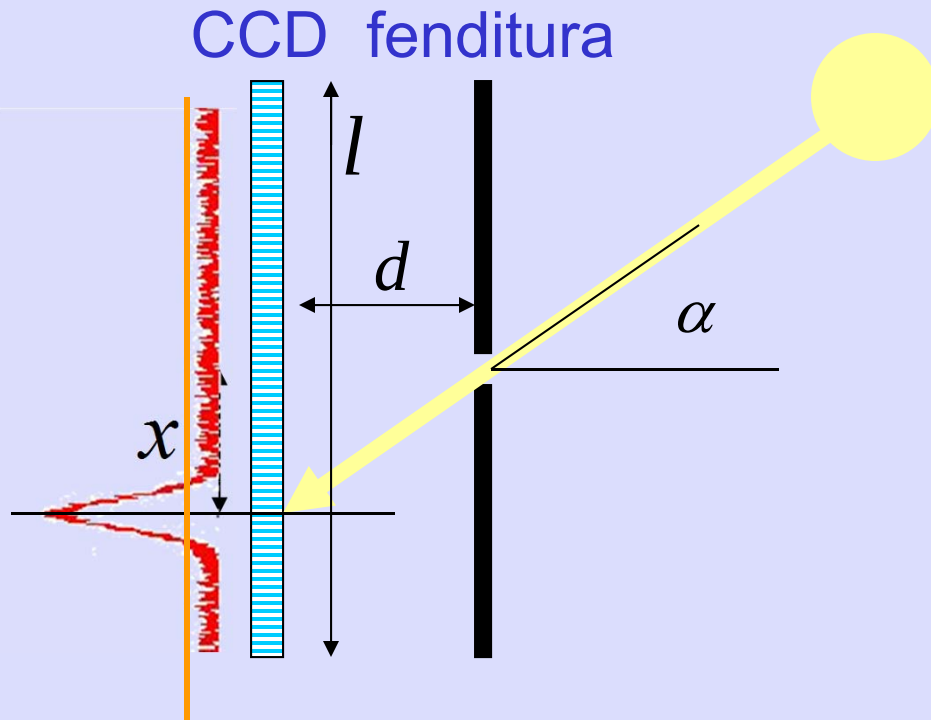
Studio degli ingredienti

- La rilevazione dell'angolo è un'arte in se, e può usare svariate strategie, dalla rilevazione di una singola grandezza fisica all'integrazione di più misure (data fusion)
- La definizione dell'angolo desiderato viene dalle esigenze dell' esperimento.
- Il calcolo tiene conto delle necessità della correzione geografica e temporale, e delle caratteristiche di compensazione per un posizionamento stabile e corretto (teoria dei controlli)
- L'attuazione tiene conto delle caratteristiche meccaniche del carico, e coinvolge meccanica ed elettronica di potenza



Sensore solare a CCD (principio)

Come troviamo l'angolo di orientamento?



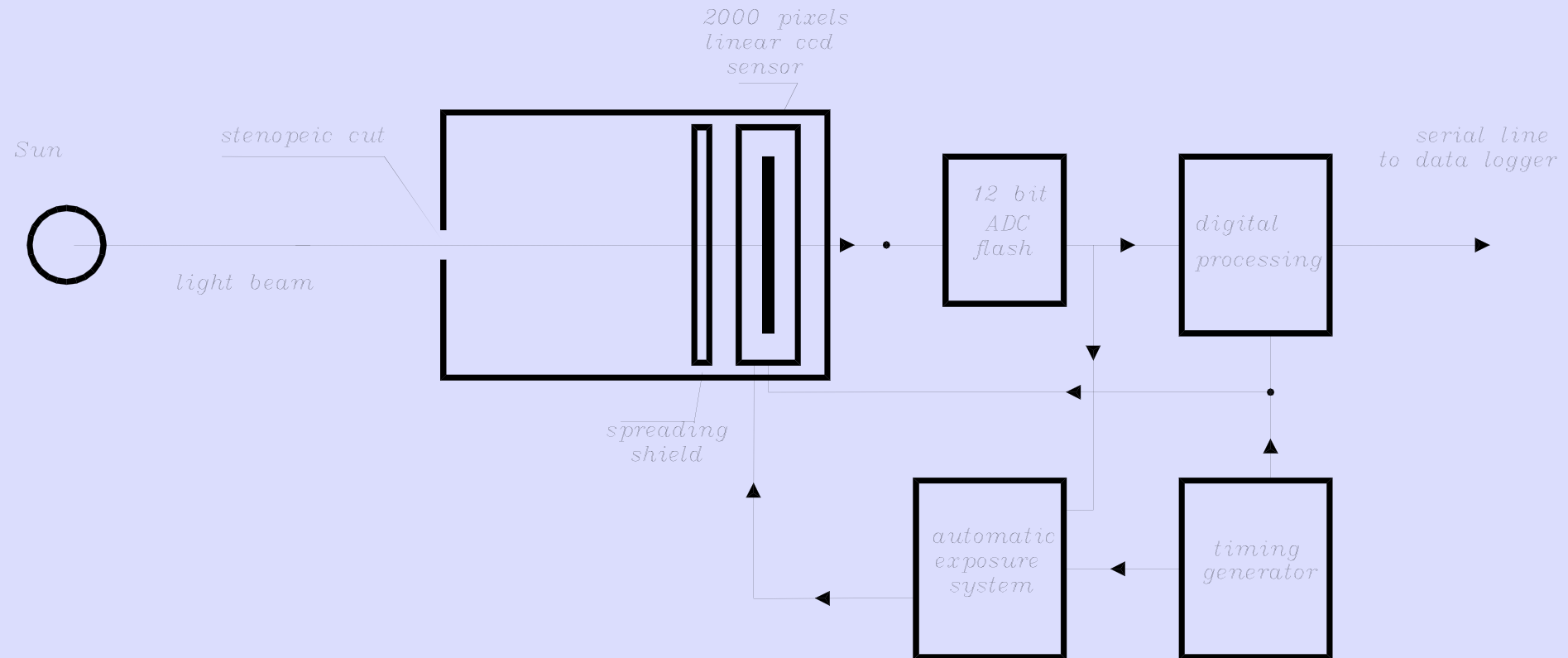
$$\alpha = \arctan\left(\frac{x}{d}\right)$$

$$x = \frac{l}{2} - \frac{\sum_{n=1}^N L(n) \cdot n}{\sum_{n=1}^N L(n)}$$

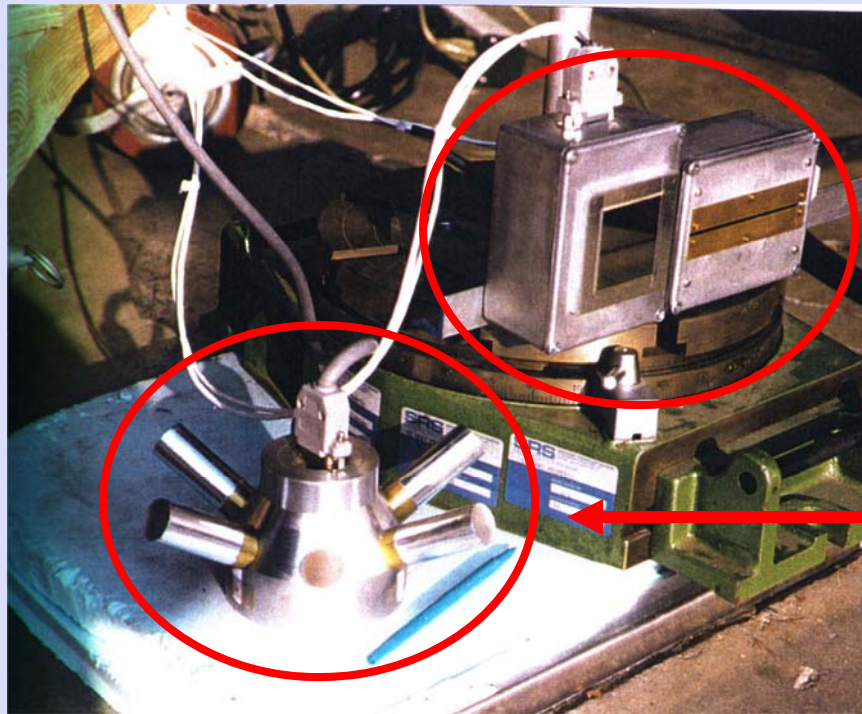
$L(n)$ viene calcolata tagliando il rumore
(linea di soglia arancione) che sposterebbe
il baricentro al centro della CCD



Sensore solare a CCD (schema)



Sensori BOOMERanG



Sensore fine a CCD

Sensore grossolano



Sensore solare elettromeccanico



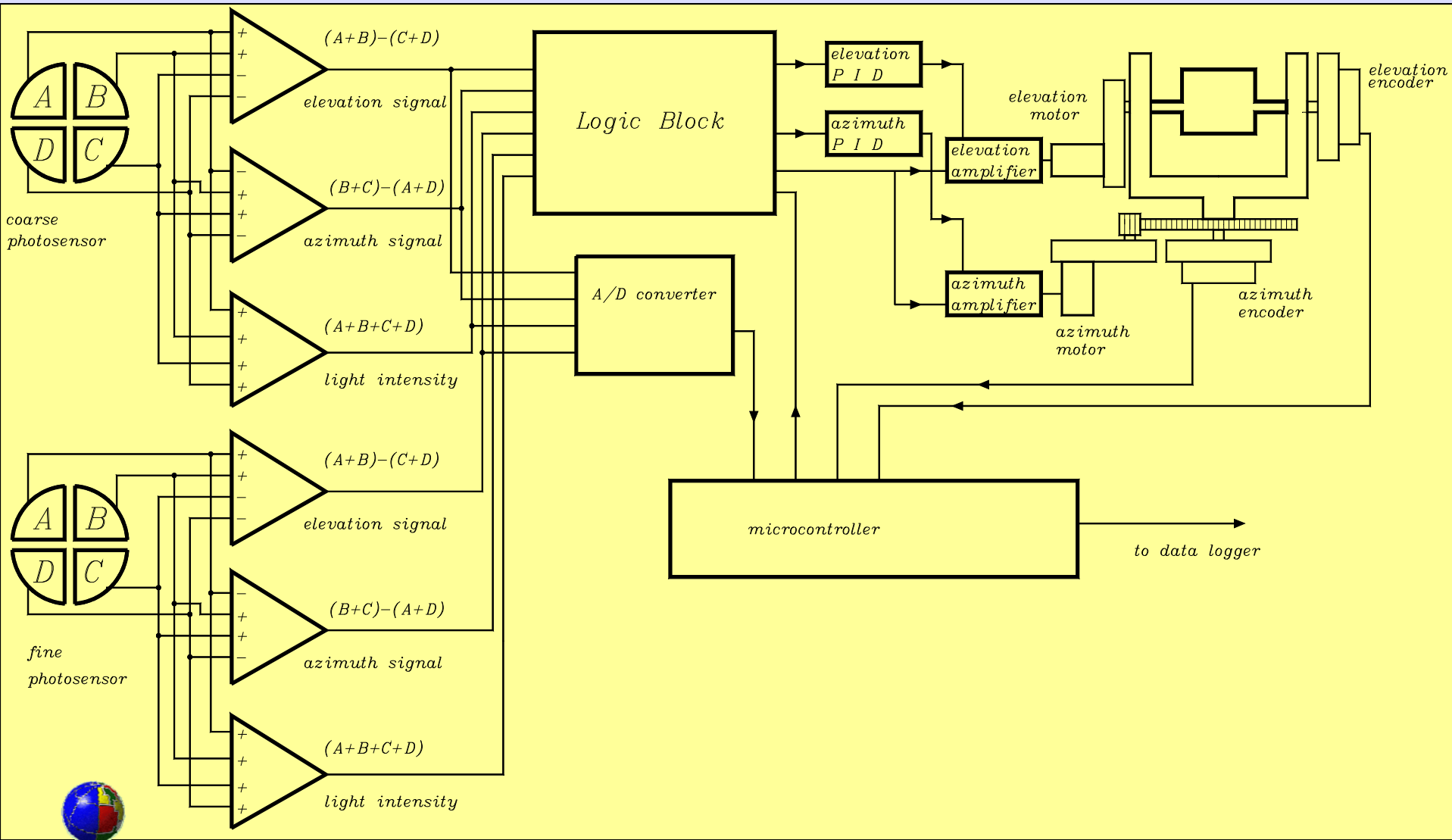
Mechanical Sun tracker

Device under test near the
INGV building (Roma)

The long tube holds the
stenopeic hole for the fine
sensor.



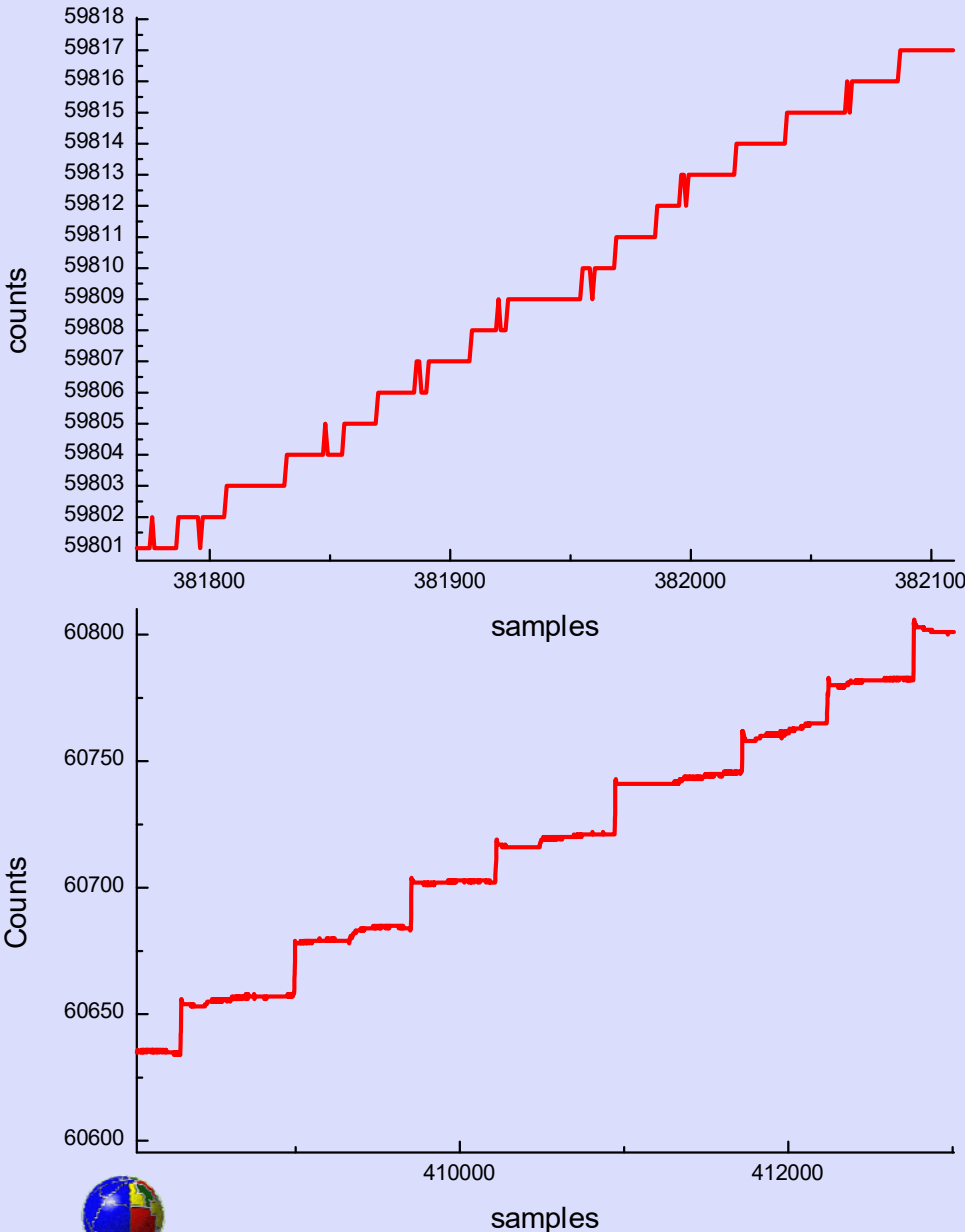
Sensore solare elettromeccanico



Risultati sensore elettromeccanico

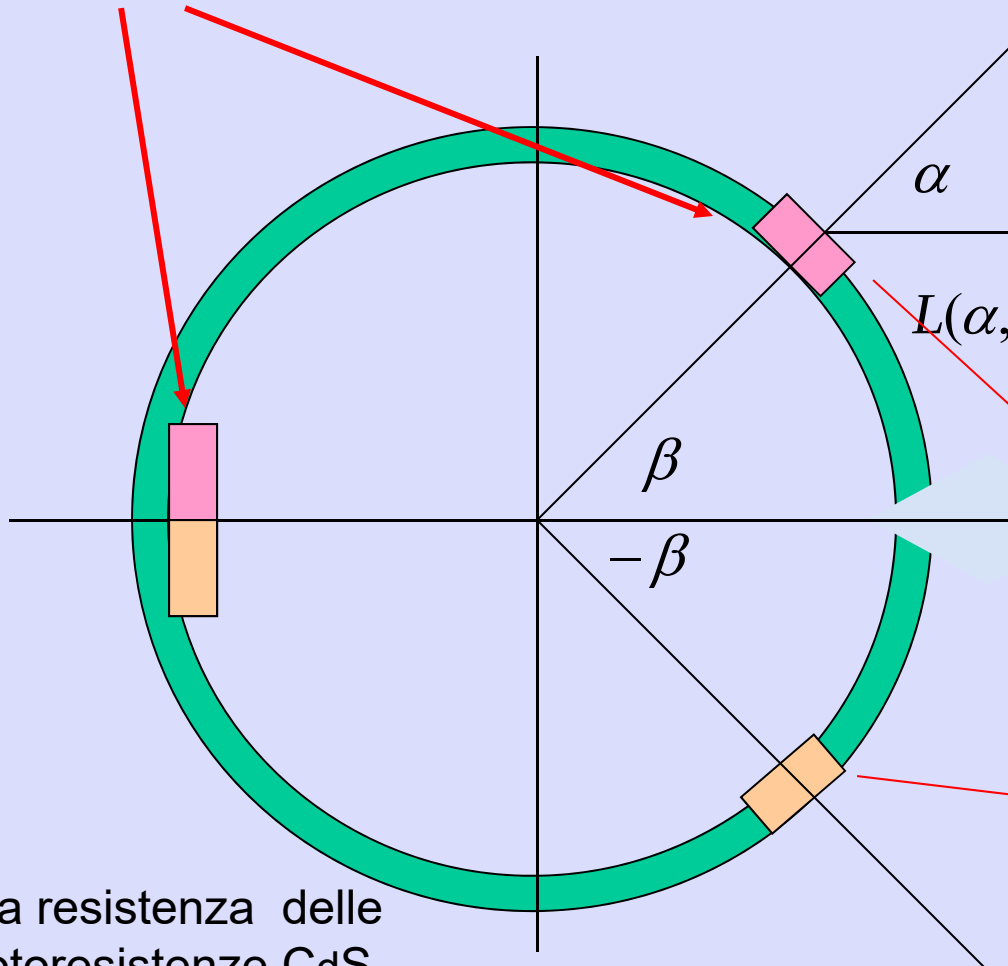
The prototype has been exposed to the sun in the INGV yard. The system exhibits two comportment.

It can nicely follow the sun movement, (upper diagram) at the limit of the encoder's sensitivity (0.0054°) or with 10 counts jumps. This is probably related to the poor quality gearbox transmission used, which suffers of a strong difference between static friction and dynamic friction. In any case the precision will improve by digitizing the error signal coming from 4-quadrants diodes



Cosine detector solare

fotoresistenze CdS



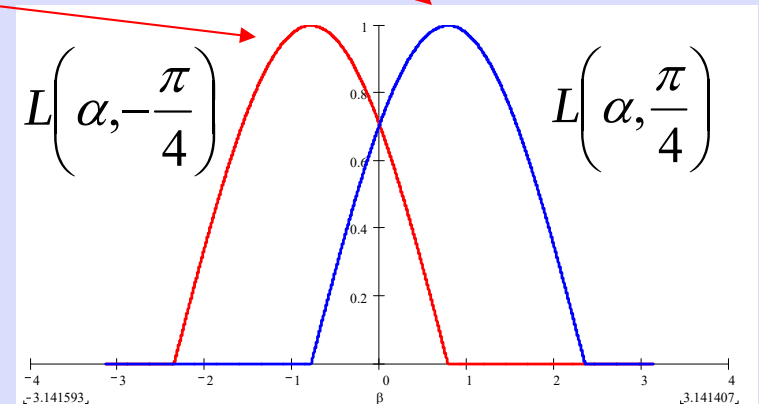
L'illuminazione va con il coseno dell'angolo di incidenza

$$L(\alpha, \beta) = \cos(\beta - \alpha) \cdot \Theta(\cos(\beta - \alpha)) \cdot L_{\max}$$

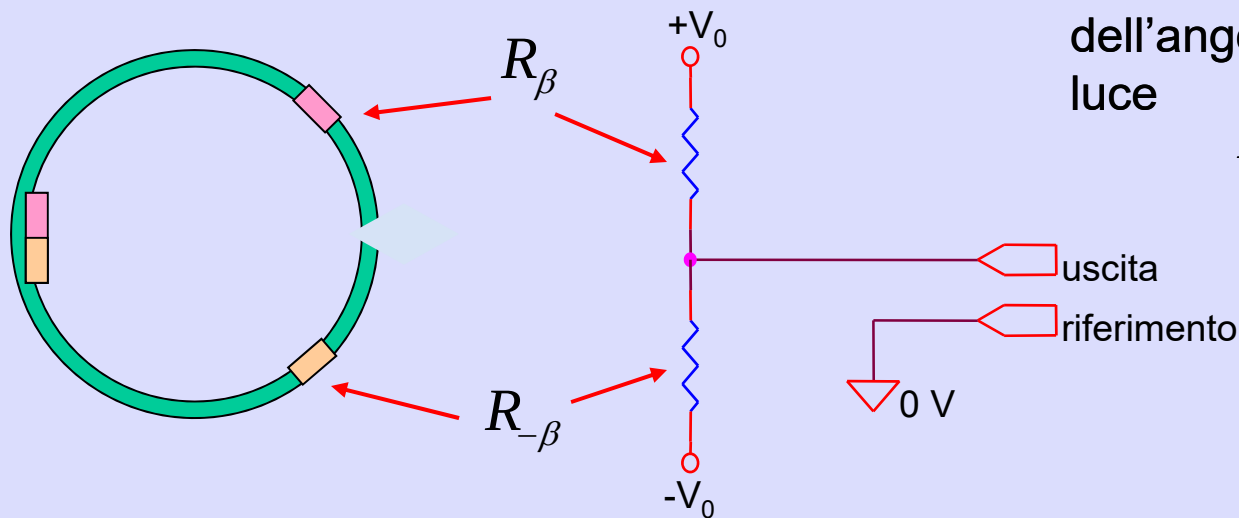
Solo quando la fotocellula è illuminata

La resistenza delle fotoresistenze CdS va con l'inverso dell'illuminazione:

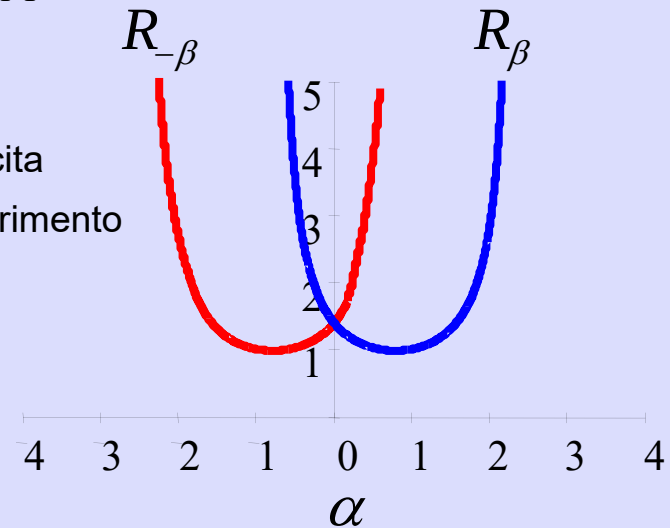
$$R = R_p + \frac{R_0}{L + L_0}$$



Circuito Del Cosine Detector

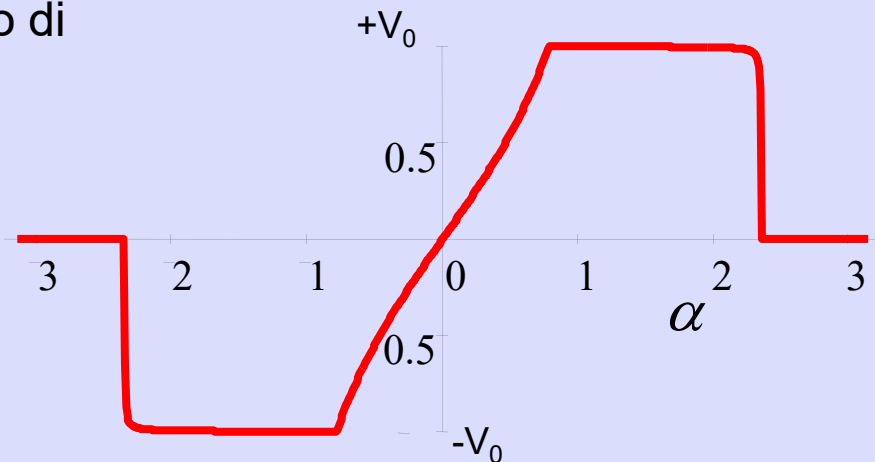


Resistenze in funzione dell'angolo di incidenza della luce

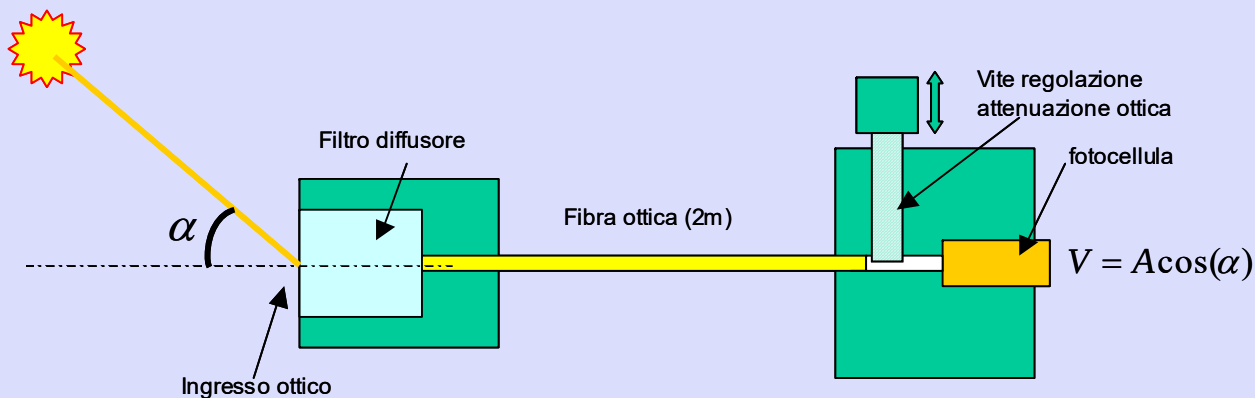
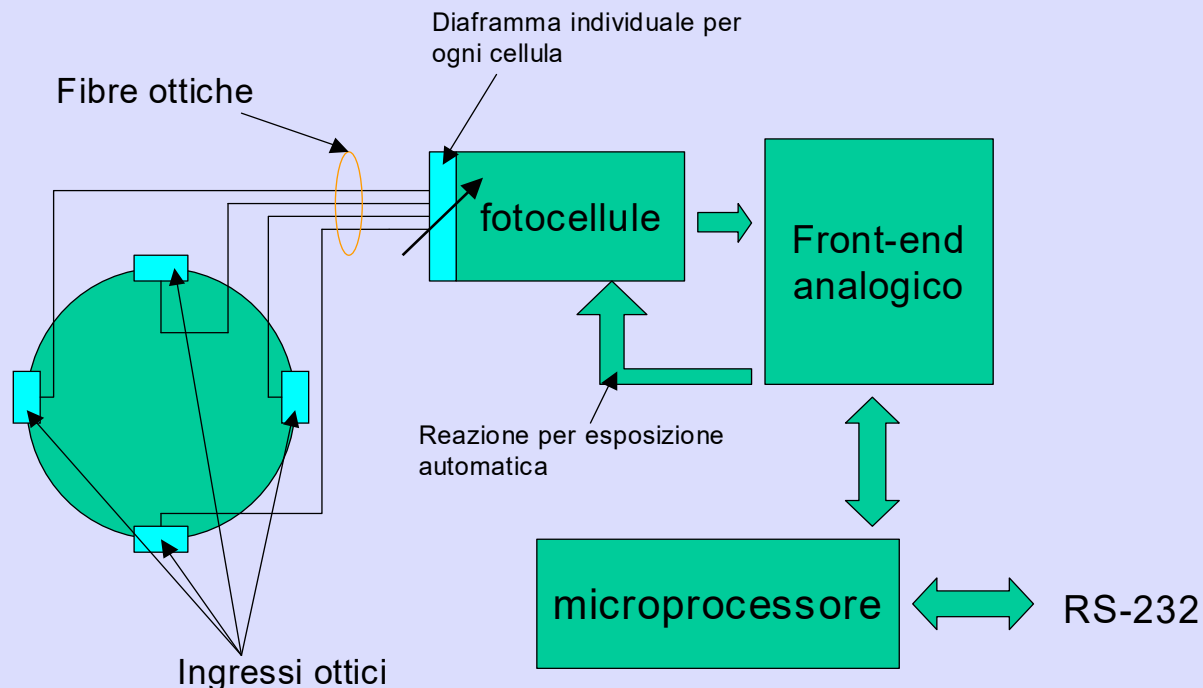


Tensione di uscita del partitore in funzione dell'angolo di incidenza della luce

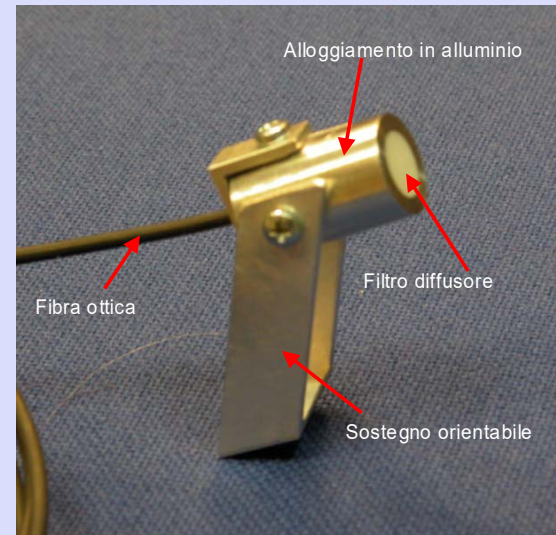
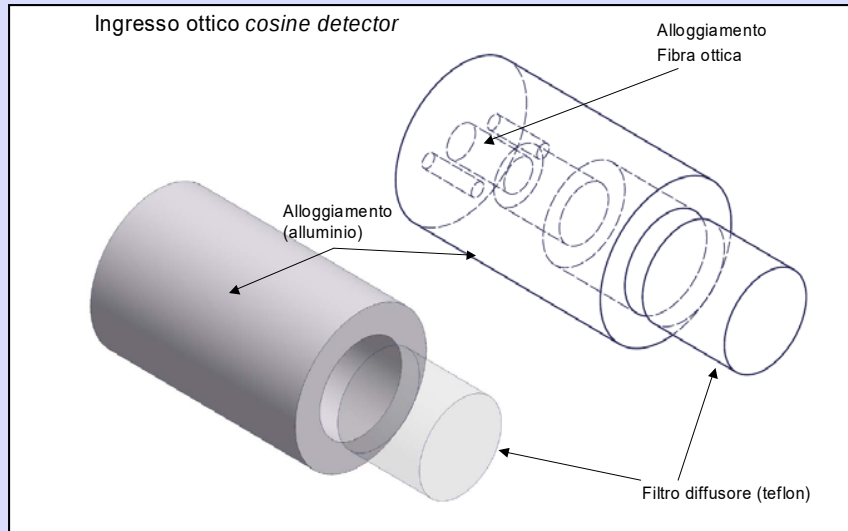
$$V(\alpha) = \left(\frac{R_{-\frac{\pi}{4}}(\alpha)}{R_{-\frac{\pi}{4}}(\alpha) + R_{\frac{\pi}{4}}(\alpha)} - 0.5 \right) \cdot 2V_0$$



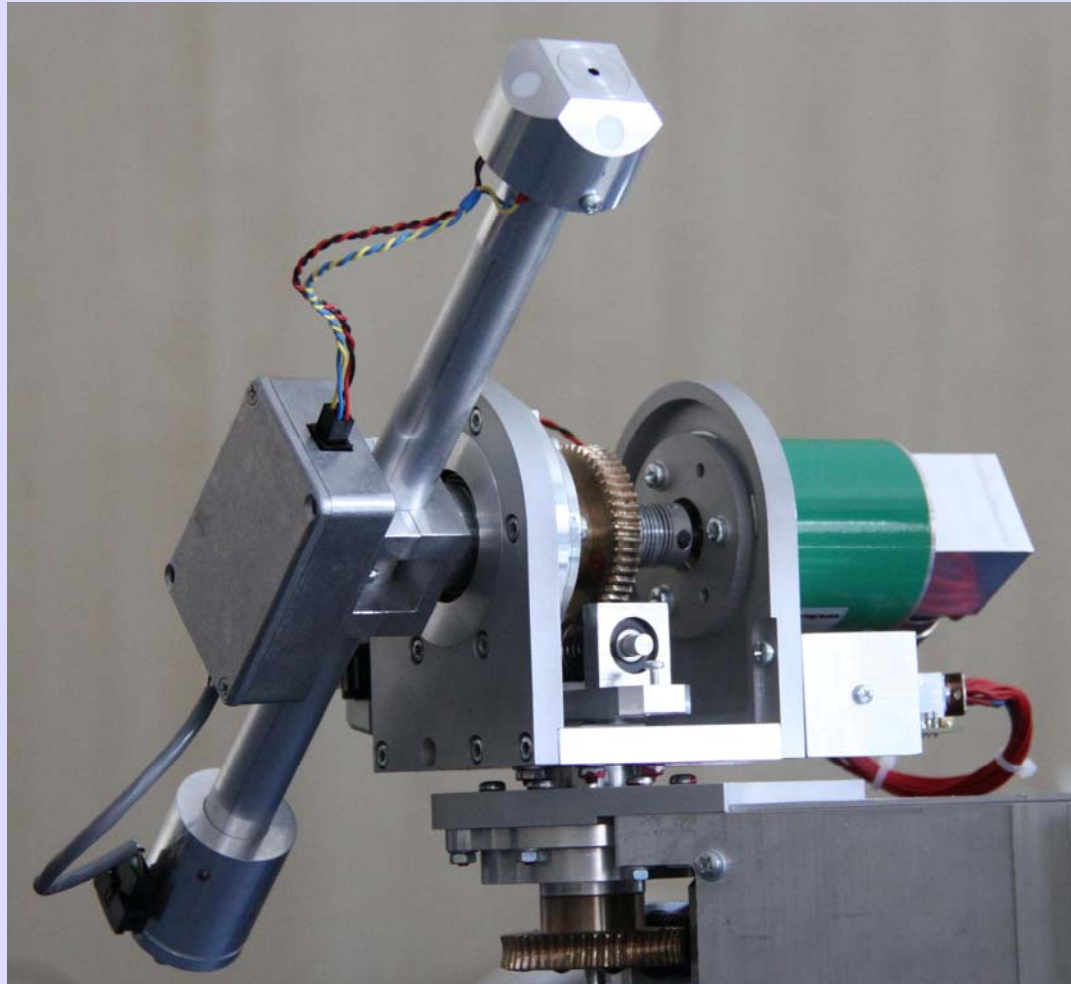
Sensore grossolano a più fotocellule



Il sensore solare grossolano di Olimpo



Il sensore solare fine di Olimpo

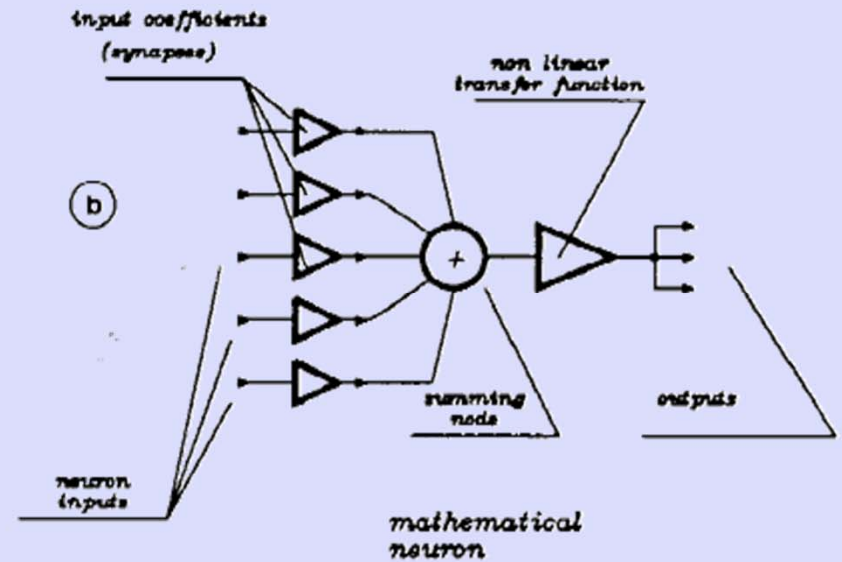
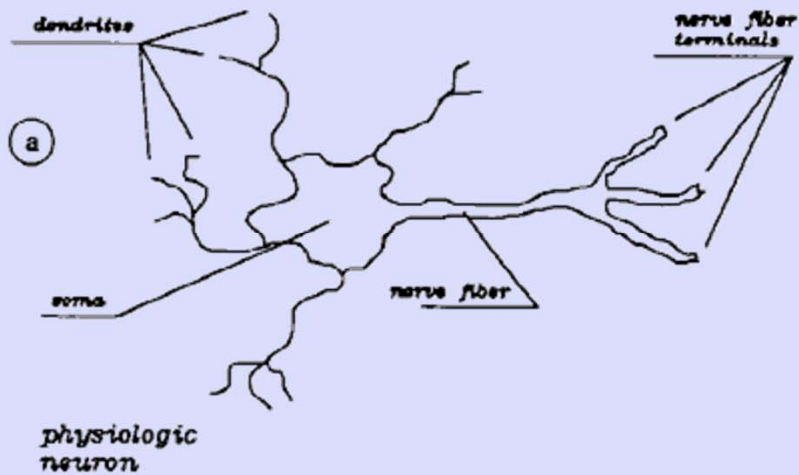


Un approccio euristico ai problemi di controllo: le reti neurali simulate

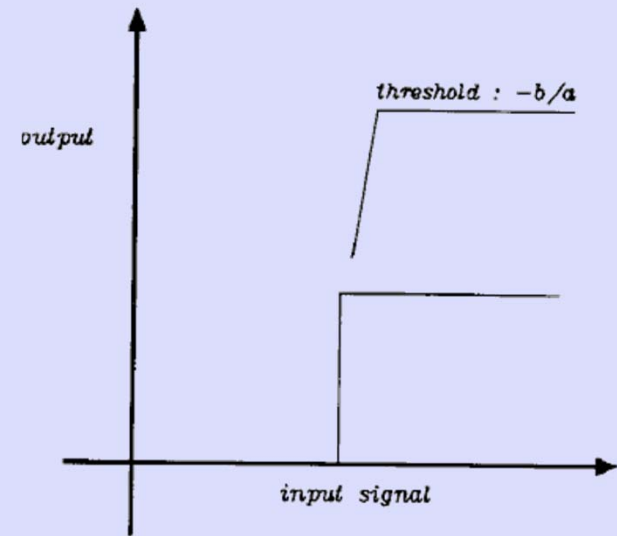
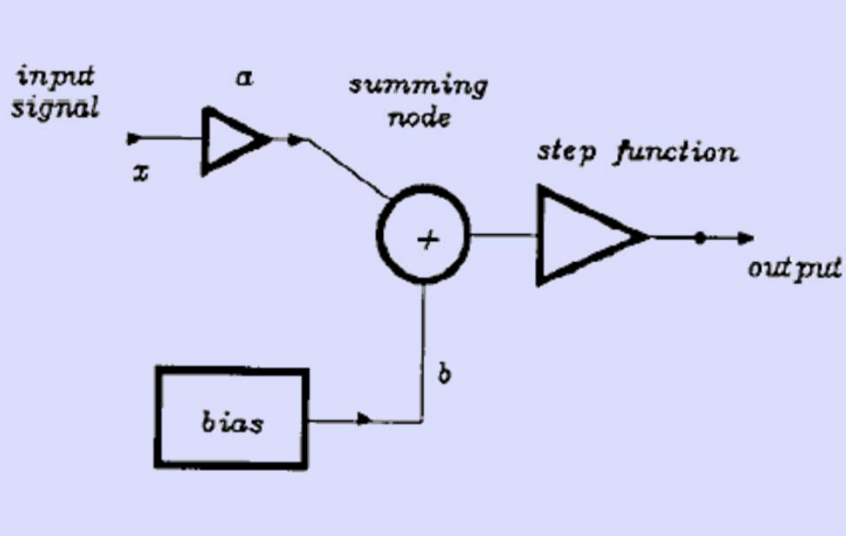
Nel caso si voglia approssimare un risultato a prescindere dalla teoria, e per far questo si abbia un buon numero di risultati sperimentali che possono approssimare il problema, possiamo far uso delle reti neurali simulate. Ben istruite su un fenomeno possono riprodurlo e, nei casi fortunati, estrapolare un comportamento generale fornendo risultati plausibili che non erano contenuti nei dati serviti per l'istruzione.



Neurone biologico e neurone matematico



Reti Neurali simulate



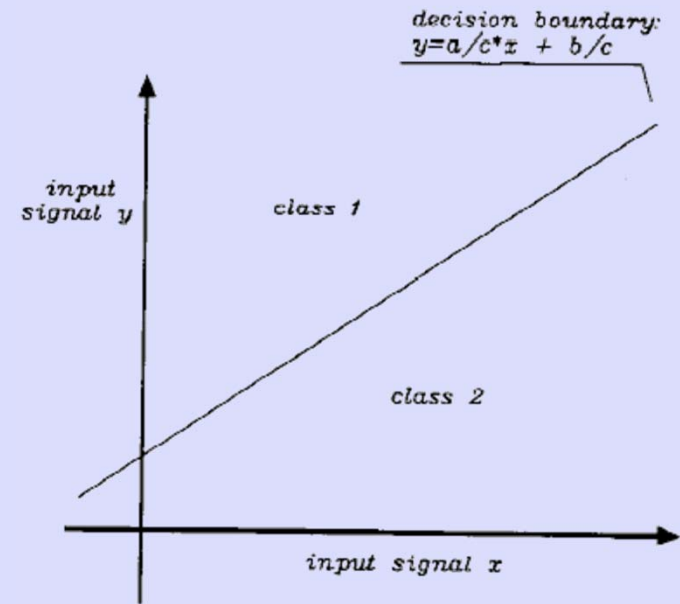
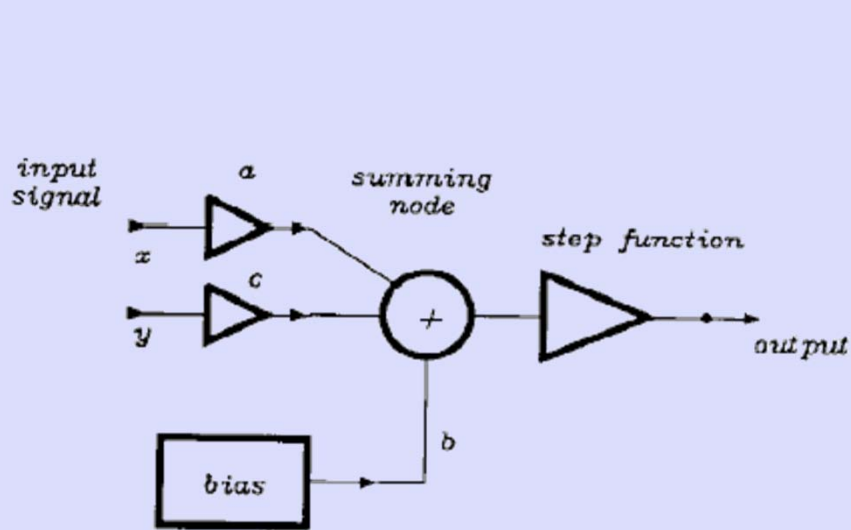
Un modo apparentemente semplice per indurre un comportamento in un dispositivo è ricorrere alle reti neurali simulate. Nell' esempio in figura, quando

$$ax + b > 0 \Rightarrow x > \frac{-b}{a}$$

viene fornito un segnale in uscita



Reti Neurali simulate

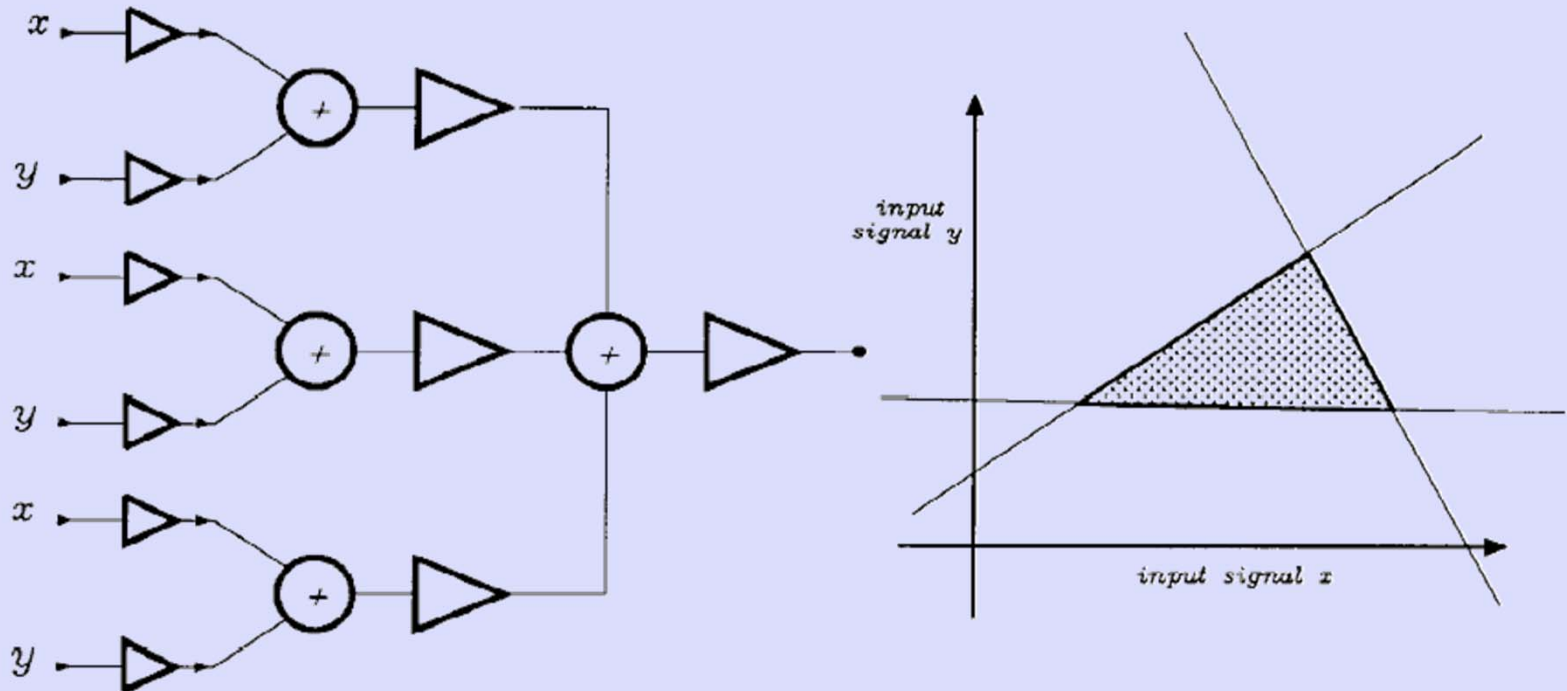


Una somma pesata di due variabili può separare il piano di ingresso in due semipiani.
Un a somma pesata di n variabili può separare lo spazio n -dimensionale in ingresso con un piano $(n-1)$ -dimensionale

$$ax + cy + b > 0 \Rightarrow y > -\frac{a}{c}x - \frac{b}{c}$$



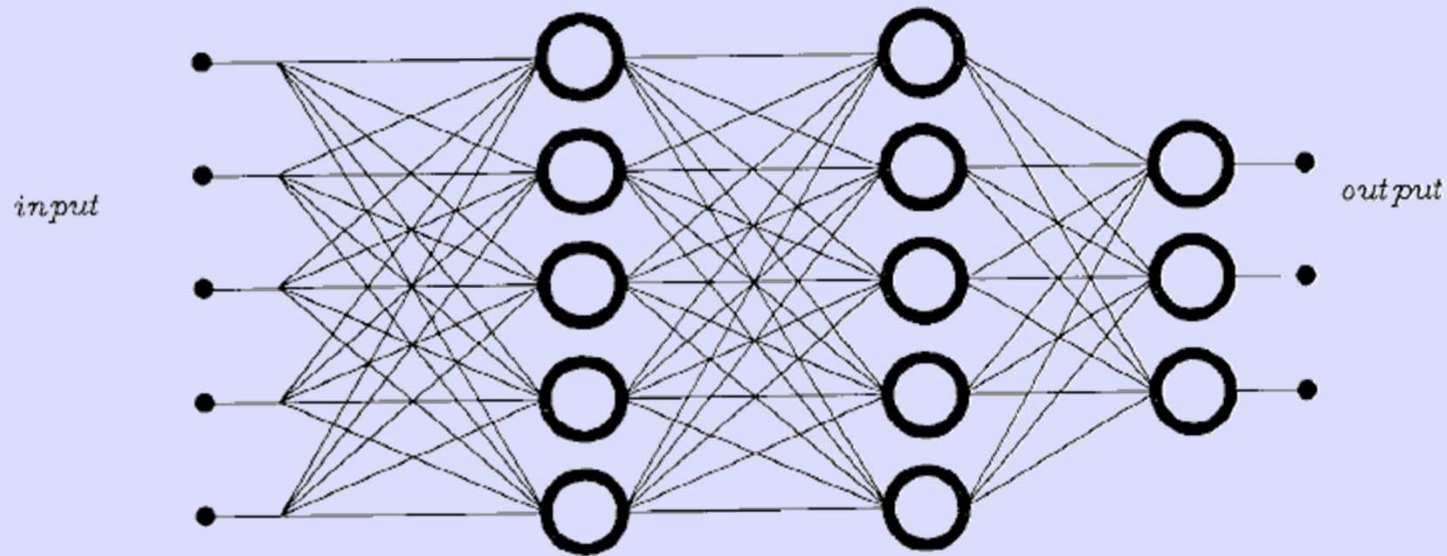
Reti Neurali simulate



Connettendo più blocchi insieme si possono ottenere forme arbitrarie nello spazio delle Variabili. Se più blocchi come quelli della figura vengono connessi tra di loro si possono ottenere figure arbitrarie nello spazio delle variabili. Virtualmente qualunque tipo di riconoscimento può essere realizzato con una rete neurale simulata.



Reti Neurali simulate



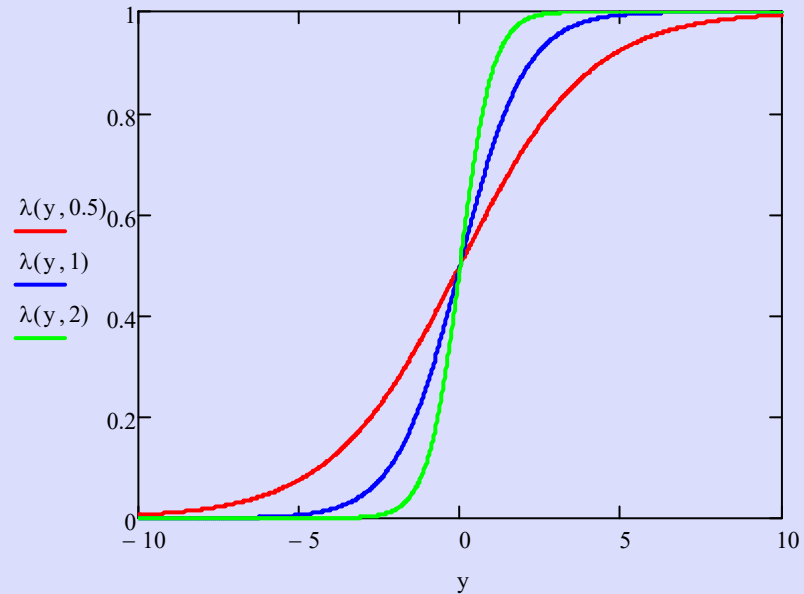
Virtualmente una rete disegnata così può essere specializzata a rappresentare ogni tipo di fenomeno. Basta cambiare i coefficienti degli ingressi (le sinapsi di un neurone biologico). Per far questo sono state inventate ricette basate sulla minimizzazione dell'errore tra quanto ci aspettiamo in uscita ed il valore fornito dalla rete. Se abbiamo un insieme di N fenomeni su cui istruire una rete con I uscite, possiamo cercare di rendere minima la funzione di errore

$$E = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I (T_{ni} - C_{ni})^2$$

Reti Neurali simulate

Se sostituiamo la funzione a gradino con una sua rappresentazione 'morbida' come una sigmoide:

$$\lambda(y, a) := \frac{1}{1 + e^{-y \cdot a}}$$

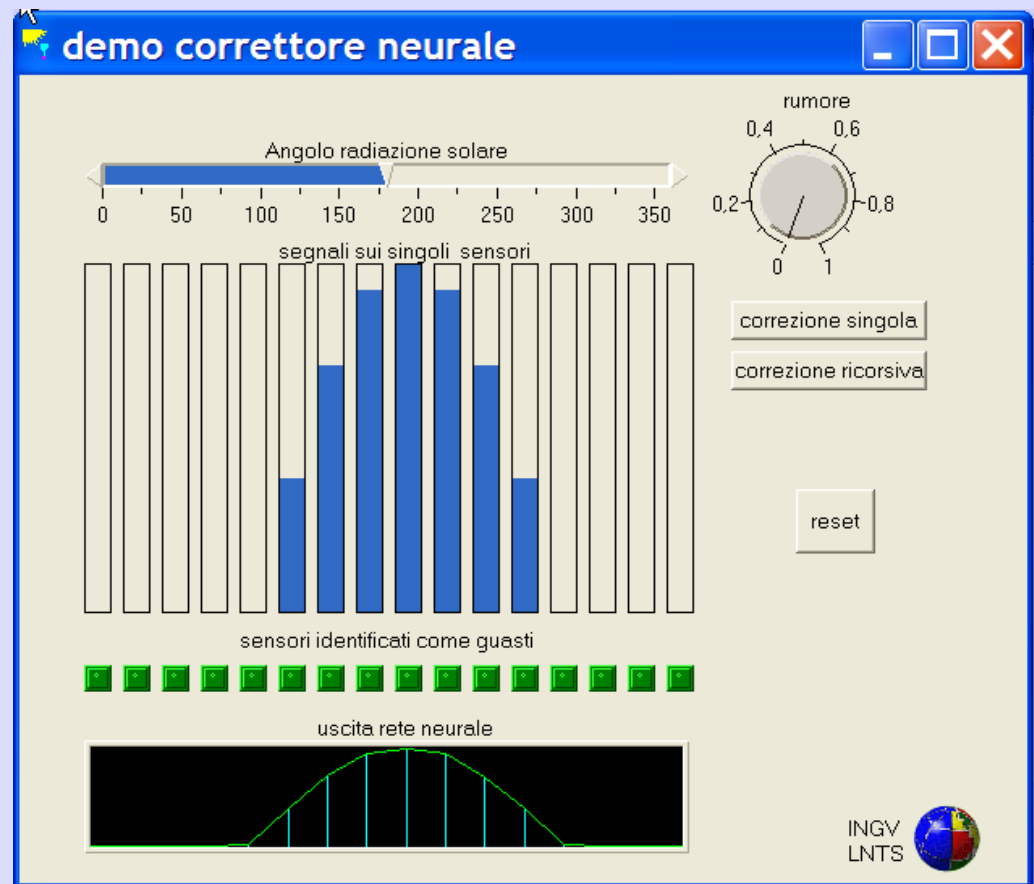


Riusciamo ad avere una funzione di errore derivabile, e quindi possiamo, per ogni variabile definire una direzione di discesa del gradiente, il che ci aiuta nel processo di istruzione.

Nell' esempio che segue una rete neurale è stata istruita per correggere le letture di un sensore solare grossolano basato su una corona di *cosine detectors*.

Correzione dati a rete neurale simulata

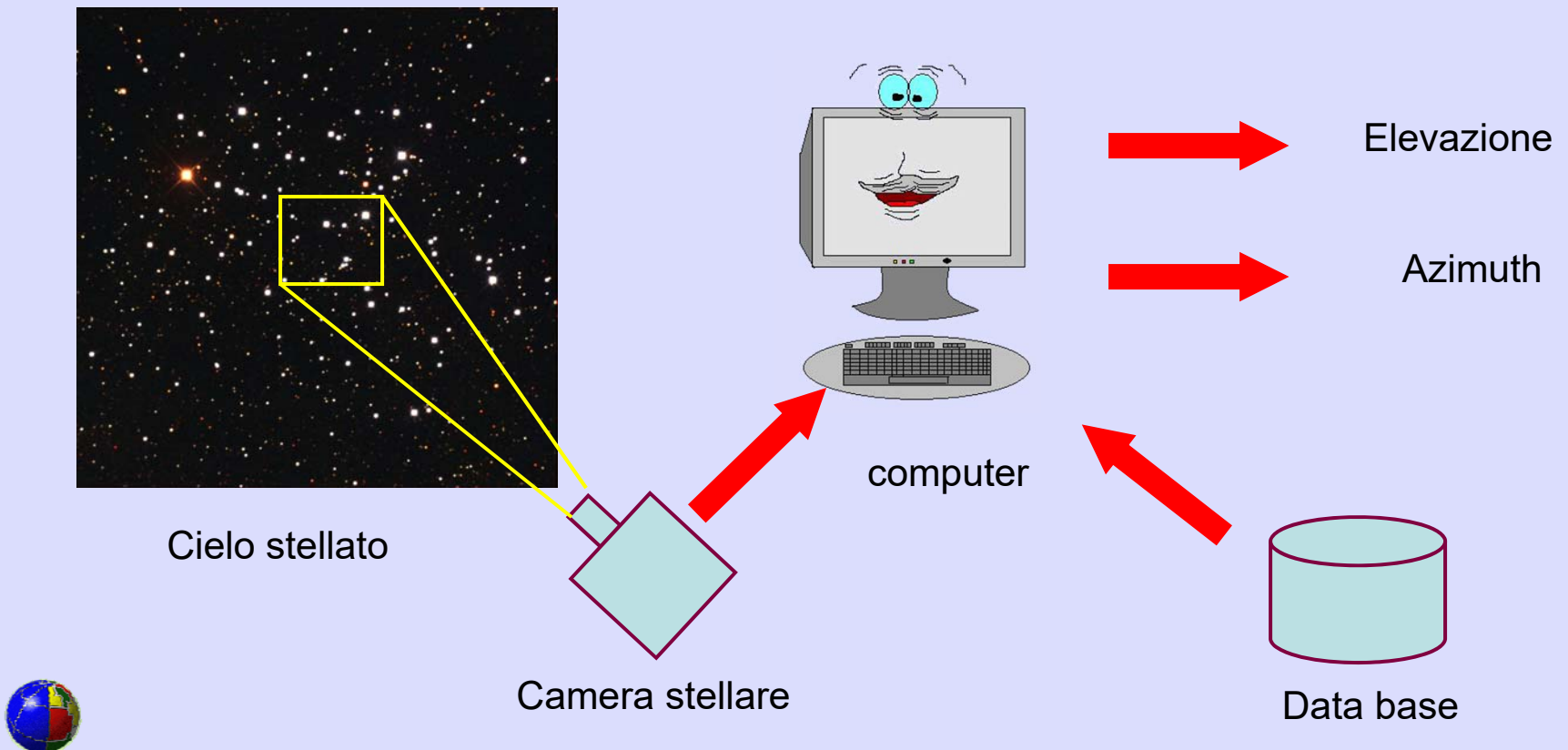
Le reti neurali simulate possono essere uno strumento potente di trattamento dei dati. Nell' esempio segnali errati provenienti da un array circolare di 16 fotocellule vengono identificati da una rete neurale



Le stelle...

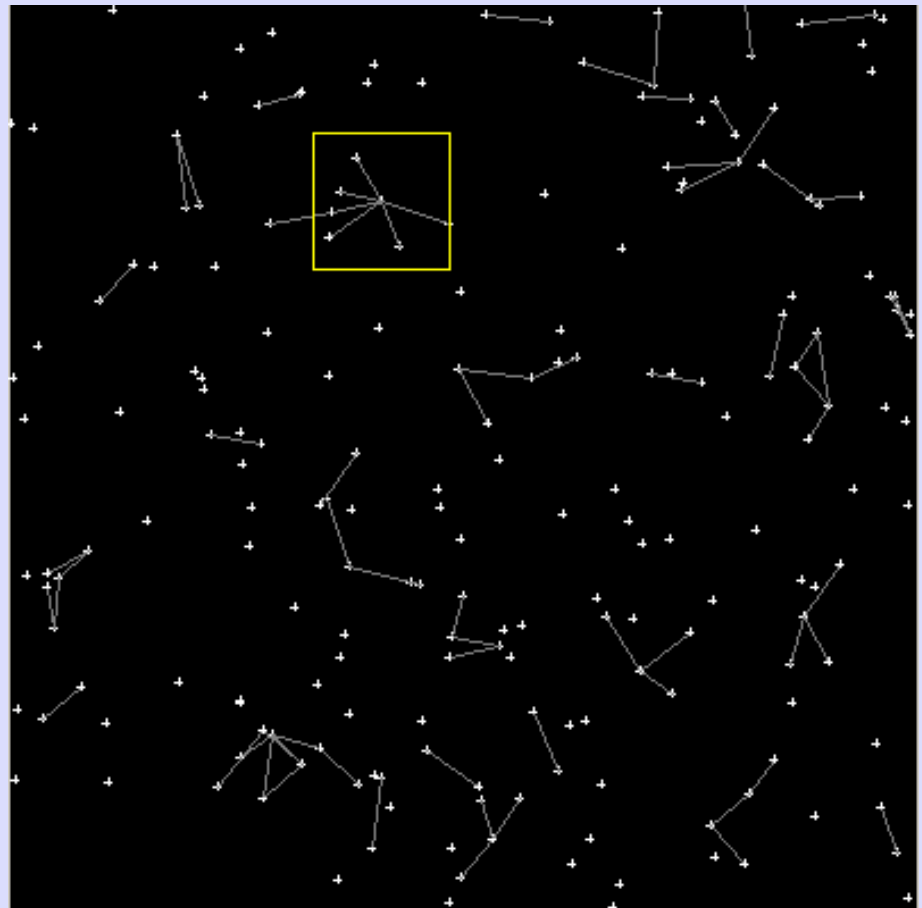
sono tante (milioni di milioni.....)

Se riusciamo ad identificare una delle stelle viste dalla nostra telecamera possiamo, sapendo la posizione che occupa nella telecamera e la sua posizione nel cielo, ricostruire l'orientazione angolare della navicella. Come identifichiamo una stella?



Identifichiamo una stellina

C'e' un semplice algoritmo basato sulla distanza tra stelle vicine (per vicine intendiamo che entrano tutte nel campo di vista della telecamera). Per identificare una stella si analizza l'immagine della stella e delle sue vicine, si calcolano le distanze e si usano per pescare in un elenco di distanze precedentemente calcolato



Data fusion

L'utilizzazione dei dati proveniente da sensori differenti per ottenere una stima del valore reale viene individuata con il termine 'data fusion'. Esiste una ricetta, inventata da **R. E. KALMAN**, e presentata nel 1960 con l'articolo **A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems** (Transactions of the ASME) che risolve generalmente questo problema. Il processo viene chiamato 'filtro di Kalman' ed è ormai presente in una grande varietà di sistemi di navigazione.



Una briciola di senso comune

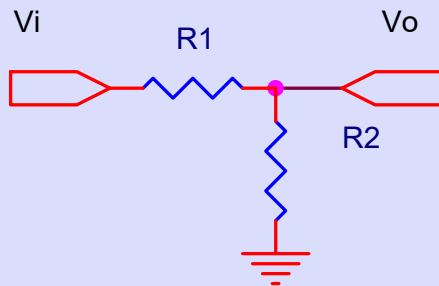
Che cosa ci aspettiamo dal processo di fusione dei dati?

- Che i vari sensori si aiutino l' un l' altro per ottenere la stima delle grandezze misurate. Tutti concorrono per ottenere questo risultato nei limiti delle loro possibilità. Un sensore in più, anche se di poca qualità (ma quanto poca ci deve essere noto) deve migliorare la stima.
- Se conosciamo il fenomeno da misurare aggiungiamo una ulteriore dato per affinare la qualità della stima: in un sistema fisico (del quale, dalle misure precedenti, conosciamo lo stato) il risultato di uno stimolo (noto perchè siamo noi a somministrarlo, come l' azionamento di un motore) è prevedibile. Questa previsione è utilizzabile come una misura aggiuntiva.

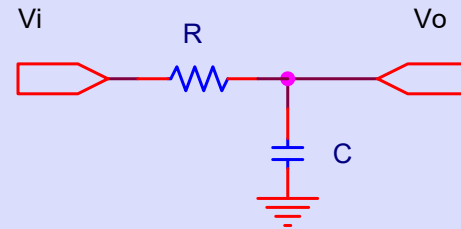


Il concetto di filtro (1)

Un filtro (indipendentemente dalla sua realizzazione) è un dispositivo che opera su una grandezza all'ingresso per produrre una grandezza in uscita. Questi sono due esempi di filtro:



$$Vo(t) = Vi(t) \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$



$$Vo(t) = \frac{1}{RC} \int [Vi(t) - Vo(t)] dt$$

Il circuito di sinistra si limita a moltiplicare Vi per una costante < 1 (non ha dipendenza dal tempo) il secondo opera nel tempo, e sembra molto piu' interessante.

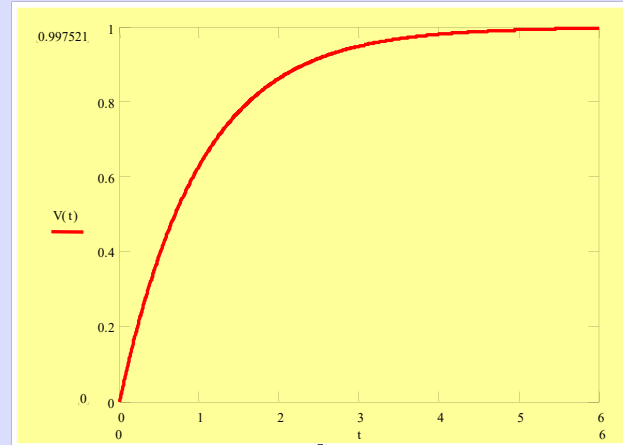


Il concetto di filtro (2)

Se proviamo a risolvere l'equazione del circuito RC per una eccitazione a gradino $V_i(t) = A\Phi(t)$ otteniamo un'uscita esponenziale che tende al valore

$$V(t) = A \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}} \right)$$

Per tracciare la figura $A=1$ ed $RC=1$



Possiamo immaginare di calcolare l'andamento del nostro esponenziale per tempi discreti. Ad ogni intervallo di tempo possiamo calcolare dalle condizioni iniziali (la tensione raggiunta con il calcolo precedente) con la nuova eccitazione (la tensione di eccitazione meno la tensione raggiunta).

$$V_{t+\Delta t} = (A - V_t) \cdot \left(1 - e^{\frac{-\Delta t}{RC}} \right) + V_t$$

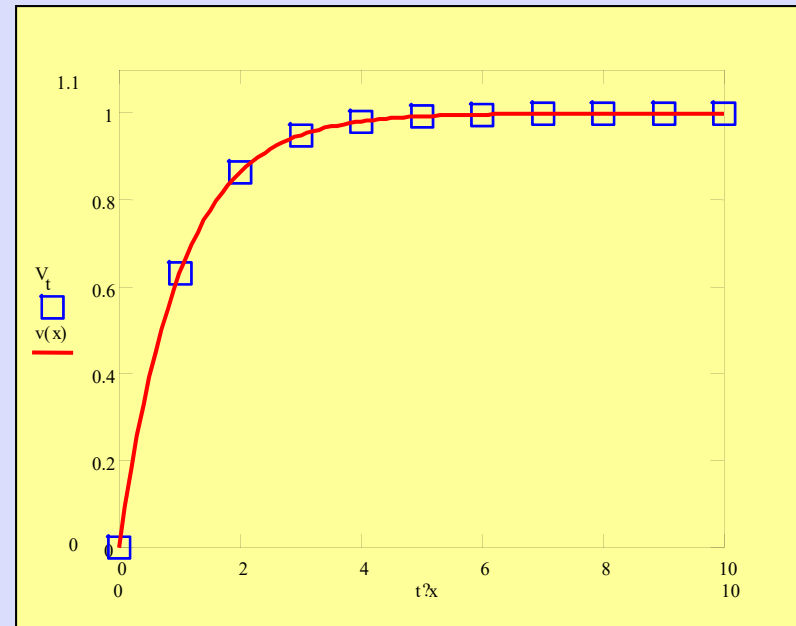


Il concetto di filtro (3)

$$V_{t+\Delta t} = (A - V_t) \cdot \left(1 - e^{\frac{-\Delta t}{RC}} \right) + V_t$$

$$V_{t+1} = V_t + K(Vin_{t+1} - V_t) \quad (1)$$

Questa formulina ricorsiva (1) ci permette di calcolare in modo semplice una cosa complicata come un esponenziale.



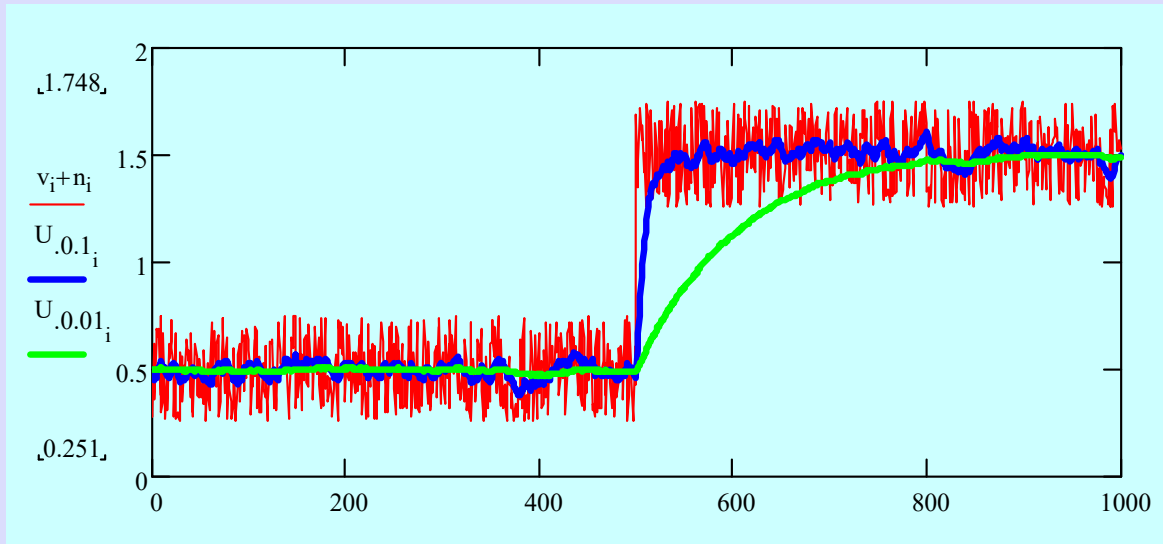
La (1) ci da altre indicazioni: l'uscita e' vista come una correzione dell'uscita al tempo precedente, e la correzione e' una funzione dell'ingresso e del valore precedente dell'uscita. Questa formula e' piena di buon senso: in un segnale naturale e' facile immaginare che campioni consecutivi non si discostino troppo, e quindi una ragionevole stima a priori e' che il segnale non cambi affatto. Il termine di correzione opera sulla differenza tra il segnale in uscita e l'ingresso: se sono uguali non viene fatta alcuna correzione, altrimenti la correzione viene regolata da K ($K \leq 1$)



esperimento

La traccia **rossa** è una sequenza di 1000 campioni rappresentante un gradino unitario, al quale è stato aggiunto un rumore casuale di ampiezza 0.5. La traccia **blu** è il risultato dell' applicazione della (1) al segnale rosso, ponendo $K=0.1$

La traccia **verde** è ottenuta applicando la (1) con $k=0.01$. Il risultato era prevedibile: si tratta di un passa basso. Se pensassimo alla (1) non come ad un filtro nel tempo, ma come ad un meccanismo per la



stima di una misura, K non sarebbe legato alla frequenza di taglio, ma all'errore stimato della misura: K tendenti ad 1 indicano che abbiamo in grandissima considerazione la misura tanto da copiarla direttamente in uscita; K tendenti a 0 indicano che la misura nuova è così sbagliata che preferiamo tenerci il valore precedente.



definizioni statistiche

media

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n (x_i)$$

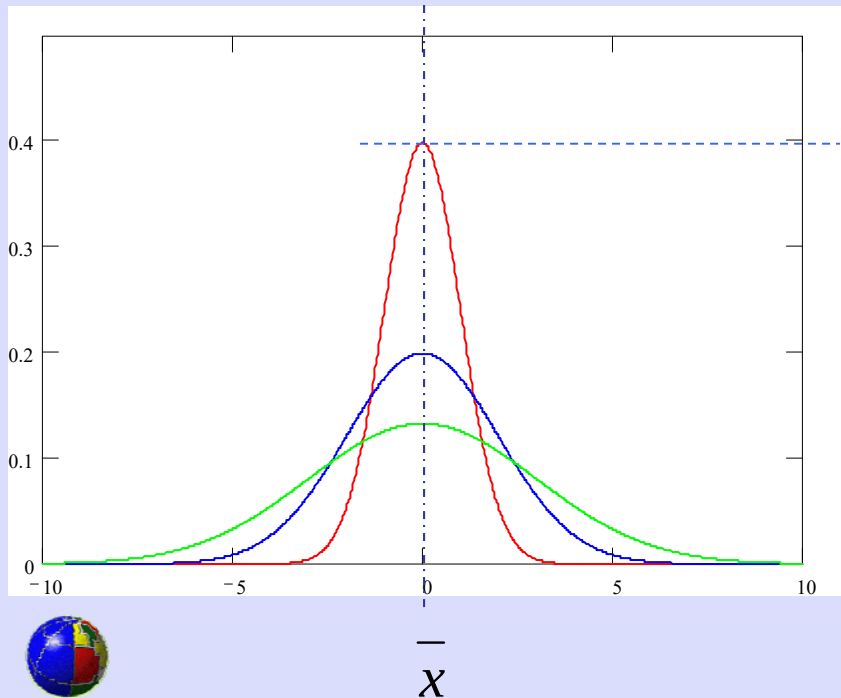
varianza

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

distribuzione normale

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$



$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}}$$

Le considerazioni nel seguito valgono per misure distribuite normalmente

Combinazione di due serie di misure

Se abbiamo una osservabile oggetto di due differenti misure distribuite normalmente possiamo stimarla in questo modo:

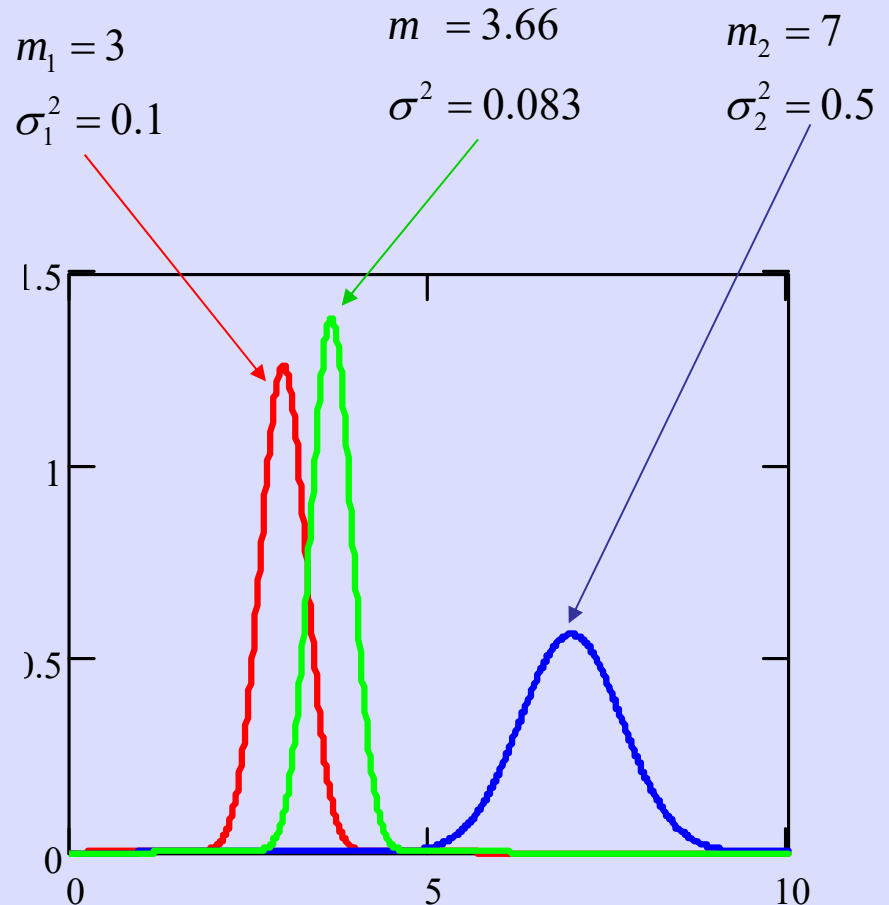
m_1, m_2 valore delle misure

σ_1^2, σ_2^2 varianze delle misure

$$m = m_2 \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} + m_1 \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}$$

Il valore medio ottenuto dalla combinazione delle due misure si ottiene con una somma pesata delle medie. I pesi sono funzione delle varianze.



La forma predizione-correzione

La formula $m = m_2 \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} + m_1 \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ (2) ci permette di stimare una grandezza da due misure delle quali si conosca la varianza. Assumiamo di avere una serie di dati nel tempo, e di voler stimare la grandezza del misurando, x_{i+1} . Per farlo abbiamo la precedente stima del dato, x_i , e la nuova misura, z . Possiamo riscrivere la (2) come

$$x_{i+1} = z \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_z^2} + x_i \frac{\sigma_z^2}{\sigma_1^2 + \sigma_z^2} \quad \text{Che, con un po' d'algebra diventa:}$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_z^2} (z - x_i) \quad \Rightarrow \quad x_{i+1} = x_i + K_{i+1} (z - x_i) \quad (3)$$

La (3) ha la stessa forma della (1); il nuovo valore x_{i+1} viene calcolato aggiungendo alla precedente stima un termine correttivo che dipende dalla bontà della stima precedente e dalla bontà della misura attuale.



Aggiungiamo il movimento

Il nostro obiettivo e' conoscere un sistema in movimento. Supponiamo che le nostre misure precedenti fossero quelle di un sistema dinamico. x_i adesso rappresenta la posizione di un corpo del quale conosciamo la legge oraria:

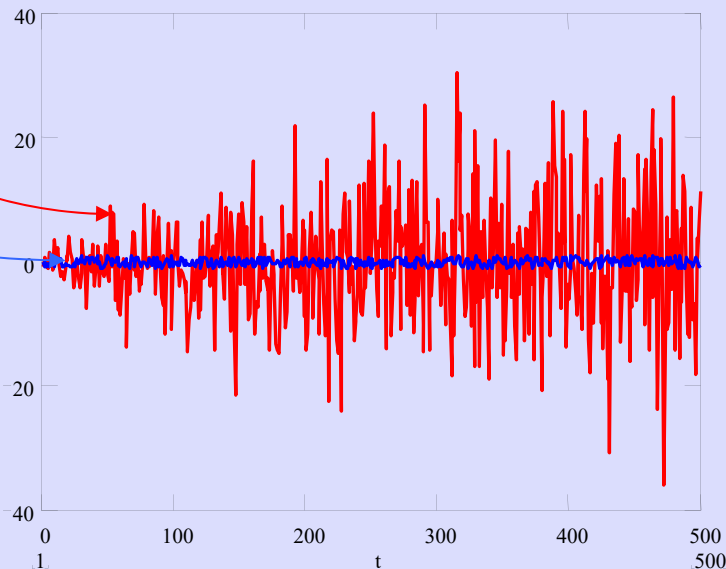
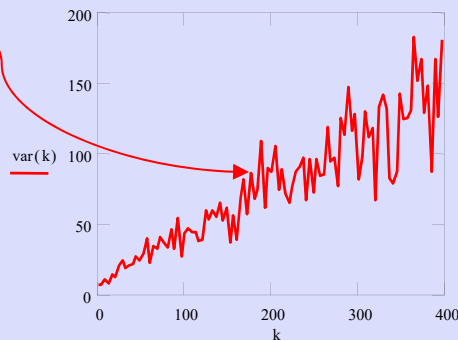
$$\frac{dx}{dt} = v + n \Rightarrow x = \int (v + n) dt \quad (4)$$

Se n e' rumore bianco il suo integrale porta ad una nuova distribuzione, normale, dove la varianza aumenta nel tempo. Esperimento numerico:

$$\text{noise}(t) := \left[\sum_{n=1}^t \text{rnd}(2) - 1 \right]$$

$$\text{white}(t) := \text{rnd}(2) - 1$$

La **varianza** aumenta linearmente col tempo e puo' essere usata per stimare la bonta' del valore di x integrato da v



Il filtro di Kalman

Il filtro di Kalman e' uno stimatore statistico dello stato di un sistema. Esso valuta lo stato attuale partendo dallo stato precedentemente stimato utilizzando

- la conoscenza del sistema (come la (4) della slide precedente)
- la conoscenza degli stimoli che abbiamo fornito
- le misure condotte sul sistema

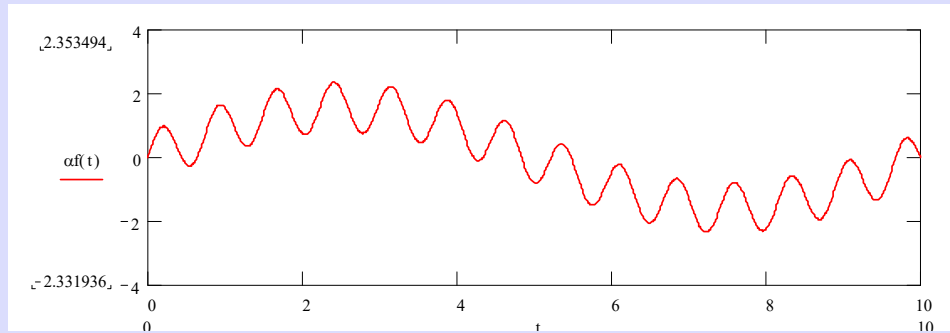
Il filtro usa ricorsivamente una formula come la (1)

$$V_{t+1} = V_t + K(Vin_{t+1} - V_t)$$

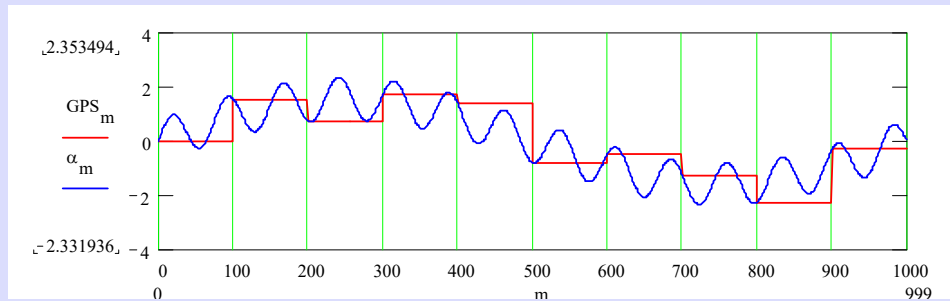
nella quale per il calcolo di K, ripetuto per ogni ciclo, vengono usate le stime degli errori delle misure.



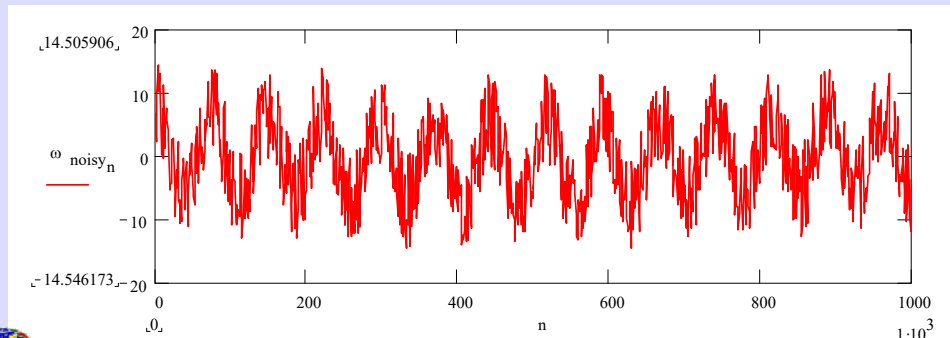
Esperimento numerico



Questo è il diagramma orario del nostro angolo:



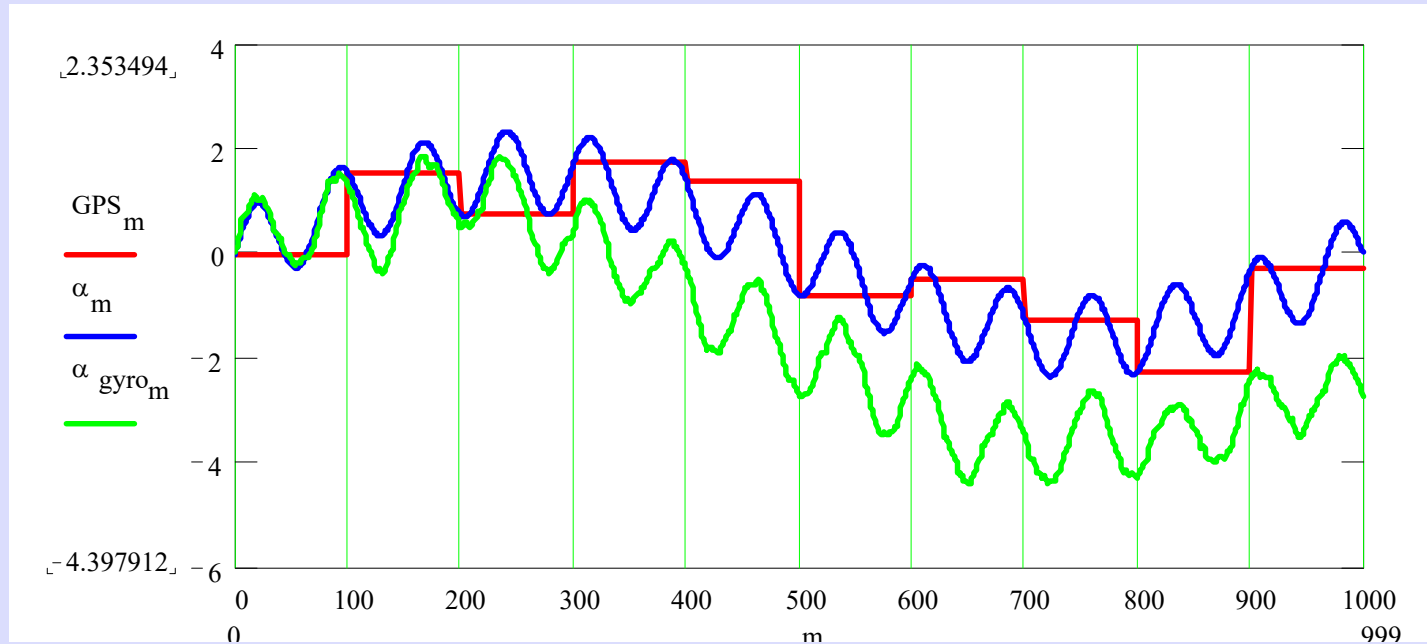
Questo è quello che misuriamo con un GPS differenziale



Questo è quello che misuriamo con un giroscopio



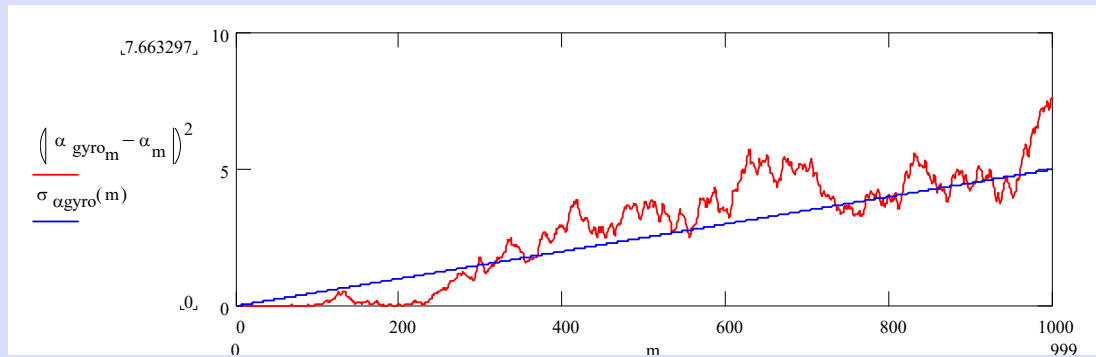
Esperimento numerico (1)



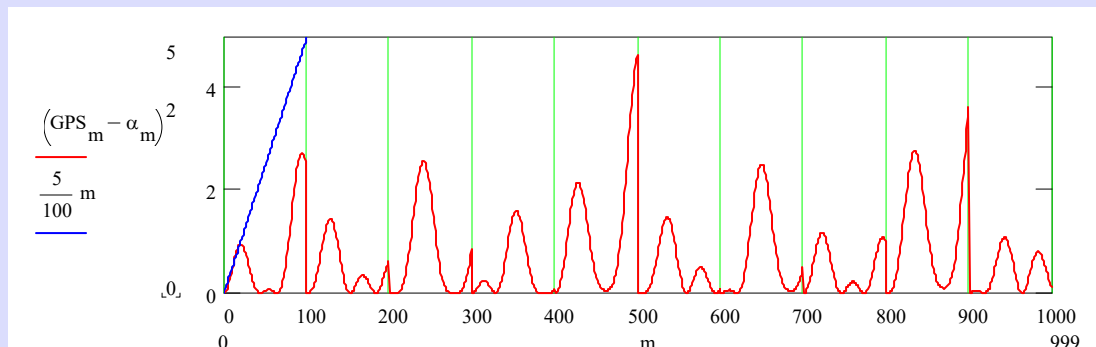
In blu il valore vero, in rosso la misura fatta col GPS differenziale, in verde l'integrazione di un giroscopio rumoroso.



Esperimento numerico (2)



Andamento del rumore del giroscopio integrato



Andamento del rumore del GPS

Con la dipendenza diretta dal tempo le varianze diventano costanti

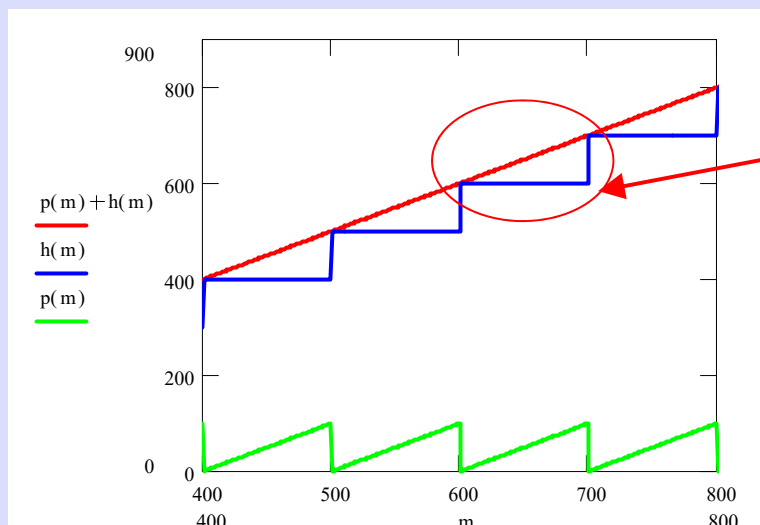


Esperimento numerico (3)

L'angolo ricostruito dalle misure usa la formula:

$$\alpha_i = w_1 \sum_{j=h(i)}^{p(i)+h(i)} \frac{1}{100} \left(\frac{\omega_{j+1} + \omega_j}{2} \right) + w_2 \alpha_{GPS_i}$$

Dove $p(i)$ ed $h(i)$ fanno in modo che l'integrazione numerica venga calcolata tra due misure successive del GPS:



L'integrale riparte ogni secondo (ogni 100 campioni, che equivale ad ogni misura del GPS).

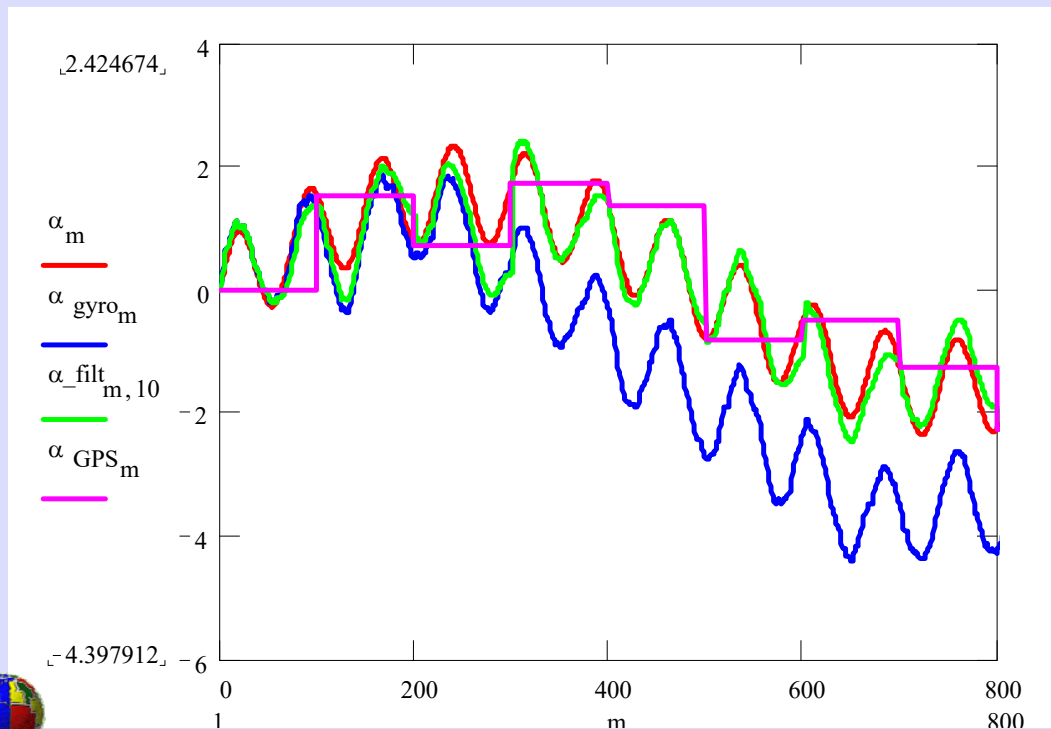


Esperimento numerico (4)

possiamo applicare la formula

$$V_{t+1} = V_t + K(V_{in_{t+1}} - V_t)$$

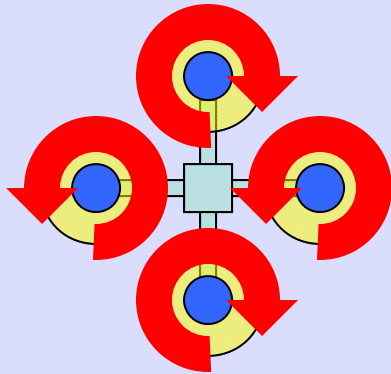
decidendo che K deve valere 1 quando si ha la certezza della bontà della misura (allo scadere di ogni secondo la misura del GPS ha un errore basso), e che decresca quanto più ci si allontana dalla misura. Applicando una decrescita lineare otteniamo:



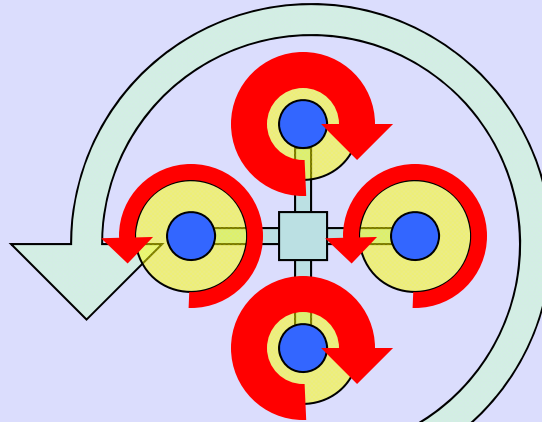
In verde appare il segnale all'uscita del filtro, in rosso il segnale vero, in viola il GPS ed in azzurro il giroscopio integrato

muoversi con quattro eliche

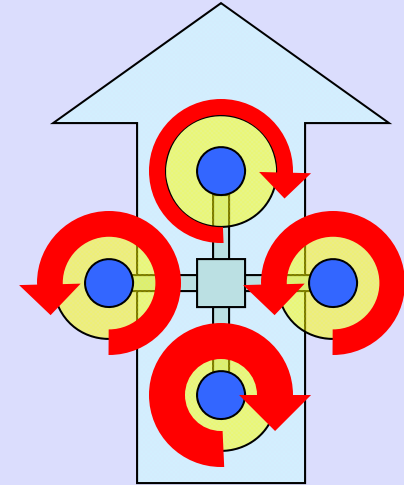
La strategia a quattro eliche ottempera bene al requisito di semplicità: l'unica meccanica è rappresentata dalle quattro coppie motore-elica.



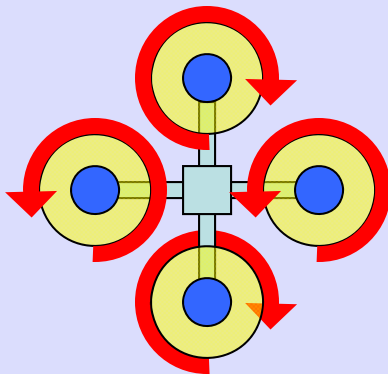
sale



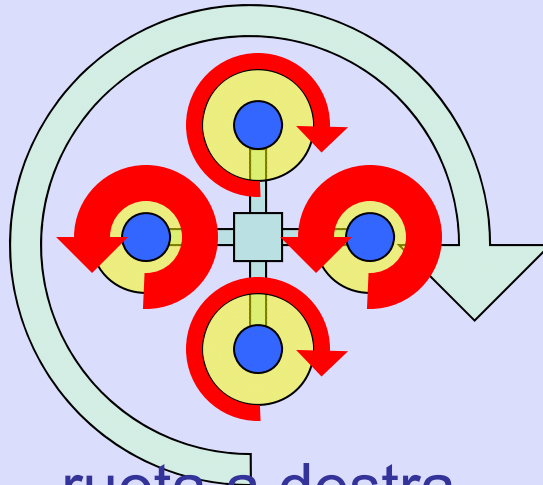
ruota a sinistra



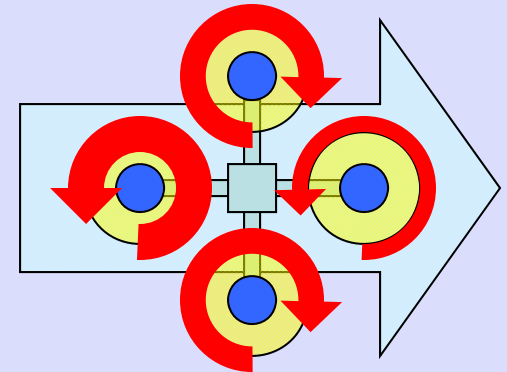
va avanti



scende



ruota a destra



va a destra

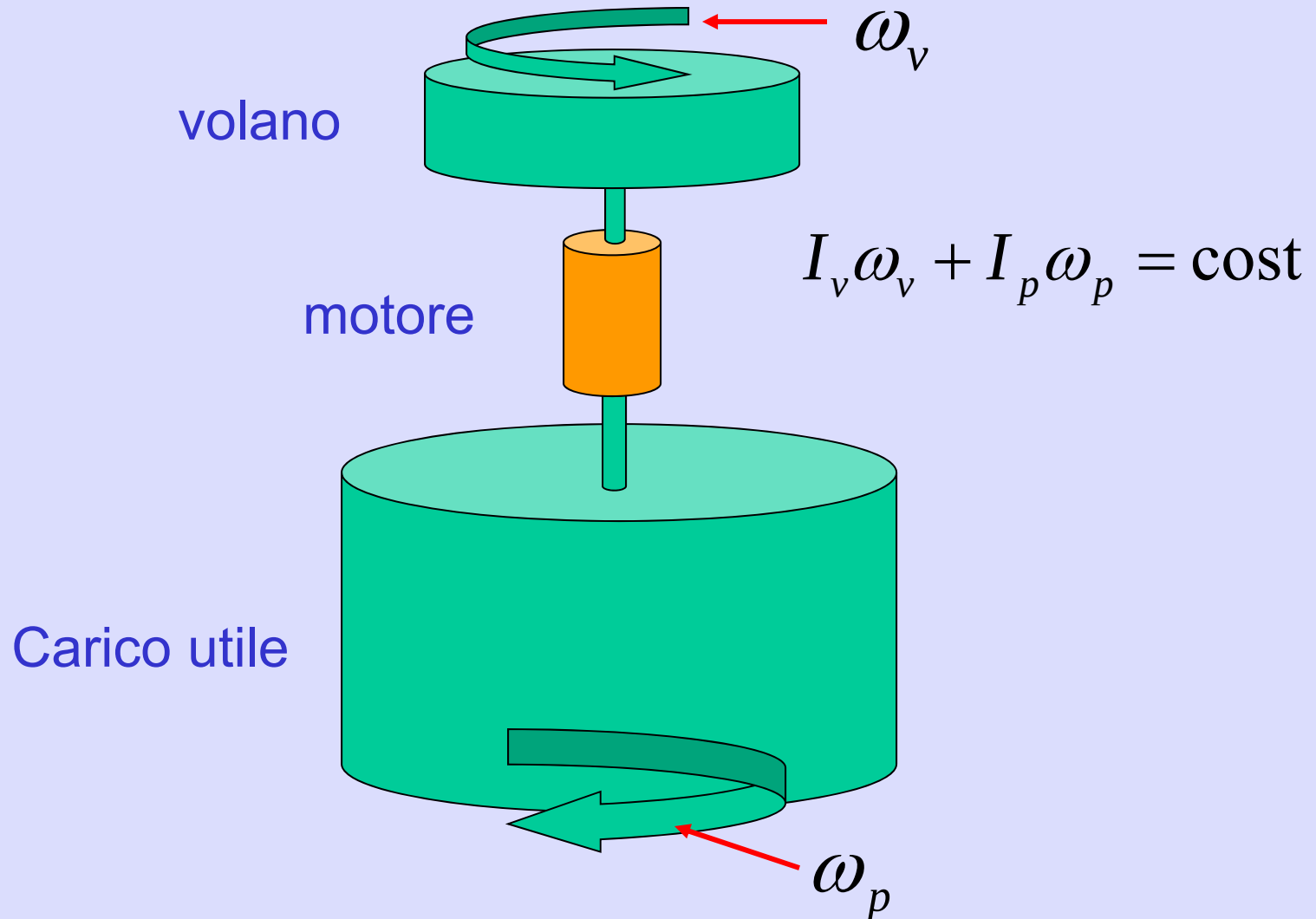


Gli ACS sono tra noi !!!

www.mutiwii.com



Momento della quantità di moto



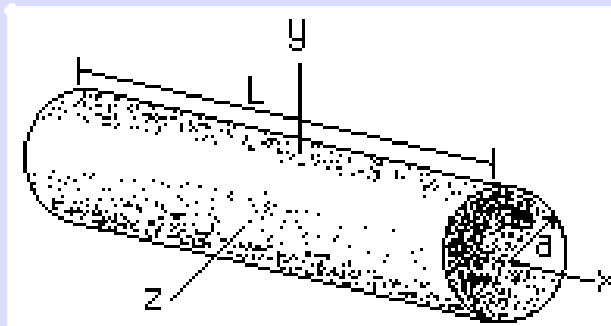
Scelta delle parti

La parte critica dell'ACS è la **meccanica di attuazione**: non si tratta di numeri su un foglio ma di meccanica ed elettronica di **potenza**. In questo caso il parametro critico è la **velocità** con la quale vogliamo il sistema risponda. Questo implica un forte dispendio di potenza, che bisogna assicurarsi di poter erogare senza disturbare troppo il resto del carico utile.

Bisogna tener conto della **massima velocità di rotazione** del volano collegato al motore; alte velocità permettono di avere un volano con un piccolo momento, più leggero, ma pretendono **più energia**, che richiede più **peso**. In ogni costruzione spaziale il peso incide pesantemente sul **costo**.



Momento di inerzia del cilindro



Moments of Inertia:

$$\frac{1}{2} \cdot \text{mass} \cdot a^2$$

About the x-axis

$$\frac{1}{12} \cdot \text{mass} \cdot (3 \cdot a^2 + L^2)$$

About the y- or z-axis

4 conti...

I grossi payloads con telescopi e criogenia a bordo possono pesare circa 1 t. Se li approssimiamo ad un cilindro con il raggio di 1 m possiamo calcolare l'energia che ci vuole per ottenere una rotazione alla ragionevole velocità di 5°/s:

$$E_p = \frac{1}{2} I_p \omega_p^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M_p r^2 \right) \omega_p^2 \approx 1.9 J$$

Che fa, intanto, il volano? Assumiamo che pesi 10 volte meno del carico utile, 100 Kg, e che abbia lo stesso raggio

$I_v \omega_v = -I_p \omega_p$ La velocità è 10 volte maggiore, e l'energia

$$E_v \approx 19 J$$



...per dimensionare i componenti

Generalmente le scansioni del cielo sono effettuate a velocità costante, l'angolo della gondola ha un andamento triangolare. Quello che è importante è che la velocità angolare sia mantenuta costante nel tratto di interesse, mentre ai vertici del triangolo, dove è necessario effettuare l'inversione di velocità è accettabile un errore. La somma delle energie del volano e della gondola è dell'ordine di 20J. Se vogliamo che sia fornita in 1 s dobbiamo disporre di una potenza di almeno 20W. Dobbiamo anche tener conto che bisogna frenare il moto della gondola e imprimere nuovamente l'energia. Questo implica un dispendio energetico doppio se non facciamo un progetto a regola d'arte



Ma non ci avevano detto che...

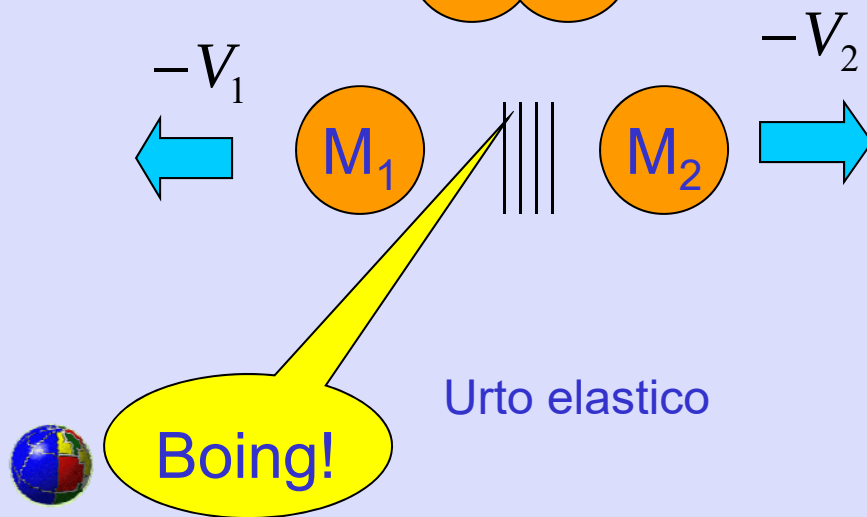
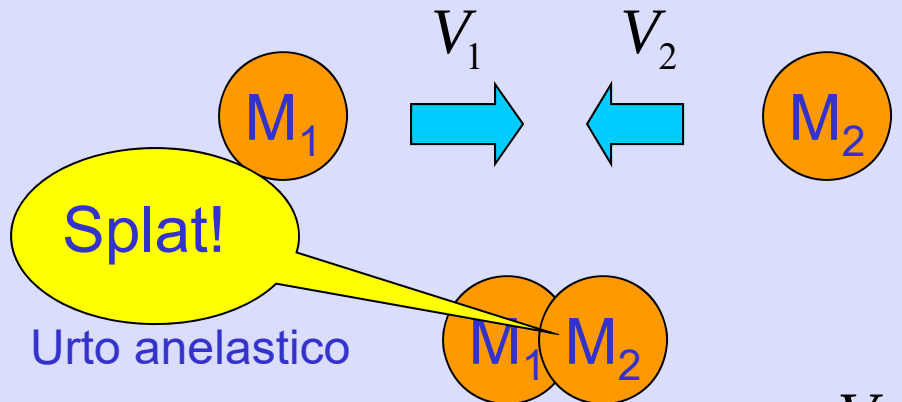
...l'energia si conservava?

E' vero, ma lo fa nel modo che preferisce (a meno che non la aiutiamo)

$$M_1 = M_2 = M \quad |V_1| = |V_2| = V$$

$$E = \frac{1}{2}(2M)V^2$$

$$E = 0 \quad (??)$$



$$E = \frac{1}{2}(2M)V^2$$

Il motore elettrico...

Possiamo schematizzare un motore come un convertitore corrente-coppia. Se applichiamo una corrente al motore esso produce una coppia, a meno di una costante di proporzionalità.

$$M(i(t)) = a \cdot i(t)$$

Se il carico del motore è un corpo (vincolato solo al motore) con momento di inerzia I , le grandezze che caratterizzano il moto del rotore saranno:

$$\dot{\omega} = \frac{M}{I}$$

$$\alpha(t) = \iint \frac{ai(t)}{I} dt$$



...di solito viene considerato un integratore

Un motore è anche un generatore: ai suoi capi si produce una tensione proporzionale alla velocità; quando la tensione ai capi è uguale alla tensione di alimentazione la corrente non scorre più e la velocità è costante (almeno in un motore ideale). Questo legame tra la tensione di alimentazione e la velocità fa sì che il motore possa essere considerato un integratore (nel senso che l'angolo di uscita è proporzionale all'integrale della tensione sul motore):

$$\omega(t) = b \cdot v(t) \qquad \alpha(t) = \int b \cdot v(t) dt$$

Dimensioni dei coefficienti dei motori

forza

corrente

$$f = a \cdot I$$

Coefficiente motore

tensione

velocità

$$V = b \cdot v$$

Coefficiente generatore

$$\frac{[l][m]}{[t]^2} = [a][A]$$

$$\frac{[l]^2[m]}{[A][t]^3} = [b] \frac{[l]}{[t]}$$

$$\frac{[l][m]}{[t]^2[A]} = [a] = [b]$$

Le dimensioni dei coefficienti motore e generatore sono le stesse

Quanto valgono?

$$f = a \cdot I$$

$$V = b \cdot v$$

$$I = \frac{f}{a} \quad I \cdot V = \frac{f}{a} b \cdot v = f \cdot v \frac{b}{a}$$


Il prodotto (corrente*tensione) e (forza*velocità) sono due modi per esprimere la stessa potenza, quindi $b=a$.
Naturalmente la stessa cosa vale (a meno di 2π) sostituendo alla forza una coppia ed alla velocità una velocità angolare.

perchè odio alimentarlo a tensione costante (1)

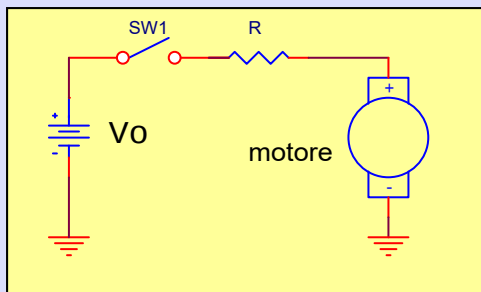
$$M = ki \quad \omega = \frac{v}{k}$$

Momento in funzione della corrente
e tensione in funzione della velocità

2° principio
della dinamica

$$\omega(t) = \int \frac{M(t)}{I} dt \quad \frac{v(t)}{k} = \int \frac{ki(t)}{I} dt$$

Se alimentiamo il motore attraverso una resistenza R da una tensione costante V_0 otteniamo:



$$v(t) = \frac{k^2}{I} \int \frac{v_0 - v(t)}{R} dt$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{k^2 v_0}{IR} - \frac{k^2}{IR} v(t)$$



perchè odio alimentarlo a tensione costante (2)

$$sV(s) + \frac{k^2}{IR}V(s) - \frac{k^2 v_0}{IRs} = 0 \qquad V(s) = \frac{k^2 v_0}{IRs} \left(\frac{IR}{(IRs + k^2)s} \right)$$

$$v(t) = v_0 \left(1 - e^{\frac{-k^2}{IR}t} \right)$$

Questo rappresenta l'andamento della tensione ai capi del motore

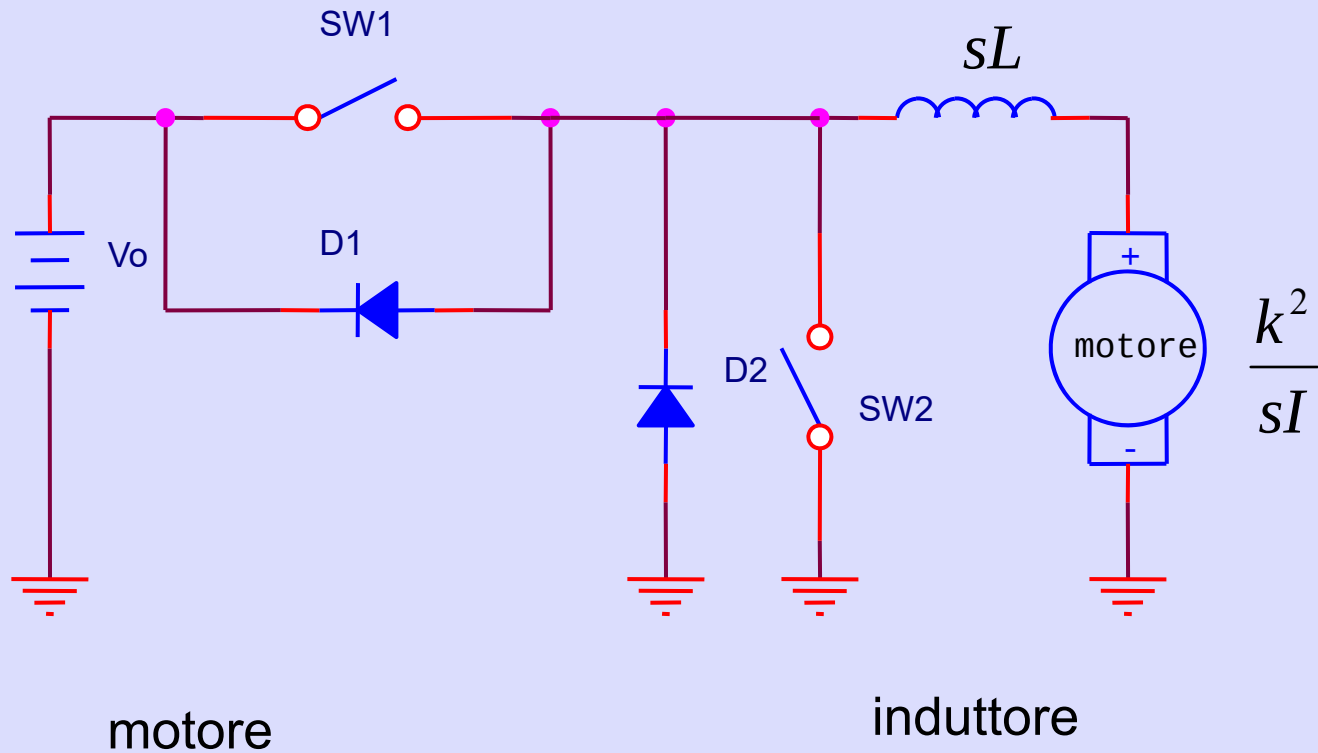
L'espressione dell' energia dissipata sulla resistenza è

$$\int_0^\infty \frac{(v_0 - v(t))^2}{R} dt = \frac{v_0^2}{R} \int_0^\infty e^{\frac{-2k^2}{IR}t} dt = \frac{v_0^2 I}{2k^2}$$

Che coincide con l'energia cinetica del motore:

$$\frac{1}{2} I \omega^2$$

Schema semplificato di azionamento e recupero della frenata



$$M = ki$$

$$M = I\dot{\omega}$$

$$\omega = \frac{v}{k}$$

$$v(t) = \frac{k^2}{I} \int i(t) dt$$

$$v_s(s) = \frac{k^2}{Is} i_s(s)$$

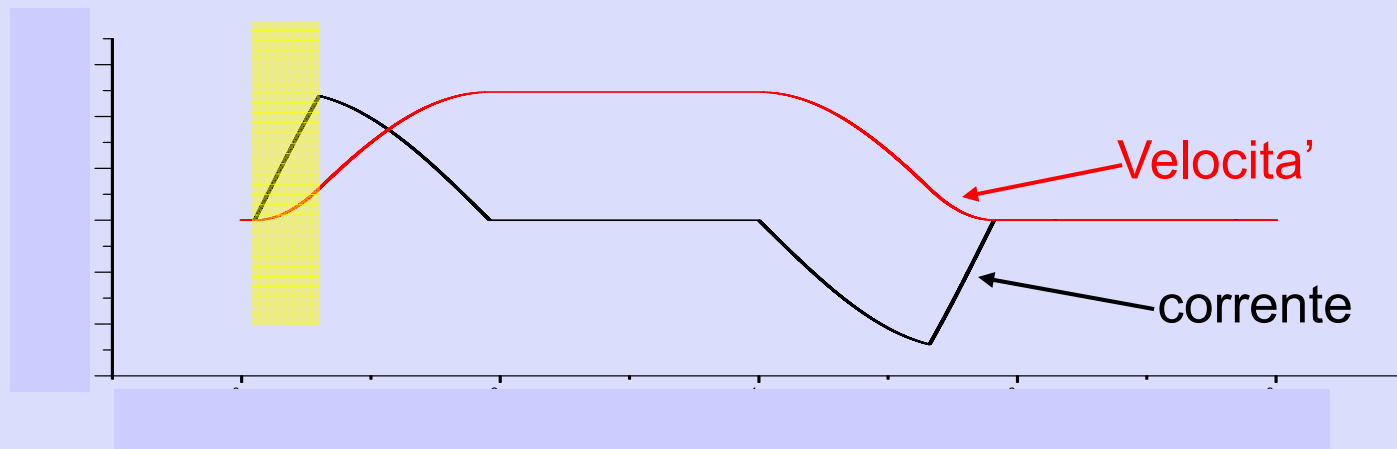
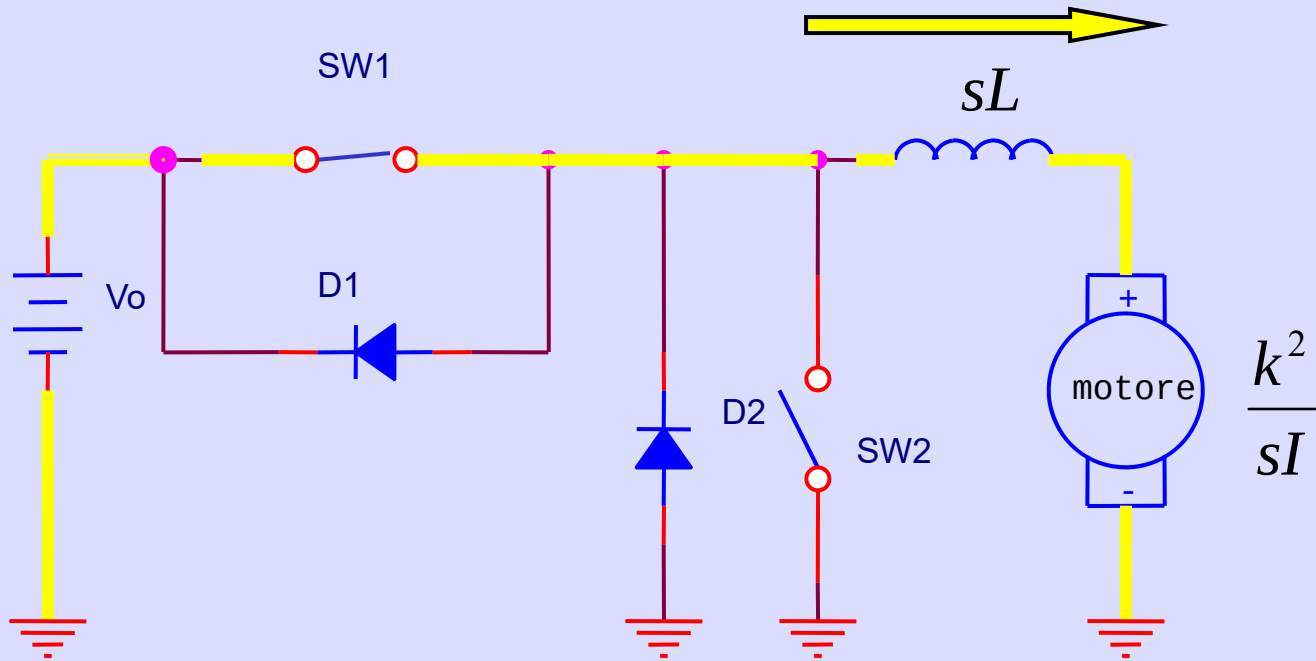
$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$v_s(s) = sL i_s(s)$$



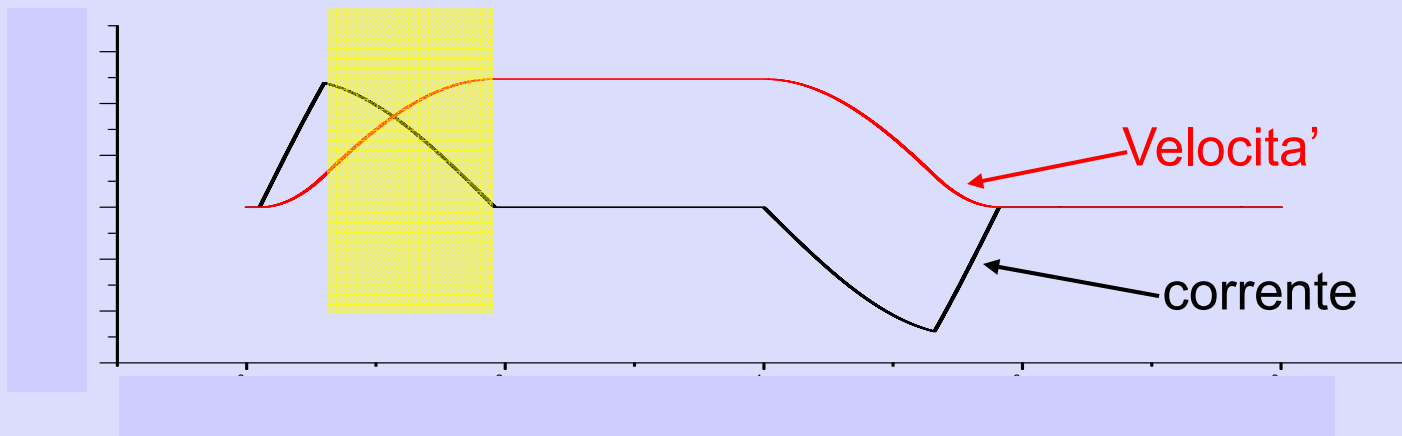
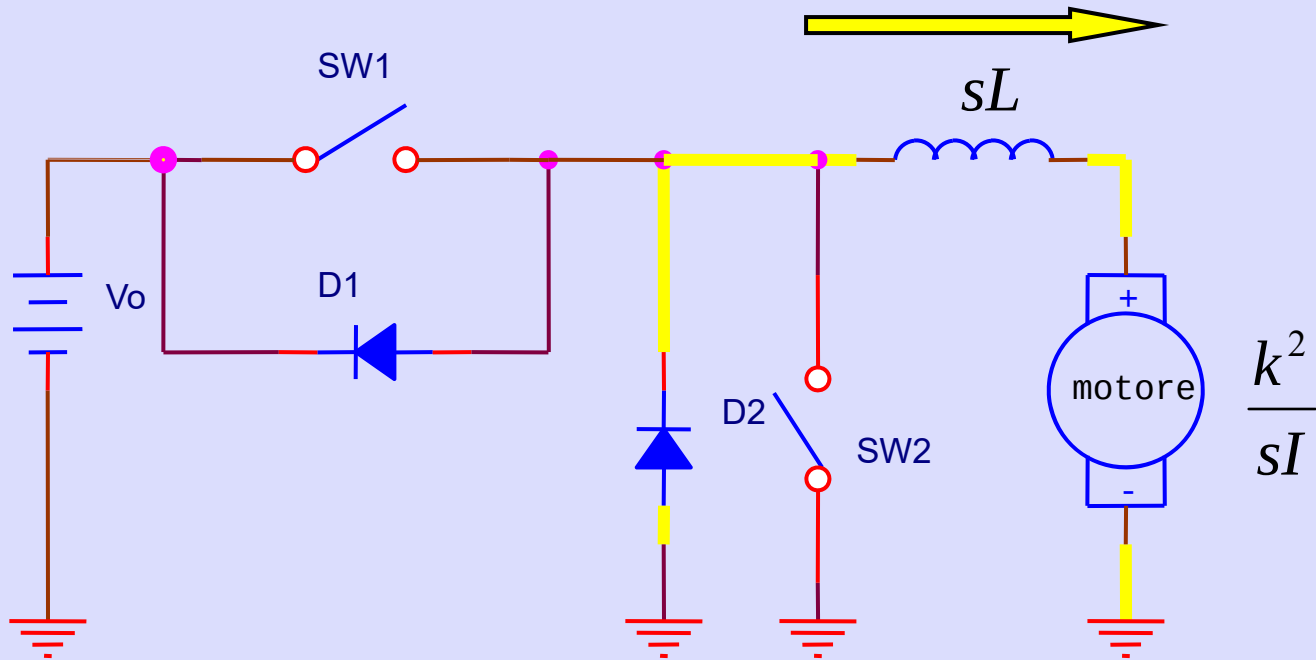
Fase 1 chiusura di SW1

La corrente fluisce dalla batteria all'induttore e al motore

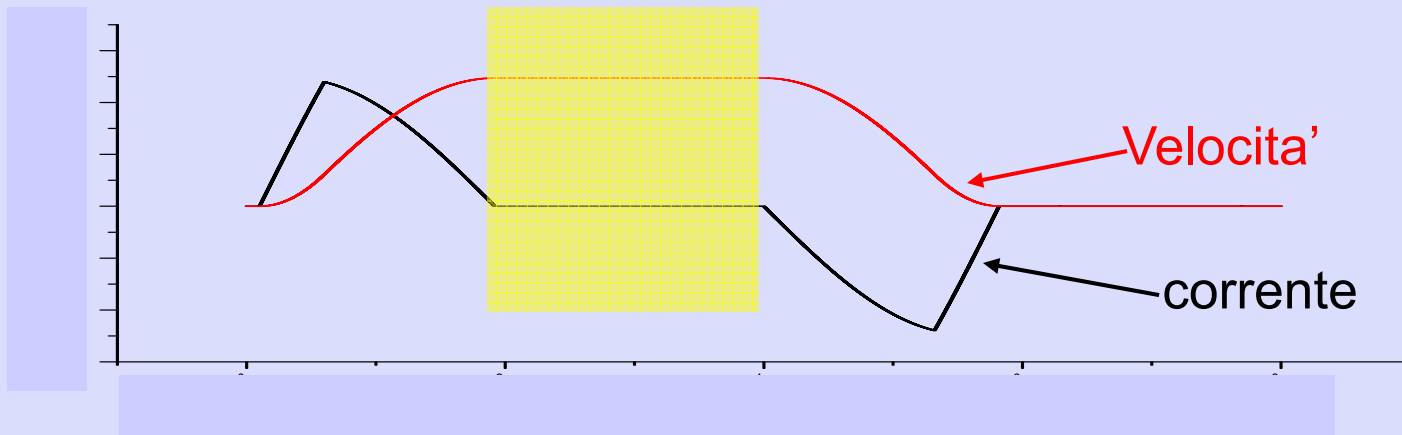
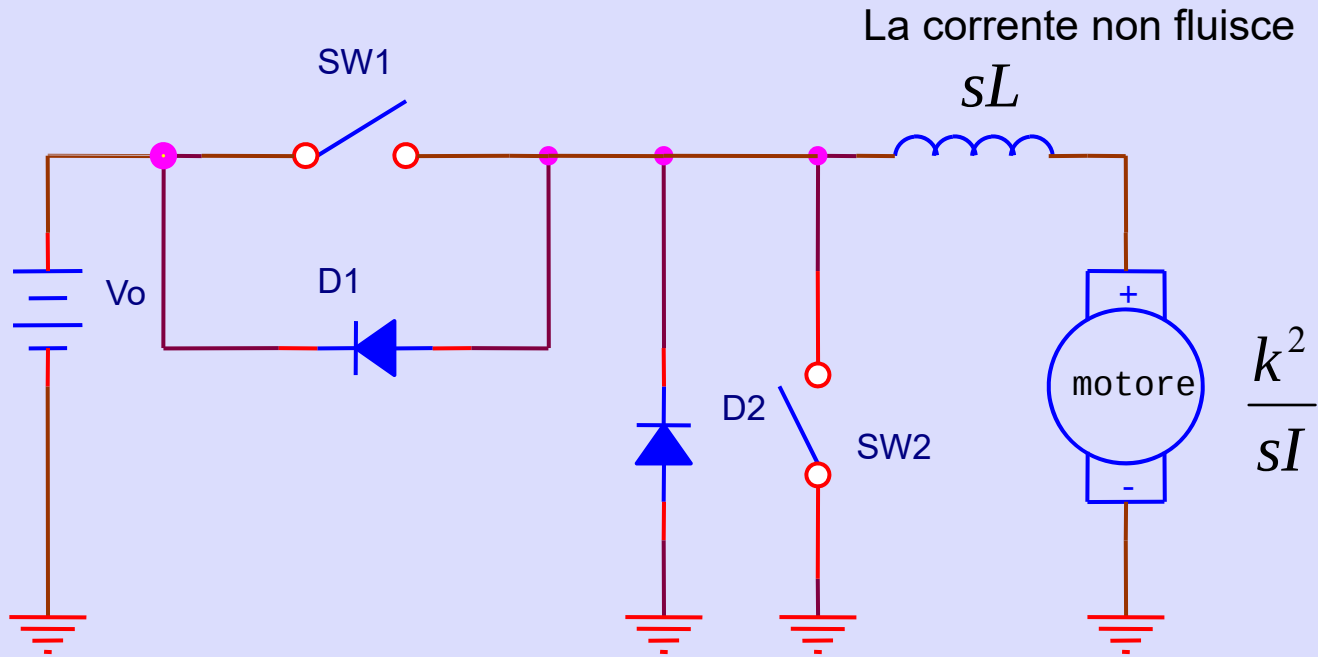


Fase 2 apertura di sw1

La corrente fluisce dall'induttore al motore

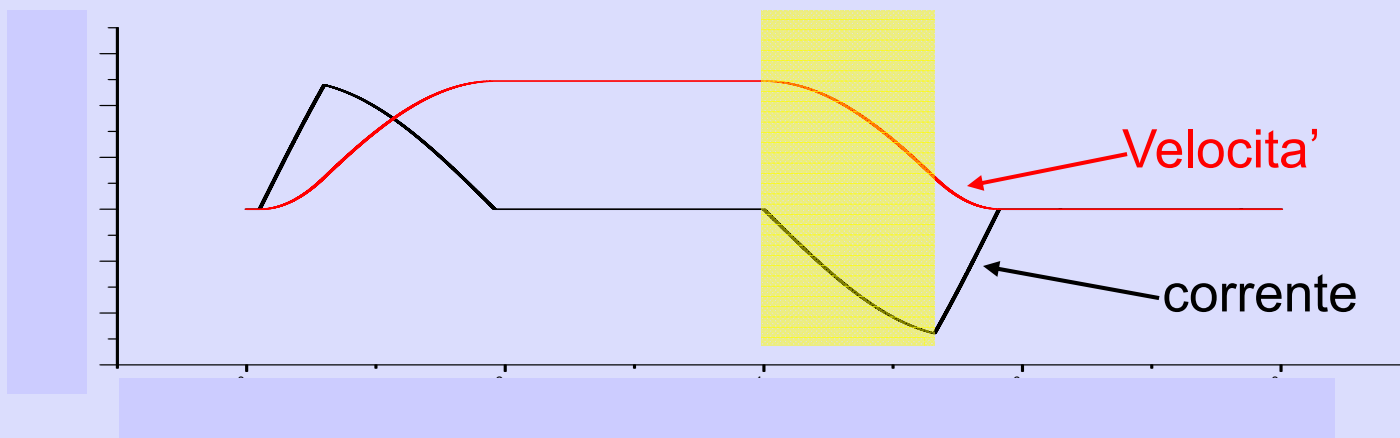
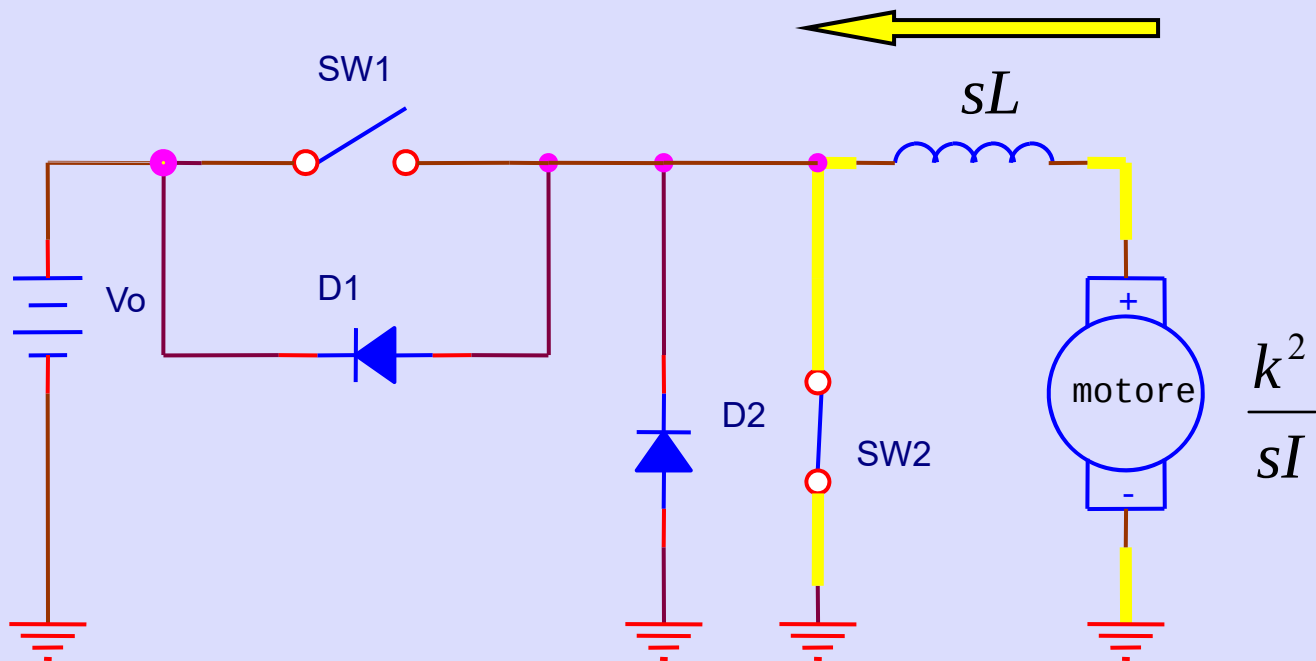


Fase 3 fine transitorio, motore a velocità costante



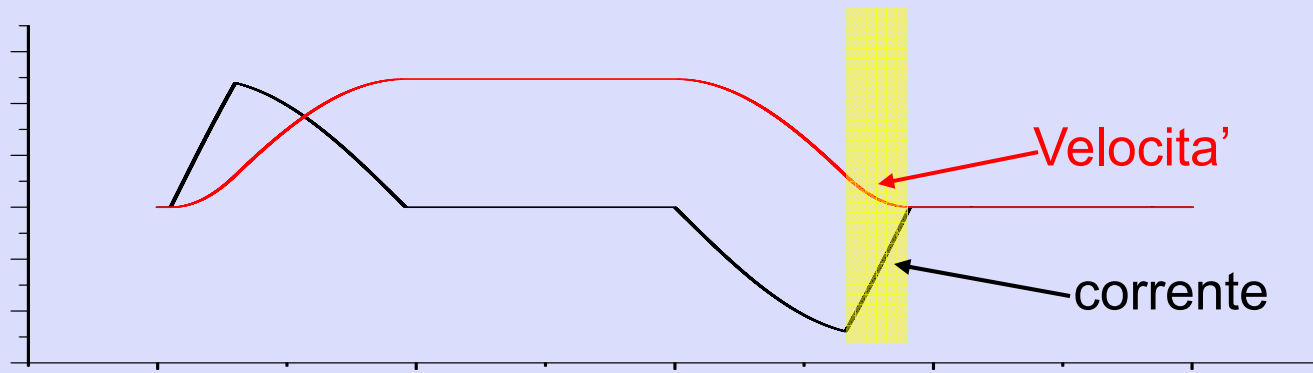
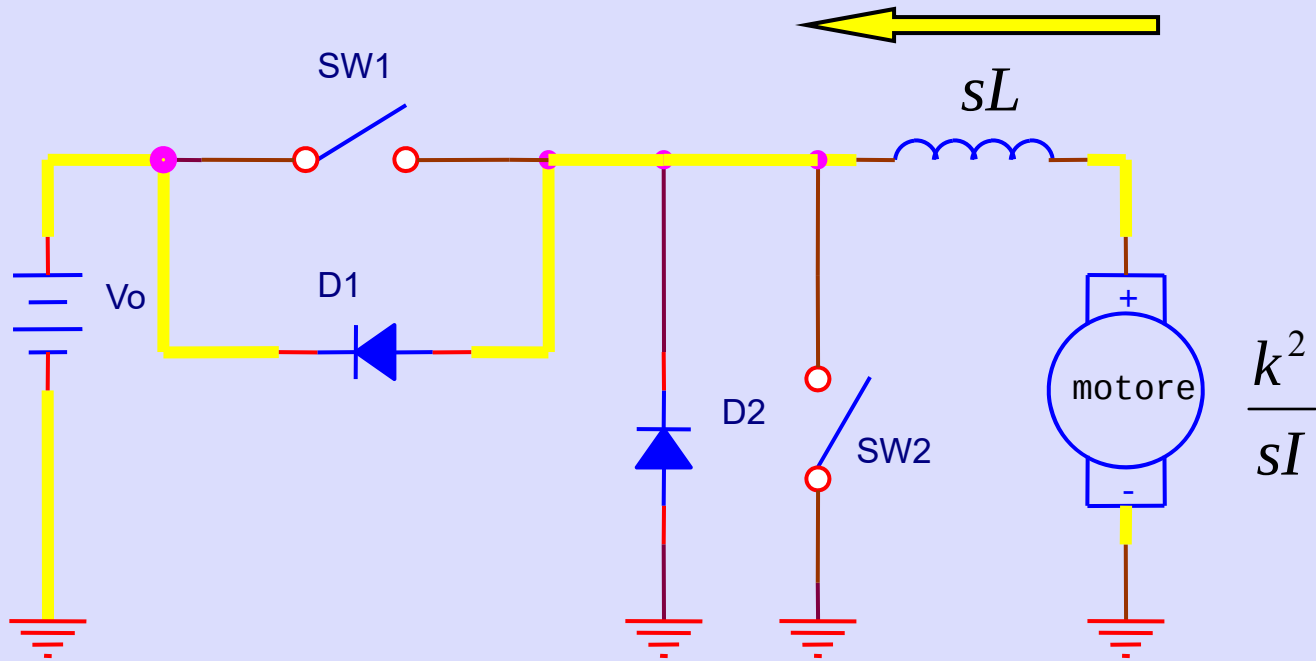
Fase 4 sw2 chiuso

La corrente fluisce dal motore all' induttore



Fase 5 sw2 aperto

La corrente fluisce dall'induttore e dal motore alla batteria



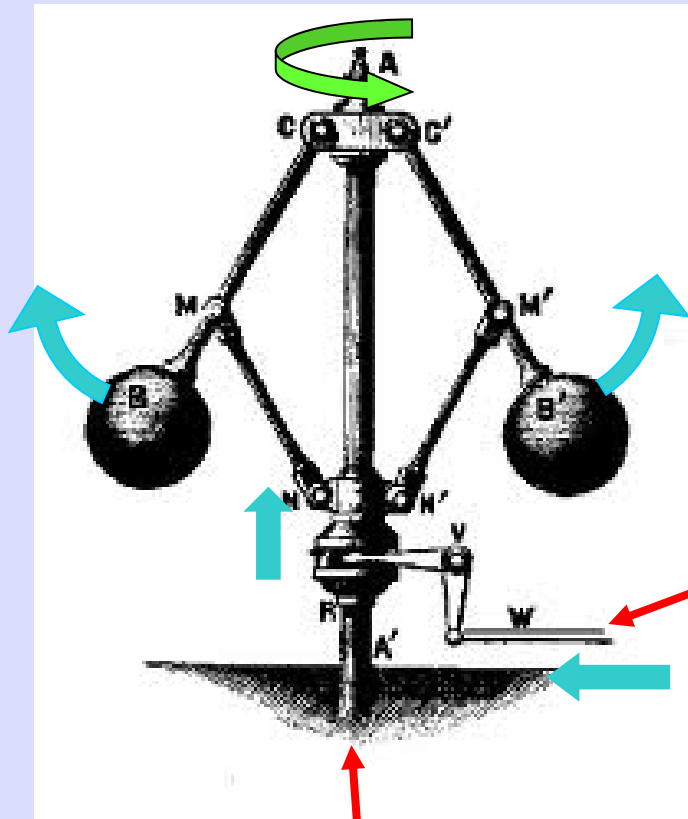
Risparmio energetico

La sequenza di diapositive mostra come, con l'apertura e la chiusura di due interruttori sia stato possibile trasferire energia da un generatore al motore e viceversa. Alla fine della sequenza tutta l'energia è tornata alla batteria. Il volano dell'attuazione dell'ACS è idealmente privo di attrito e idealmente l'ACS potrebbe avere un consumo medio nullo. Naturalmente questo caso ideale è irrealizzabile, ma approssimabile. I motori elettrici possono avere rendimenti di conversione dell'ordine del 90%, mentre il sistema elettronico per il recupero, del 70%. Quindi è facile pensare che il consumo medio potrebbe essere più che dimezzato con accorgimenti come quello descritto. **Risparmiare energia non è un vezzo: al di là dei motivi etici si traduce in un risparmio reale: meno pannelli, meno batterie, pallone meno voluminoso.**



Macchina a vapore con regolatore di Watt

James Watt Greenock, 19 gennaio 1736 – Handsworth, 19 agosto 1819



Un esempio semplice di sistema reazionato è il regolatore di Watt, che tiene costante la velocità di rotazione dell' albero motore regolando l'afflusso del vapore al motore.

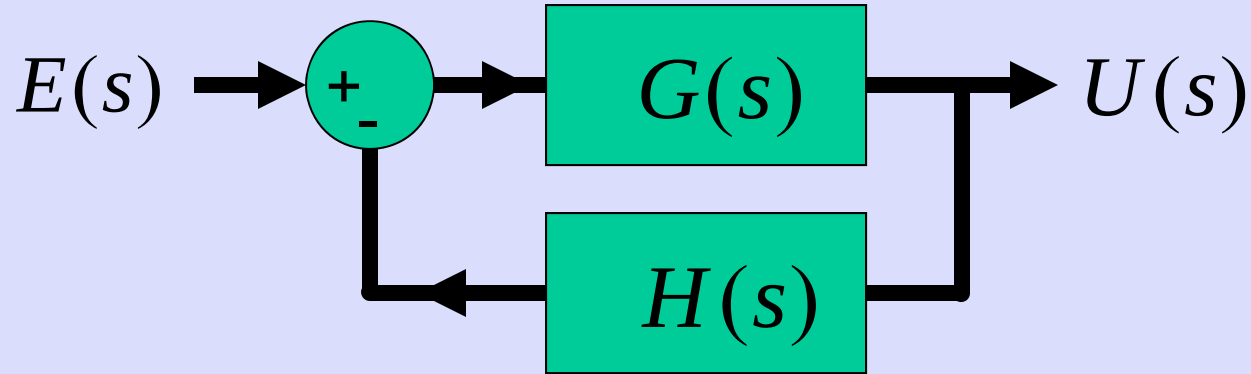
Alla valvola del vapore

Il motore mette in rotazione il dispositivo nella figura, le sfere si allontanano e l' albero W chiude la valvola di afflusso del vapore diminuendo la velocità di rotazione.

Albero motore



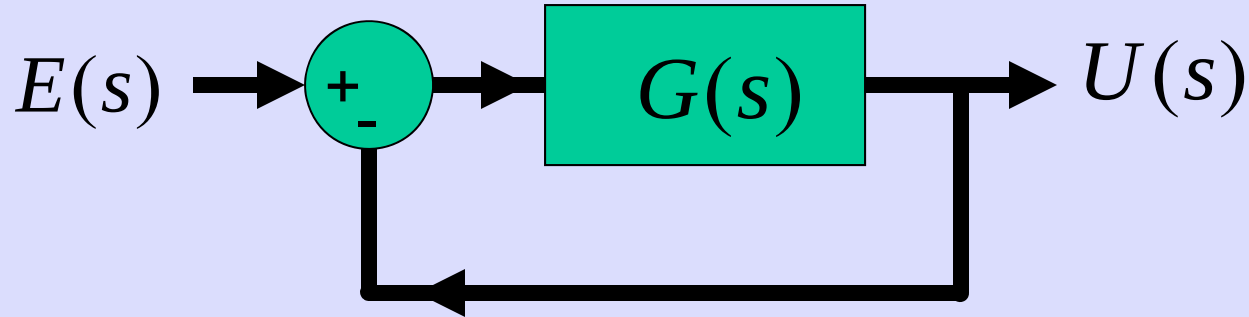
Schema classico di sistema reazionato



$$U(s) = E(s) \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



Perchè un sistema reazionato è importantissimo?



Il sistema $G(s)$ ha come ingresso la differenza tra l'eccitazione e l'uscita; il sistema si porrà nelle condizioni di rendere minima questa differenza. L'uscita viene indotta a seguire l'ingresso a dispetto di $G(s)$



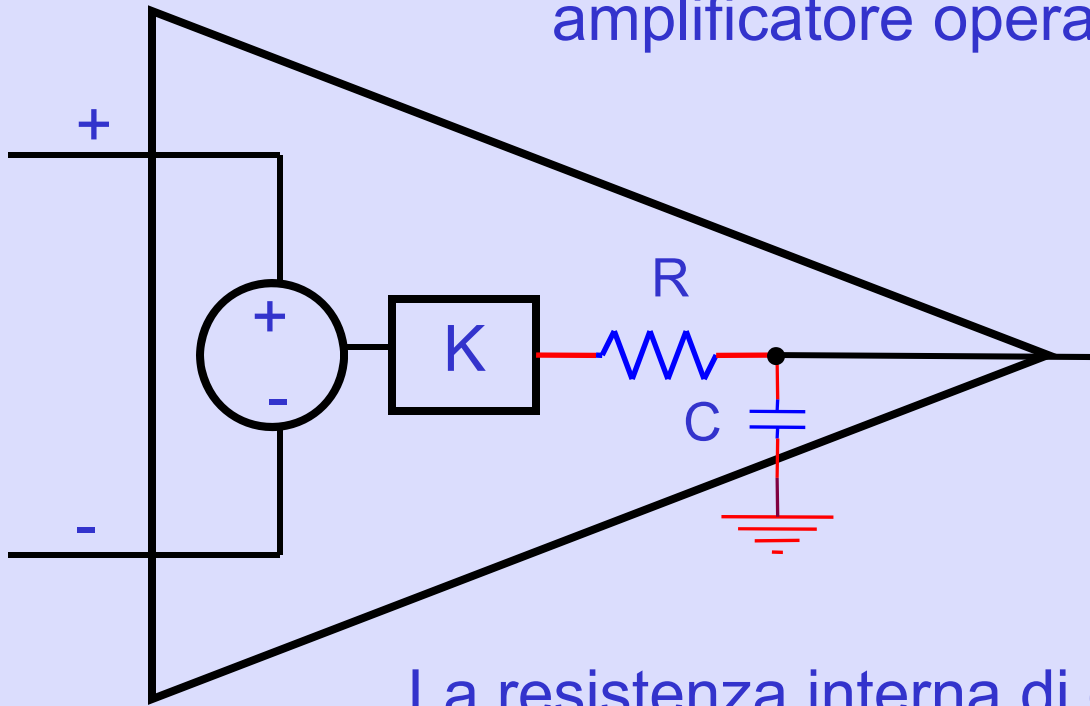
Perchè:

Se $G(s)$ ci viene imposto da esigenze di costruzione (nel nostro caso un carico che gira appeso ad un palloncino) possiamo indurlo a comportarsi in modo che, in uscita, riproduca $E(s)$. Naturalmente ci sono molte ricette per farlo. Una di queste è la scelta opportuna di $H(s)$. Altre si ottengono mettendo in serie a $G(s)$ un altro blocco funzionale correttivo



Resistenza interna (1)

Possiamo schematizzare così un
amplificatore operazionale reale

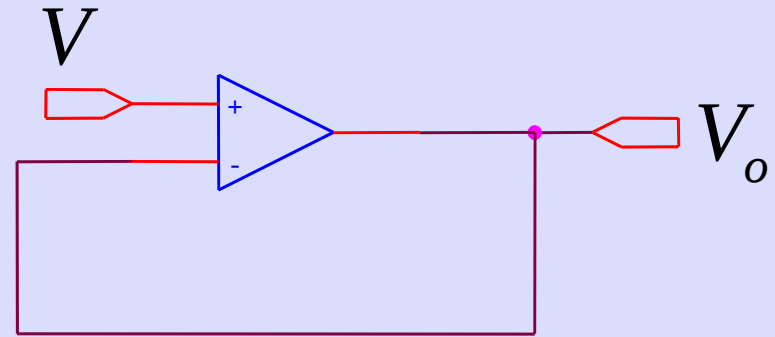


La resistenza interna di questo dispositivo è
R. Ma, se lo mettiamo in controreazione
totale otteniamo un risultato interessante:



Resistenza interna (2)

Amplificatore operazionale con resistenza interna R e guadagno K .



$$1) \quad V_o = V \frac{k}{1+k}$$

In questo caso $G(s)=k$ ed $H(s)=1$

Se aggiungiamo un carico R (uguale alla resistenza interna) all'uscita con una tensione di ingresso V otteniamo, all'uscita:

$$2) \quad V_{oL} = V \frac{\frac{k}{2}}{1 + \frac{k}{2}}$$

$$3) \quad R_i = \frac{VR}{V_{oL}} - R$$



Resistenza interna (3)

Sostituendo 1) e 2) nella 3) otteniamo:

$$R_i = \frac{V \frac{k}{1+k} R}{\frac{V \frac{2}{1-\frac{k}{2}}}{k}} - R$$

da cui si ottiene:

$$R_i = R \frac{1}{k+1}$$

Il risultato è estremamente benefico: la reazione negativa diminuisce la resistenza apparente di uscita di k volte!!



Purtroppo non sempre funziona subito...

$$F(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{U(s)}{E(s)} = K \frac{\sum_{i=1}^{N_z} (s - z_i)}{\sum_{i=1}^{N_p} (s - p_i)}$$

$F(s)$ rappresenta la funzione di trasferimento del sistema reazionato. Il denominatore è responsabile del comportamento di $F(s)$. Radici a parte reale positiva determinano un comportamento divergente, mentre coppie complesse coniugate determinano un comportamento oscillante. Una opportuna manipolazione di $H(s)$ è di solito sufficiente per indurre il sistema a fare quello che vogliamo.



Trasformata di Laplace

$$F(s) = L(f(t)) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

A condizione che
l'integrale converga

$$f(t) = L^{-1}(F(s)) = \frac{1}{2\pi j} \oint F(s)e^{st} ds$$

Eseguito lungo un
percorso contenente
tutti i poli di $f(s)$



Trasformate gradino e delta

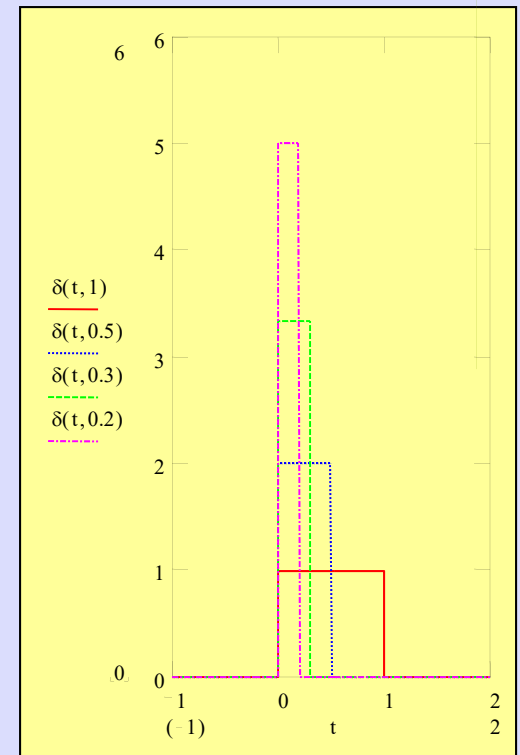
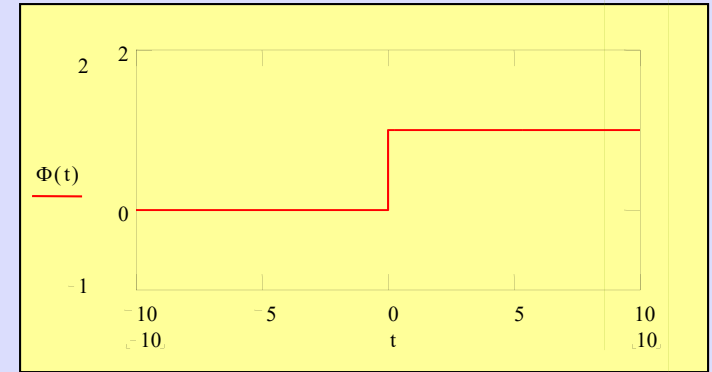
$$\Phi(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ 1 & \text{per } t \geq 0 \end{cases}$$

$$L[\Phi(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s}$$

$$\delta(t) = \frac{1}{\tau} \lim_{\tau \rightarrow 0} [\Phi(t) - \Phi(t - \tau)]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$L(\delta(t)) = \int_0^{\infty} \delta(t) e^{-st} dt = e^{-st} \Big|_{t=0} = 1$$



Trasformate utili

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0^+)$$

Trasformata di una
funzione derivata

$$L\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{F(s)}{s}$$

Trasformata di una
funzione integrata

Queste due formule ci suggeriscono che complicate equazioni differenziali possono essere scritte come funzioni nella variabile s . Le equazioni che descrivono un sistema di controllo sono generalmente lineari a coefficienti costanti, e diventano rapporti di polinomi in s .



Teorema del valore finale

Questo ci permette una immediata valutazione della risposta ai tempi lunghi del sistema in esame.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

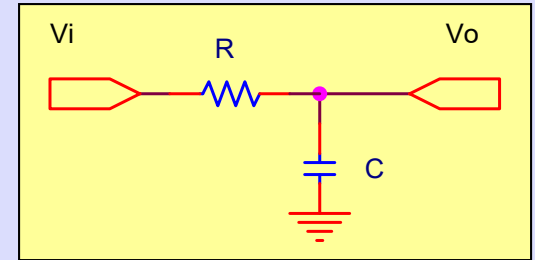
Questo teorema offre anche un collegamento immediato tra quello che succede nel mondo della variabile di Laplace, s , e nel mondo reale



esempino

Scriviamo tensioni e correnti sui nodi

$$V_o(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad i(t) = \frac{V_i(t) - V_o(t)}{R}$$



Ed otteniamo l'equazione che descrive il problema

$$V_o = \frac{1}{RC} \int [V_i(t) - V_o(t)] dt \quad RC \frac{dV_o(t)}{dt} + V_o(t) - V_i(t) = 0$$

Possiamo trasformarla secondo Laplace

$$RCsV_o(s) + V_o(s) - V_i(s) = 0$$

Ed isolare il quoziente uscita/ingresso

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{a}{s + a}$$



L'esempino ...

...era particolarmente semplice. Non è un caso, non ci saranno cose troppo complicate: le funzioni di trasferimento, ottenute con componenti classici (resistenze, condensatori, induttori) che agiscono su componenti meccanici, come motori e volani, possono essere espressi con equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti e, nello spazio di Laplace, diventano polinomi. Le formule che ci troveremo davanti sono esprimibili come rapporti di polinomi.

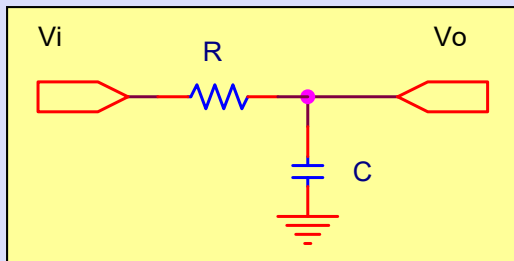


Ancora esempino

Per valutare le funzioni di trasferimento è utile definire le parti con la loro impedenza di Laplace.

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad \Rightarrow \quad V(s) = \frac{1}{sC} I(s) \quad \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{1}{sC}$$

Allora, per il passa basso dell' esempio possiamo usare la formulina del partitore, sostituendo alle impedenze le impedenze trasformate, ed otteniamo:



$$\frac{Z_c}{Z_r + Z_c} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{sCR + 1}$$



A proposito del valore finale

Applicando

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

Alla funzione di trasferimento

$$F(s) = \frac{1}{sCR + 1}$$

Eccitata con la funzione gradino di ampiezza V

$$L[\Phi(t)] = \frac{V}{s}$$

Otteniamo:

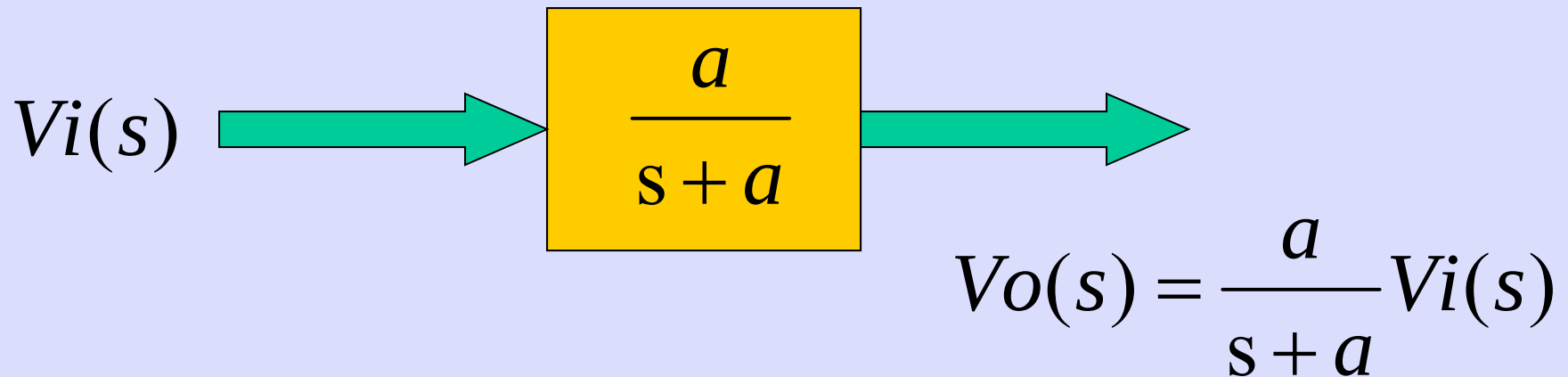
$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \underset{\text{(eccitata con } V\text{)}}{=} \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \frac{V}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{V}{sCR + 1} = V$$

Che è quello che ci aspettiamo: il condensatore si porta alla tensione V , e questo non dipende dai valori di R o di C



Funzione di trasferimento

Il quoziente uscita/ingresso è detto funzione di trasferimento, ed è generalmente espresso nella variabile di Laplace. Questo è un modo utile per indicare l'operazione che un blocco funzionale opera sul segnale:



Il denominatore cerca di dirci qualcosa?

Le funzioni con le quali veniamo a trovarci sono rapporti di polinomi. Le radici del denominatore sono singolarità che chiamiamo poli, le radici del numeratore, zeri, annullano la funzione

$$F(s) = K \frac{\prod_{i=1}^{N_z} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^{N_p} (s - p_i)}$$

E' la posizione dei poli a determinare il comportamento della funzione: poli reali determinano esponenziali convergenti se < 0 , divergenti se > 0 . Coppie complesse coniugate determinano comportamenti oscillanti, convergenti, divergenti o stabili in funzione della loro parte reale.



Il luogo delle radici

$$F(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)} = \frac{U(s)}{E(s)} = K' \frac{\prod_{i=1}^{Nz} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^{Np} (s - p_i)}$$

La funzione $F(s)$ è ottenuta reazionando il blocco $K^*G(s)$ con il blocco $H(s)$. Il fattore K (guadagno in continua) è stato evidenziato perchè gioca un ruolo importante nel metodo che descriviamo. Se immaginiamo che K vari, la posizione dei poli della $F(S)$ cambia, descrivendo delle curve (una per polo) nel piano complesso.

Queste curve sono il luogo delle radici.



Che cosa farne:

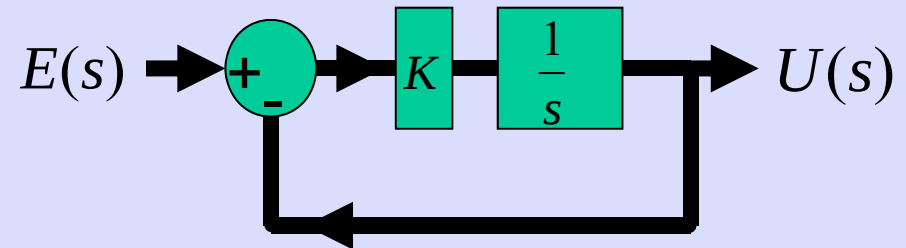
La variazione di guadagno ci permette di avere una configurazione variabile di poli nel piano complesso, che descrive il comportamento del sistema: c'è il caso che una di queste proprio ci piaccia; in questo caso ci basta fissare il guadagno per ottenere quanto vogliamo; altrimenti dobbiamo inventare qualcosa (una rete compensatrice, per esempio una coppia polo-zero) da mettere in serie al nostro sistema. Questo deforma il luogo e ci permette di esaminare una nuovo insieme di valori di K per trovare la configurazione giusta.



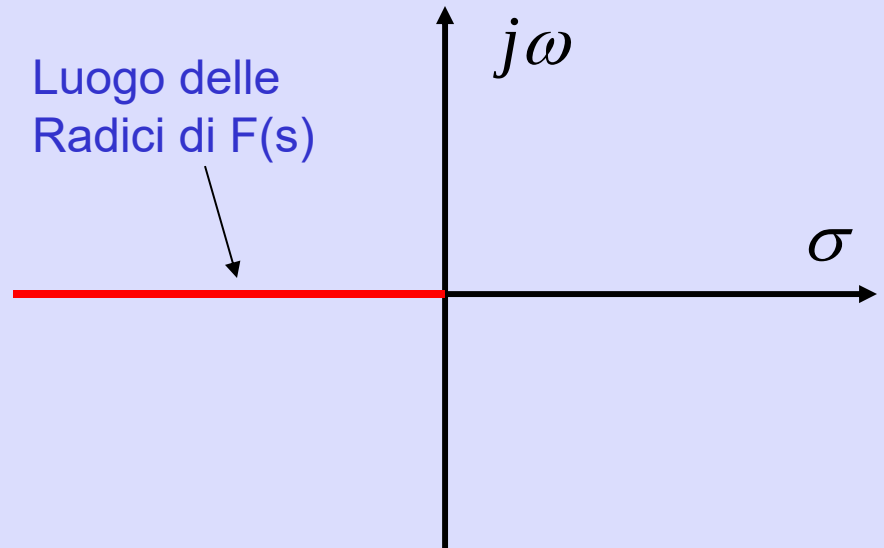
Un esempino facile: l'integratore

La funzione di trasferimento secondo Laplace è: $\frac{1}{s}$

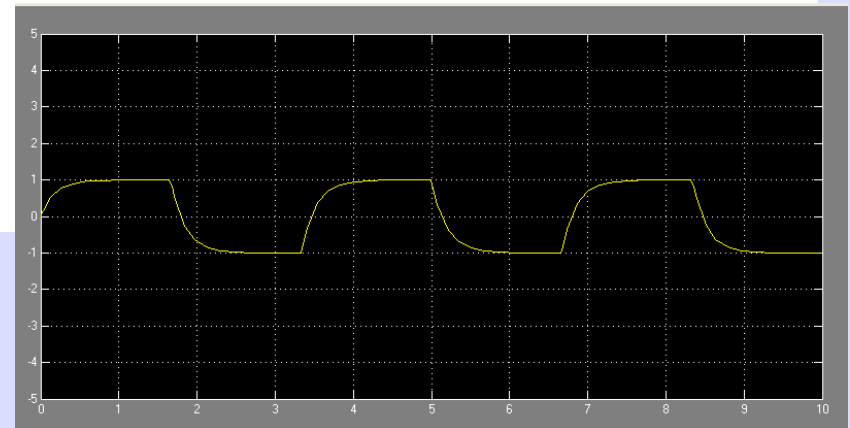
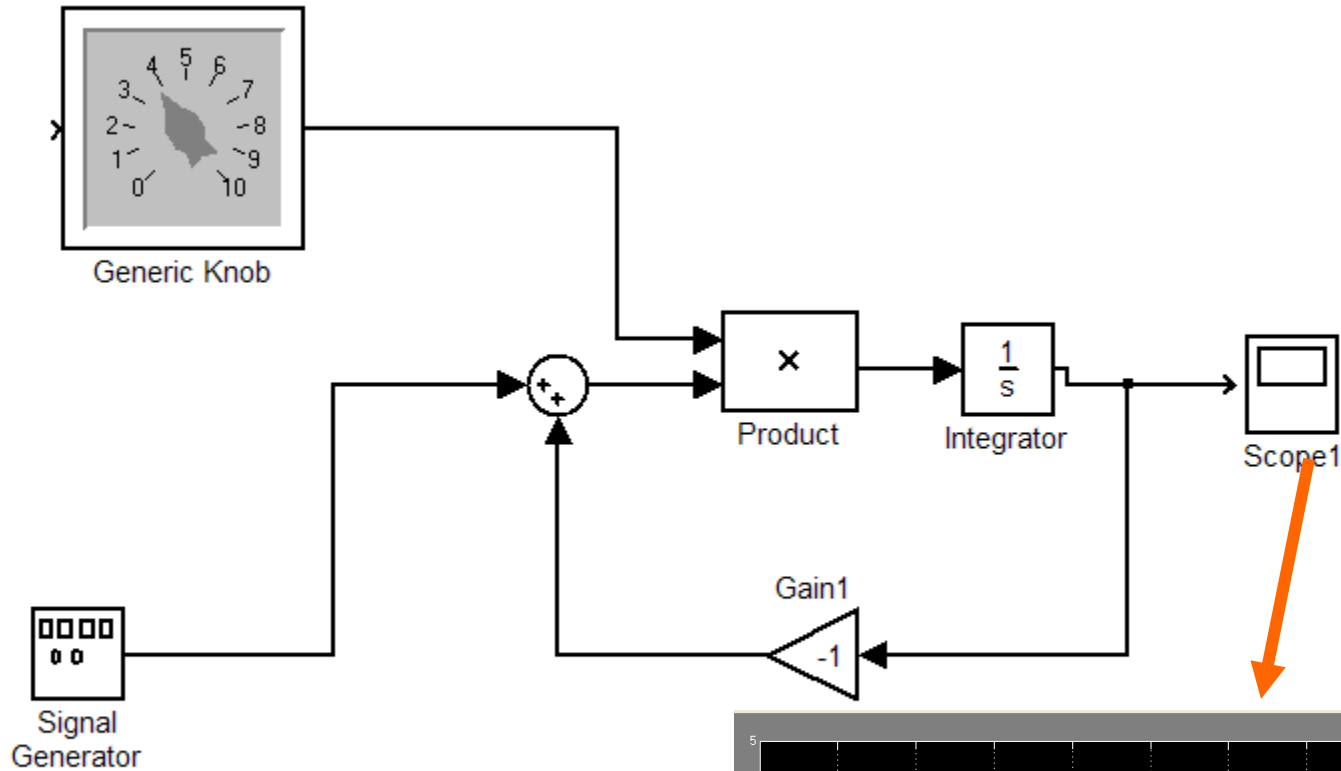
$$F(s) = \frac{K}{K + s}$$



Il luogo delle radici giace sul ramo negativo dell'asse reale: il sistema è sempre stabile e la sua risposta va come Ke^{-Kt} . Quindi quanto più è alto il guadagno in continua, tanto più il sistema risponde rapidamente.



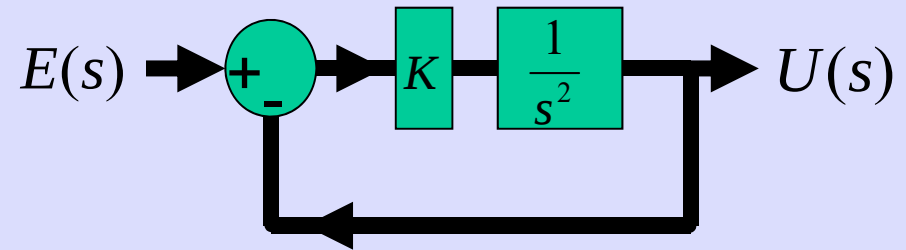
Simulazione integratore



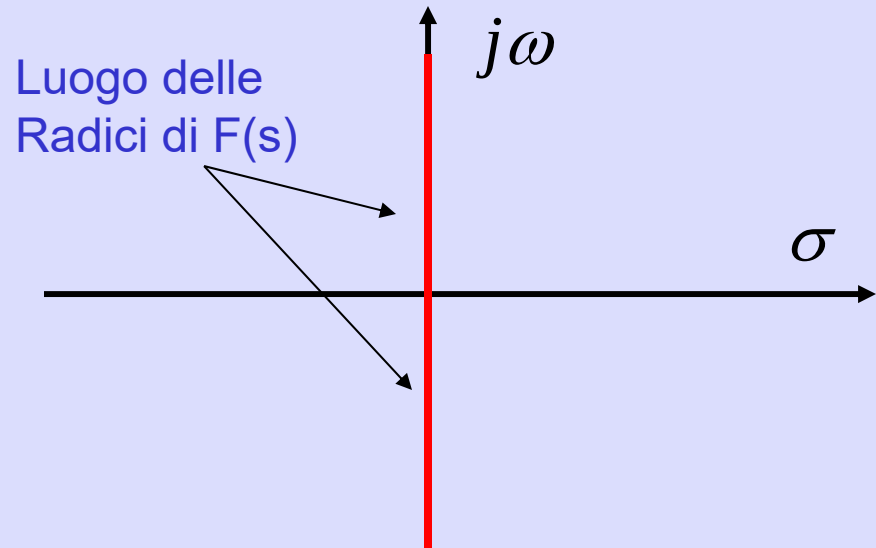
meno facile: l'integratore doppio

La funzione di trasferimento secondo Laplace è: $\frac{1}{s^2}$

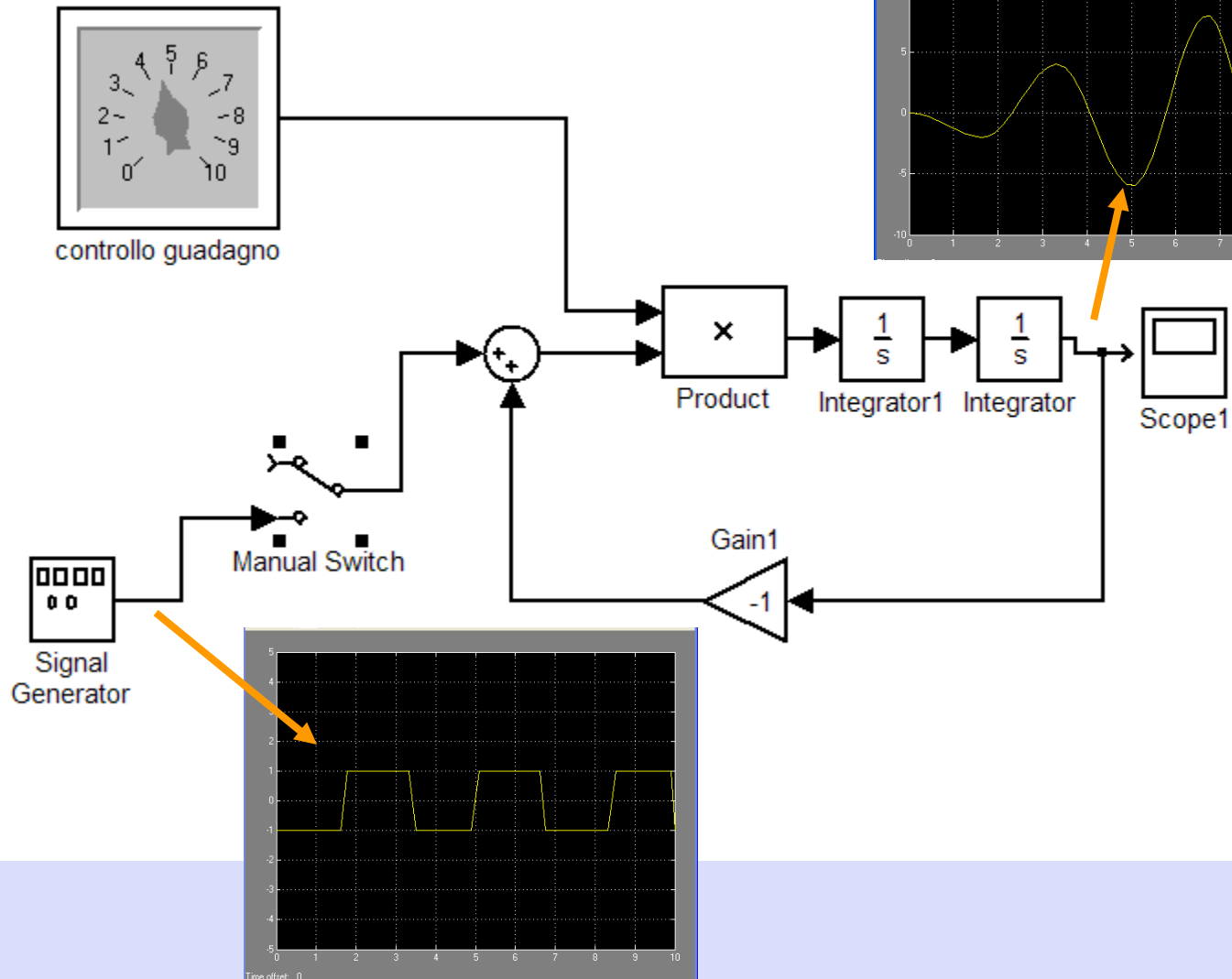
$$F(s) = \frac{K}{K + s^2}$$



Il luogo delle radici giace sull'asse immaginario: il sistema è sempre instabile e la sua risposta va come $\sqrt{K} \sin(\sqrt{K}t)$. Quindi quanto più è alto il guadagno in continua, tanto più si alza la frequenza di oscillazione.



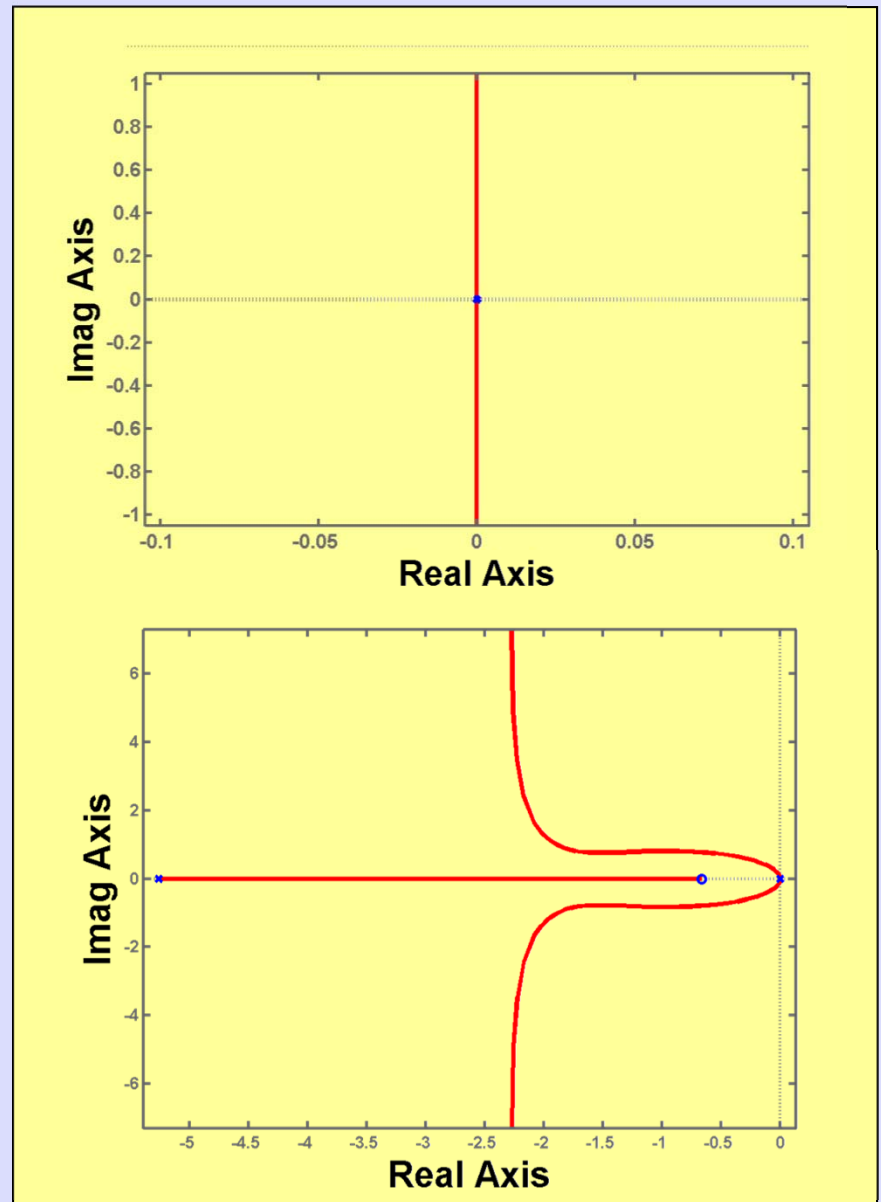
Simulazione doppio integratore



Adattiamo il sistema

Il sistema volano-motore è descrivibile con un sistema instabile ad anello chiuso:

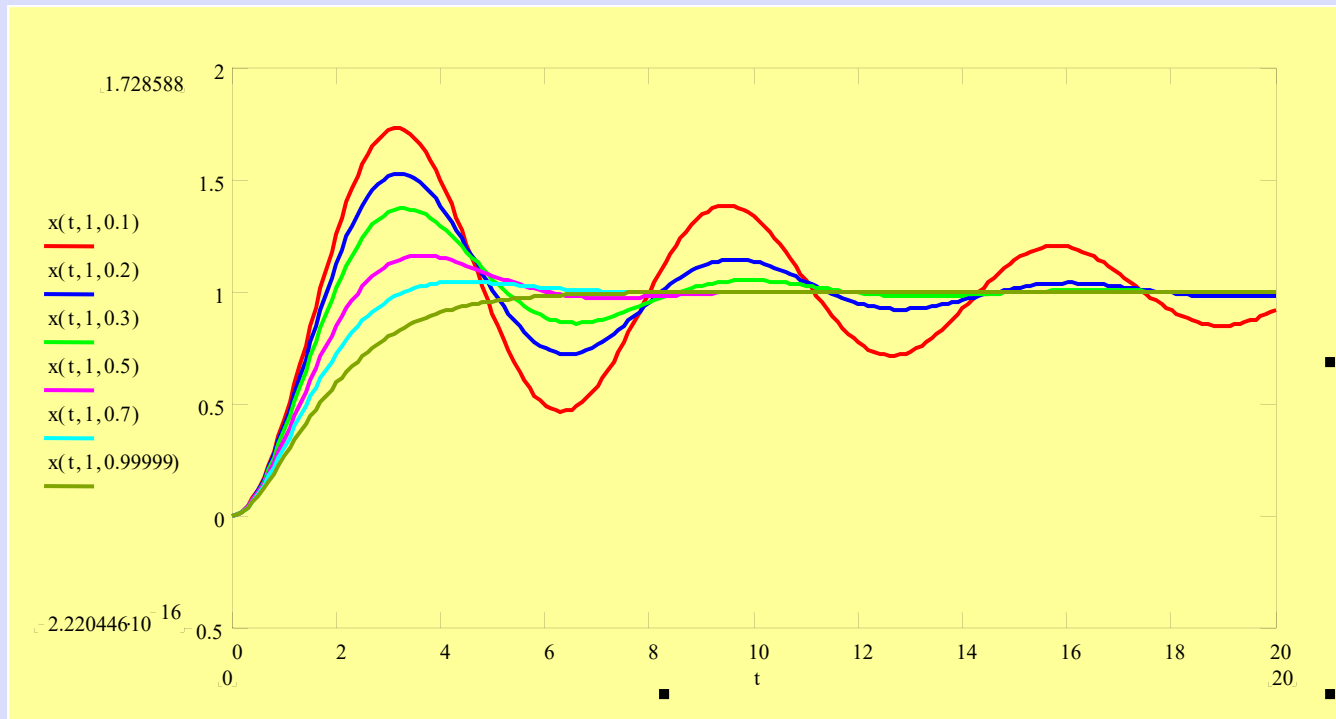
Può diventare stabile se aggiungiamo una coppia polo-zero: questa allontana il luogo dall'asse immaginario e porta a soluzioni stabili. Su questo luogo dobbiamo spostare il guadagno e vedere se esiste un valore accettabile



Stima del comportamento...

Una stima approssimativa di quello che succede può essere effettuata assimilando il modo dominante del sistema come se fosse un sistema del secondo ordine

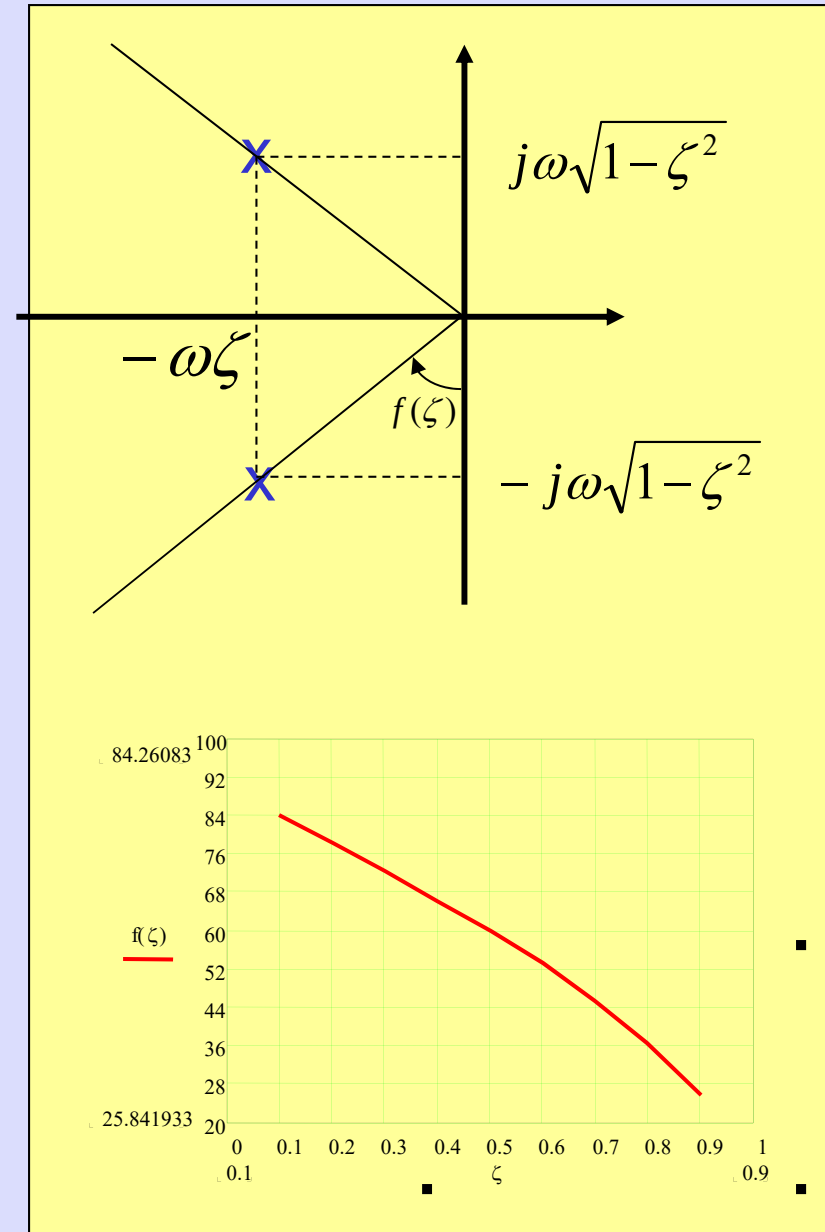
$$F(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \quad r(t) = 1 - \frac{e^{-\omega\zeta t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(t\omega\sqrt{1-\zeta^2} + \varphi\right)$$



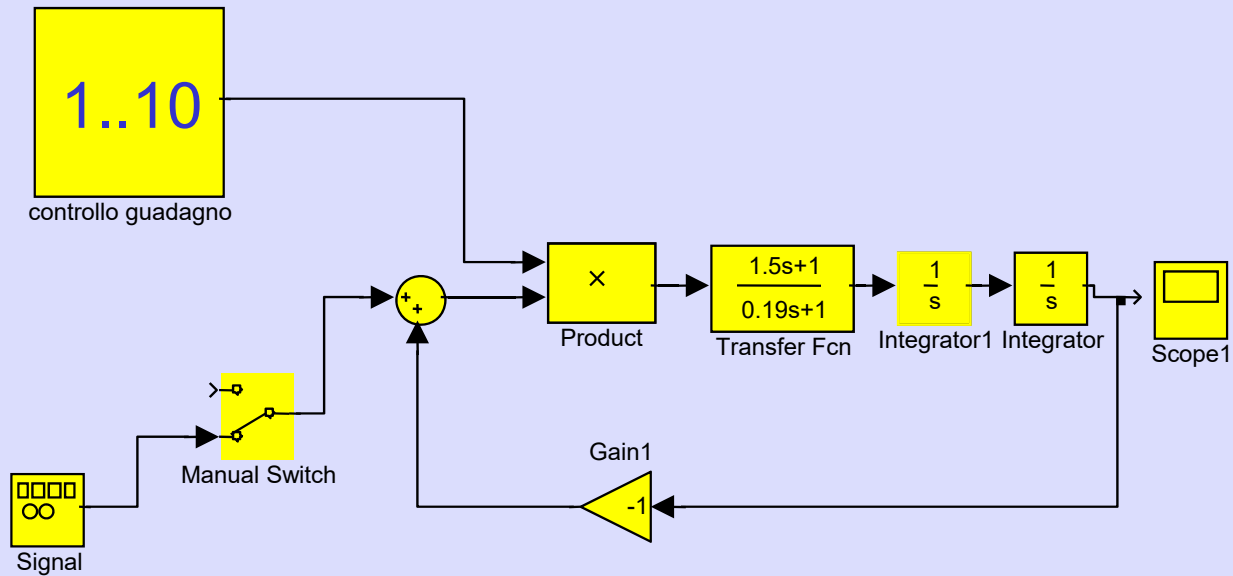
...con un sistema del secondo ordine

$$f(\zeta) := \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}$$

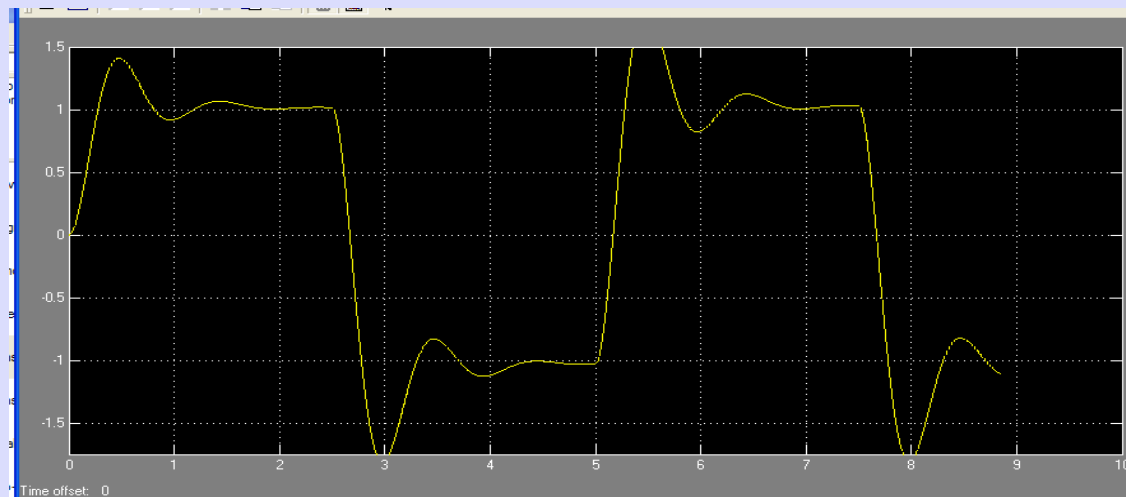
Guardando il comportamento temporale ci si può regolare sulla posizione da fare assumere ai poli dominanti della funzione di trasferimento. In particolare l'angolo f è una funzione diretta del coefficiente di smorzamento



Simulazione con compensazione polo-zero



Generator

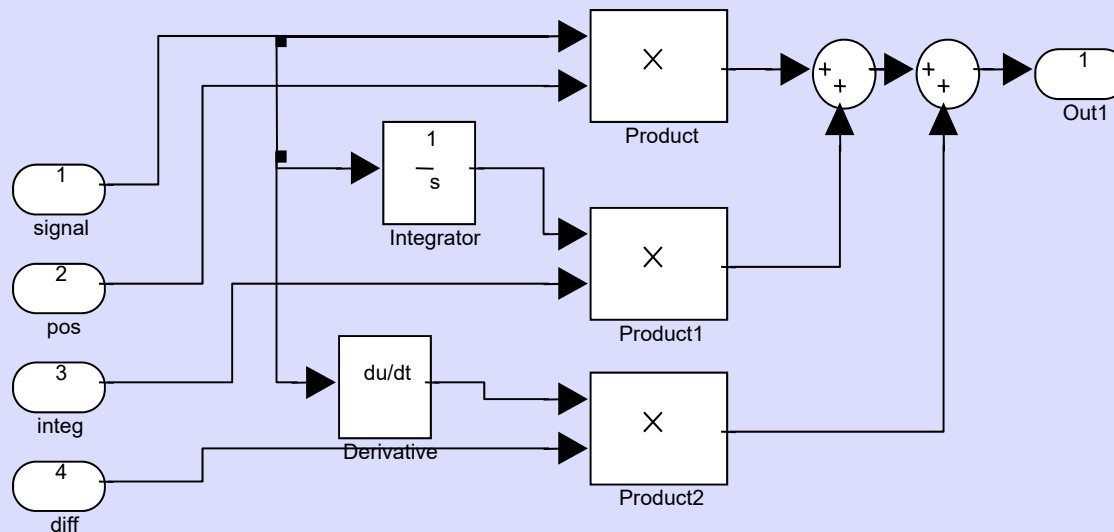


PID

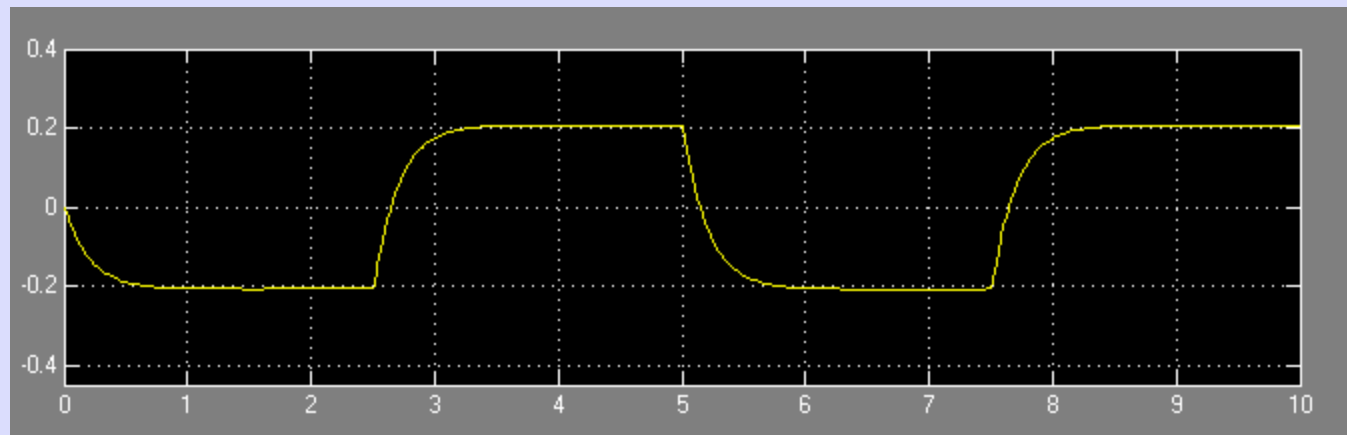
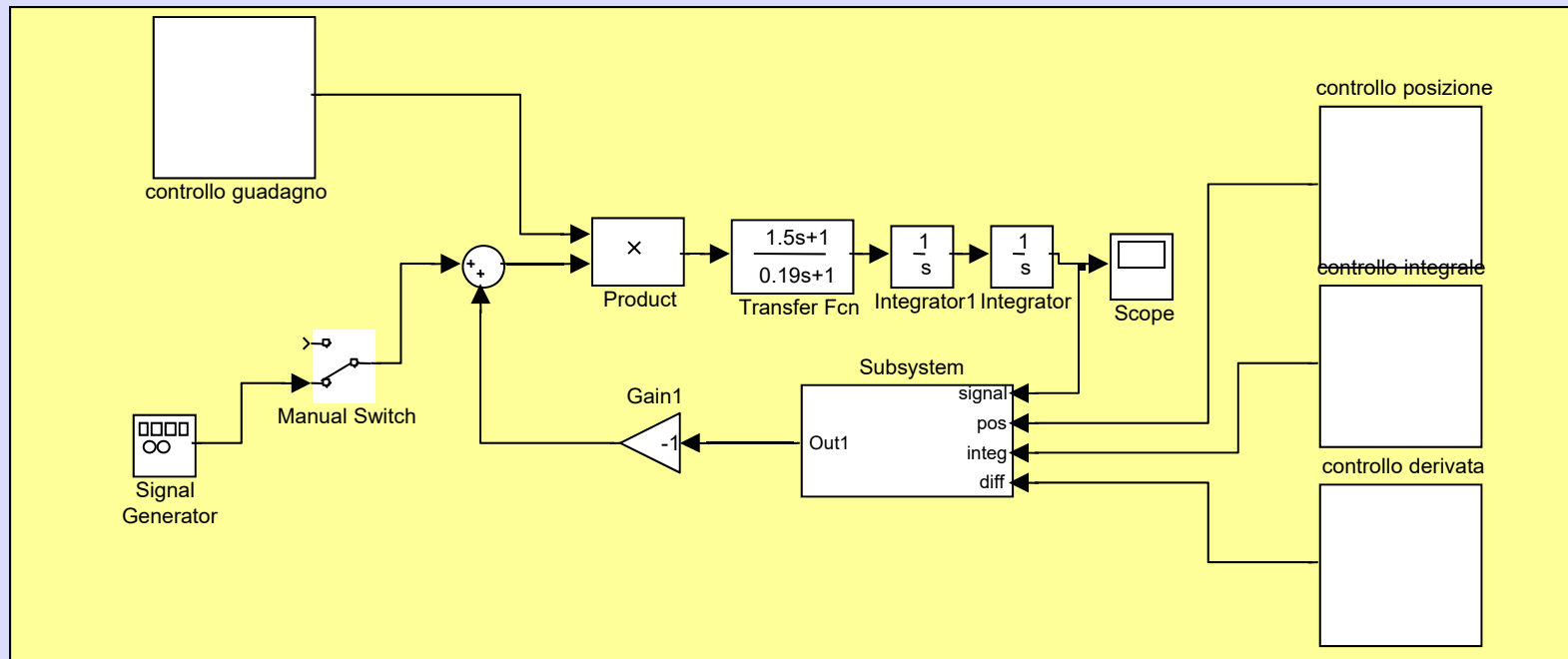
Un facile strumento per sagomare una rete di compensazione è il PID (Proporzionale, Integrale, Derivativo) che offre la funzione di trasferimento

$$F_{PID}(s) = p + \frac{i}{s} + ds$$

I PID generalmente vengono costruiti in modo che i valori delle variabili p, i, d possano essere modificati con semplicità

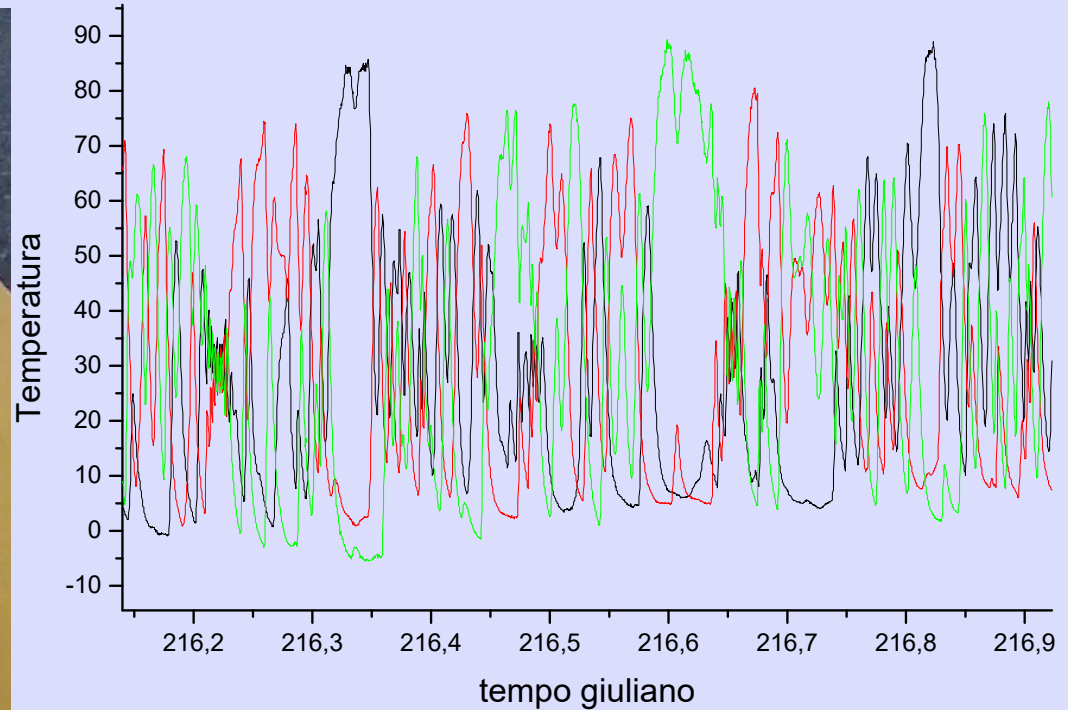


Compensazione polo-zero e PID



Le cose non sono mai semplici come vorremmo....

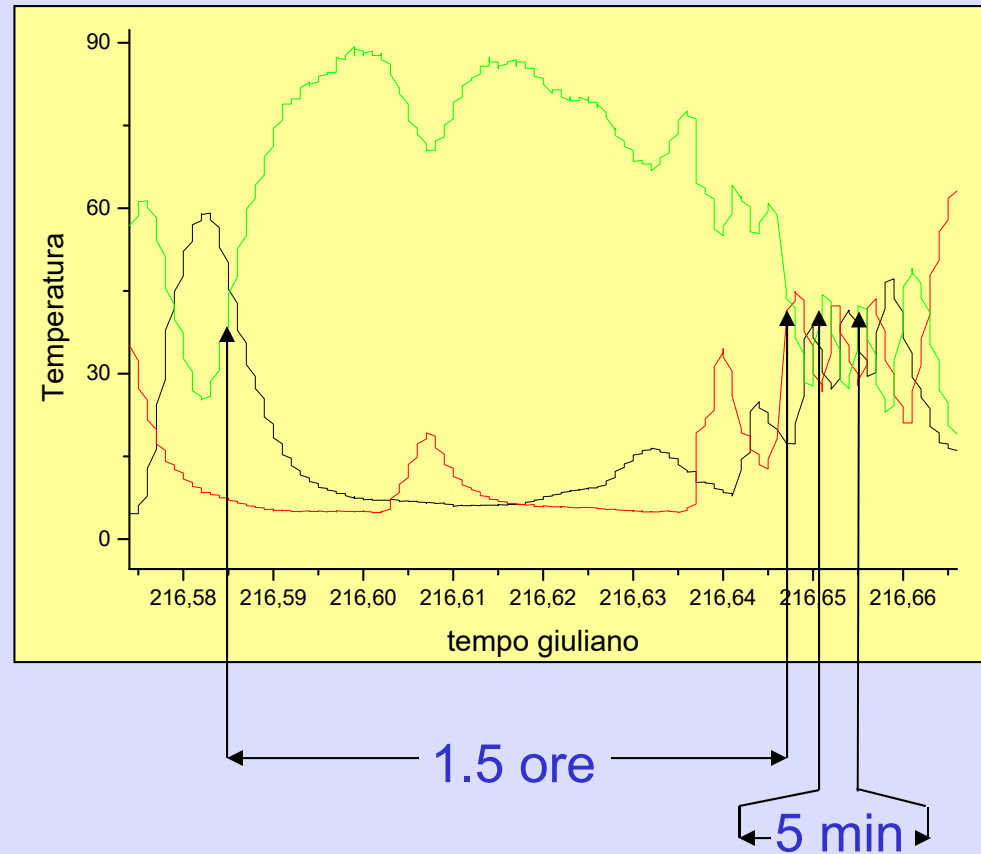
La stratosfera non è lo spazio, e un mbar non è il vuoto.



Andamento della temperatura dei tre pannelli solari: la navicella ruota.

...la navicella ruota..

..e cambia repentinamente di velocità angolare. La figura mostra la temperatura di tre pannelli solari di PEGASO, ed il cambiamento di temperatura è dovuto alla rotazione. La rotazione è impressa da un gradiente di velocità dell'aria, ed è qualcosa a cui l'ACS deve opporsi con successo per ottenere un risultato accettabile.



..e questo rende le cose piu difficili

$$M(t) = ai(t) + M_{ext}$$

$$\alpha(t) = \iint \frac{ai(t) + M_{ext}}{I} dt$$

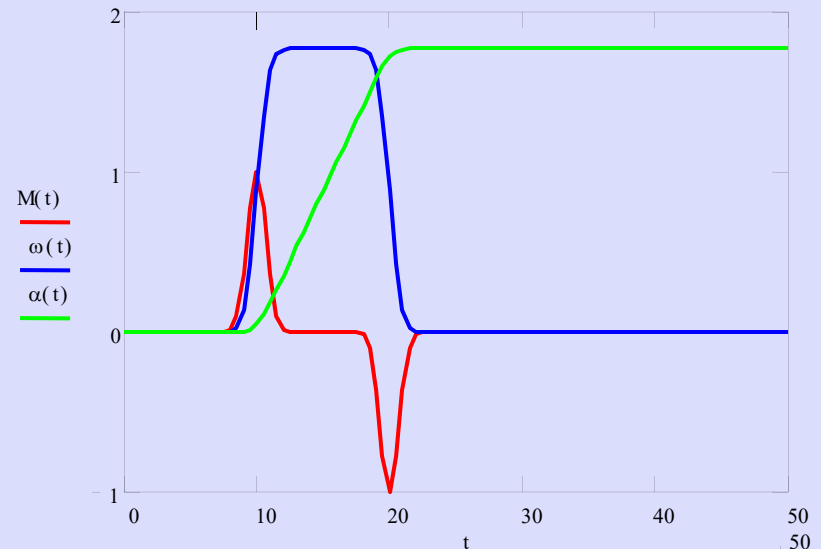
Alla coppia prodotta dal motore dobbiamo aggiungere una coppia esterna

$$M(t) = e^{-(t-10)^2} - e^{-(t-20)^2}$$

$$\omega_{payload}(t) = \int_0^t \frac{M(\tau)}{I_{payload}} d\tau$$

$$\alpha(t) = \frac{1}{10} \int_0^t \omega(\tau) d\tau$$

Che cosa succede cercando di raggiungere un angolo in assenza di forze esterne



Come correggiamo?

$$M = M_i + M_{ext}$$

Per compensare il disturbo indotto da M_{ext} possiamo ipotizzare una correzione su M_i che ci faccia ottenere il momento totale desiderato. Questo viene ottenuto in modo automatico dal feed-back. Purtroppo questo si traduce in un aumento della velocità del volano:

Questo succede quando aggiungiamo un momento di disturbo costante



$$\omega_{volano} = \int \frac{M_{ext}}{I_{volano}} dt$$

inconvenienti

La dipendenza della velocità del volano dal momento di disturbo esterno, soprattutto per disturbi a valor medio non nullo può portare a una eccessiva velocità nel volano: questa è limitata da molti fattori:

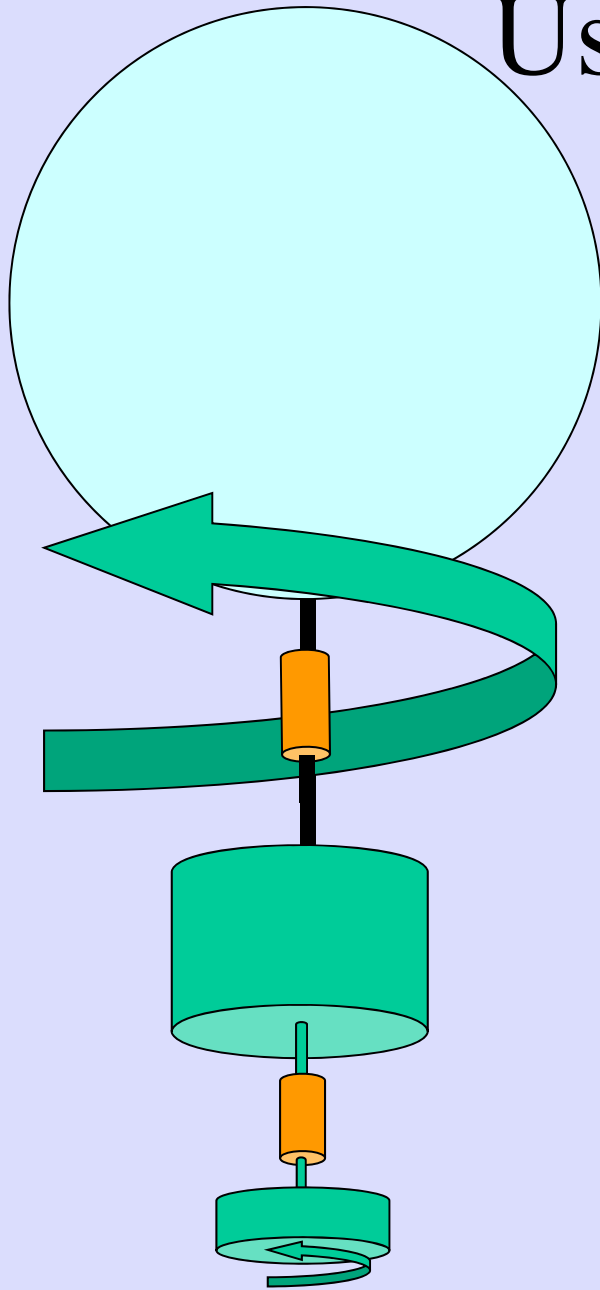
Massima tensione ammessa sul motore
Massima tensione fornibile al motore

$$\omega(t) = b \cdot v(t)$$

Massima velocità del motore (limiti meccanici),
sia sul motore che sul volano.

$$f = \frac{m\omega^2}{r}$$

Usiamo il pallone



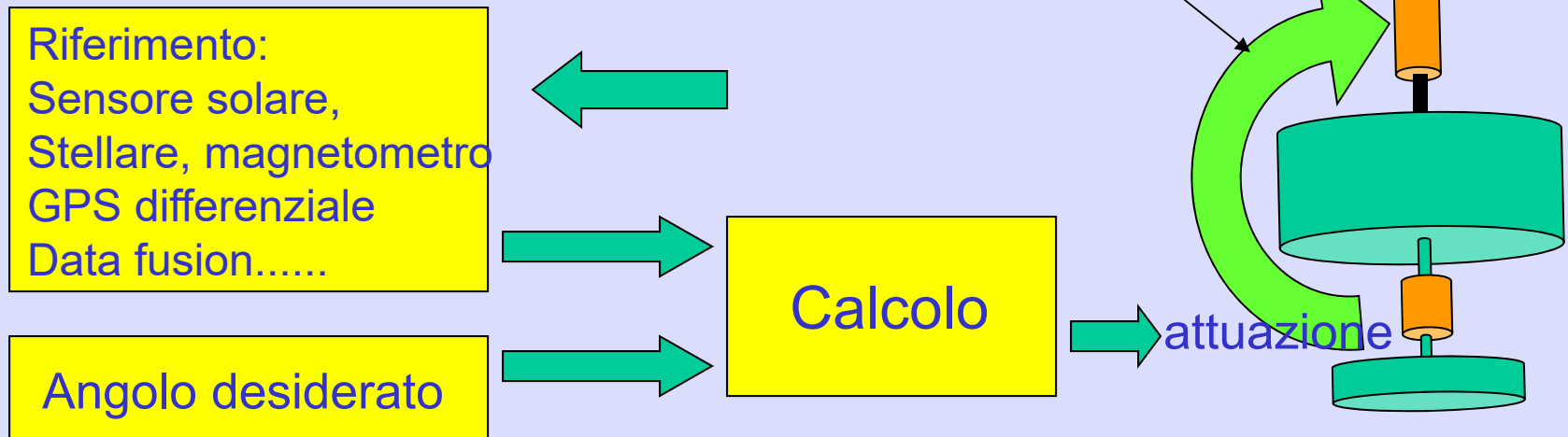
Inconveniente: eccesso di velocità sul volano.

Rimedio: coppia di compensazione su un motore che collega il carico utile alla catena di volo.

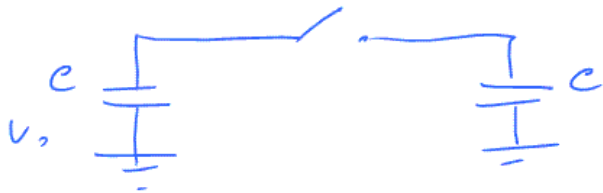
Considerazione: benchè il gradiente di velocità agisca allo stesso modo sia sul pallone che sulla gondola, il pallone, date le sue dimensioni, offre un maggiore attrito all'atmosfera, ed una coppia esercitata tra la gondola ed il pallone, modificherà molto la velocità angolare della gondola, e poco quella del pallone.

Esempio di disegno modificato per disturbi a lungo termine

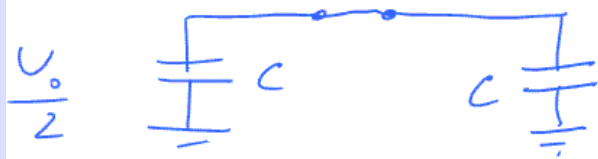
L'informazione della velocità del motore del volano viene usata per pilotare un secondo motore sulla catena di volo



il mixing dei condensatori in parallelo:



$$E = \frac{1}{2} C V_0^2$$



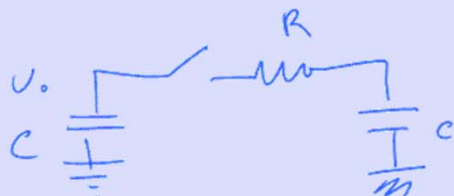
$$E = \frac{1}{2} 2 \left(\frac{V_0}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} C V_0^2 \right)$$

dove è finita la metà dell'energia!

condensatori in parallelo



circuito di partenza
lo modifichiamo così:



maio sempre in tempo e poniamo
 $R = 0$



dal punto di vista di R
le cose non cambiano e definiamo
il circuito così:



di questo circuito rappresento e
memorizzo la soluzione
classica:

$$U(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{R \frac{C}{2}}} \right)$$

ho trascritto sulla resistenza $\bar{e}^-$

$$V_R(t) = V_0 - V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC/2}} \right) = V_0 - V_0 + V_0 e^{-\frac{t}{RC/2}}$$

l'energia dissipata da resistenza $\bar{e}$

$$\frac{1}{R} \int_0^{\infty} V_R^2(t) dt = \frac{V_0^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{4t}{RC}} dt$$

$$\frac{V_0^2}{R} \left(-\frac{RC}{4} \right) e^{-\frac{4t}{RC}} \bigg|_0^{\infty} = \frac{V_0^2 C}{4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} C V_0^2 \right)$$

$$x = \frac{4t}{RC}$$

$$dx = \frac{4}{RC} dt$$

NON DIPENDERE
DA R!